BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
LXI
B
39
NAPOLI

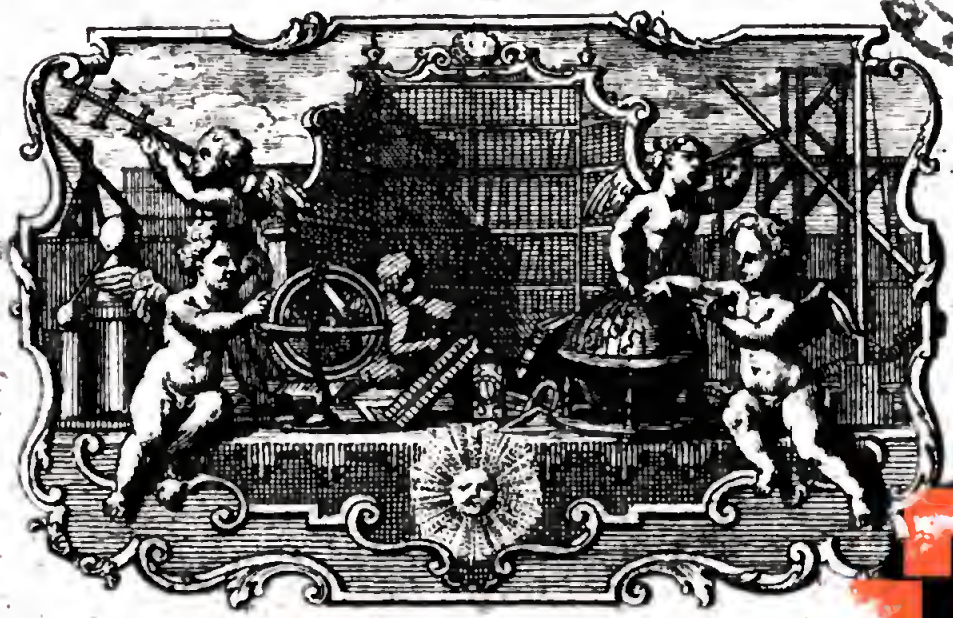
LXI-B.39.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES,

ANNÉE M. DCCXXXI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER,
M. DCCXXXV.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & aux autres Corps. Page 1
Sur le nouveau Thermometre. 7
Sur quelques Expériences de l'Aiman. 21
Observations de Physique générale. 26

ANATOMIE.

Sur l'Opération latérale de la Taille. 30
Sur le changement de figure du Cœur dans la Systole. 33
Observation Anatomique. 41

CHIMIE.

Sur une nouvelle Espece de Végétations métalliques. 43
Sur le Sel de Seignette & celui d'Ebsom. 48

BOTANIQUE.

Sur l'Anatomie de la Poire. 50
Sur les Greffes. 59

GEOMETRIE.

Sur les Lignes du quatrieme ordre. 62

ASTRONOMIE.

Sur le mouvement réel des Cometes. 76

GEOGRAPHIE. 84

CHRONOLOGIE. 84

MECHANIQUE.

Sur les Toits ou Combles de Charpente. 86
Sur la réſiſtance de l'Ether au mouvement des corps. 92
Sur le Jet des Bombes. 100
Sur les mouvemens faits dans des Milieux qui ſe meuvent. 106

Ma-

TABLE.

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1731. 125

Eloge de M. Geoffroy. 129
Eloge de M. Ruysch. 139
Eloge de M. le Président de Maisons. 152

TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

OBSERVATIONS *Météorologiques faites à Aix par M.* DE MONTVALON, *Conseiller au Parlement d'Aix, comparées avec celles qui ont été faites à Paris en* 1730. Par M. CASSINI. Page 1

Examen des Lignes du quatrieme ordre. Troisieme Partie de la Section I. Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espece de point multiple invisible, dont les Lignes du quatrieme ordre sont susceptibles. Par M. l'Abbé DE BRAGELONGNE. 13

De l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & de leur adhérence aux Corps qu'elles touchent. Par M. PETIT le Médecin. 72

Recherches sur la construction des Combles de Charpente. Par M. COUPLET. 99

Dissertation sur la maniere d'arrêter le Sang dans les Hémorragies. Avec la Description d'une Machine ou Bandage propre à procurer la consolidation des Vaisseaux, après l'Amputation des Membres, par la seule Compression. Par M. PETIT. 122

Sur

Sur la séparation des Indéterminées dans les Equations differentielles. Par M. DE MAUPERTUIS. 147

Recherches géographiques sur l'étendue de l'Empire d'Alexandre, & sur les Routes parcourues par ce Prince dans ses differentes Expéditions. Pour servir à la Carte de cet Empire, dressée par feu M. Delisle, pour l'usage du Roi. Par M. BUACHE. 157

Sur un Sel connu sous le nom de Polychreste de Seignette. Par M. BOULDUC. 176

Sur les Sections Coniques. Par M. NICOLE. 184

Recherches sur l'Opération de la Taille par l'Appareil latéral. Par M. MORAND. 205

Nouvelle Maniere de trouver les formules des Centres de gravité. Par M. CLAIRAUT. 226

Extrait de diverses Observations astronomiques faites à la Louisiane par M. BARON, *Ingénieur du Roi. Comparées à celles qui ont été faites à Paris & à Marseille.* Par M. CASSINI. 231

Suite de l'Anatomie de la Poire. Seconde Partie. Des Vaisseaux. Par M. DU HAMEL. 238

Du Quart de Cercle astronomique fixe. Par M. GODIN. 276

Expériences sur les Scorpions. Par M. DE MAUPERTUIS. 317

Observation de l'Eclipſe de Lune du 20 Juin de l'année 1731, au matin. Par. M. CASSINI. 326

Obſervation de l'Eclipſe partiale de Lune du 20 Juin 1731. Par Mrs. GODIN & GRANDJEAN. 328

Machine pour connoitre ſur Mer l'Angle de la Ligne du Vent & de la Quille du Vaiſſeau; comme auſſi l'Angle du Méridien de la Bouſſole avec la Quille, & l'Angle du Méridien de la Bouſſole avec la Ligne du Vent. Par M. D'ONZEMBRAY. 335

Sur une nouvelle Maniere de conſiderer les Sections Coniques. Par M. DE LA CONDAMINE. 340

Second Mémoire ſur la Conſtruction des Thermometres, dont les degrés ſont comparables; avec des Expériences & des Remarques ſur quelques propriétés de l'Air. Par M. DE REAUMUR. 354

Baliſtique arithmétique. Par M. DE MAUPERTUIS. 419

Du Mouvement véritable des Cometes à l'égard du Soleil & de la Terre. Par M. CASSINI. 422

Recherche du Sel d'Epſom. Par M. BOULDUC. 488

Suite d'un Mémoire qui a pour titre: De l'impor-

portance de l'Analogie, & des rapports que les Arbres doivent avoir entre eux pour la réuſſite & la durée des Greffes. *Seconde Partie. Où l'on propoſe de greffer les uns ſur les autres des Arbres qui n'ont pas entre eux une analogie bien parfaite, pour avoir plutôt du fruit, & affranchir plus efficacement les Eſpeces.* Par M. DU HAMEL. 502

Méthode Analytique de tracer les Lignes correſpondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes. Par M. PITOT. 519

Obſervations de quelques Aurores Boréales qui ont paru cet Automne 1731 *à Breuillepont en Normandie, Dioceſe d'Evreux.* Par M. DE MAIRAN. 531

Sur le Mouvement curviligne des Corps dans les Milieux qui ſe meuvent. Par M. BOUGUER. 546

Troiſieme Mémoire ſur l'Aimant. Par M. DU FAY. 588

Sur la forme la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Tables Aſtronomiques. Par M. GRANDJEAN. 611

Deſcription anatomique d'un Animal connu ſous le nom de Mulc. Par M. DE LA PEYRONNIE. 624

Problême Aſtronomique. Par M. DE MAUPERTUIS. 652

Sur

Sur une nouvelle espece de Végétation Métallique. Par M. DE LA CONDAMINE. 655

Sur les Courbes que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque, par un plan donné de position. Par M. CLAIRAUT. 680

Maniere d'engendrer dans un Corps solide toutes les lignes du troisieme ordre. Par M. NICOLE. 694

Observations Météorologiques faites pendant l'année 1731. Par M. MARALDI. 719

Observation d'un Abscès intérieur de la Poitrine, accompagné des symptomes de la Phtisie, & d'un déplacement notable de l'Epine du Dos & des Epaules; le tout terminé heureusement par l'évacuation naturelle de l'Abscès par le fondement. Par M. CHICOYNEAU le Pere, de la Société Royale des Sciences de Montpellier. 724

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,
Année M. DCC. XXXI.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR L'ADHERENCE DES PARTIES de l'Air entre elles, & aux autres Corps. *

QUELLE que ſoit la cauſe qui lie entre elles les parties d'un même Corps, ou qui fait qu'un certain Corps s'attache plus aiſément à certains autres, on s'apperçoit bien vîte, ſans être Obſervateur, que les parties de l'Huile, par ex. ſont plus liées entre elles que celles de l'Eau, & que l'Huile s'attache plus aiſément à la plupart des Corps que ne feroit l'Eau. C'eſt-là ce qu'on appelle *Adhérence*, & il ne s'agira ici que des faits, & non des raiſons primitives.

Pluſieurs expériences phyſiques ont fait re-

* V. les M. p. 72.

reconnoitre dans l'Eau une viſcoſité, une adhérence de ſes parties, quoique beaucoup moindre que celle de l'Huile. On en a ſoupçonné auſſi une dans l'Air, beaucoup moindre encore que celle de l'Eau, mais on n'a pas paſſé ce ſoupçon; & même d'habiles Phyſiciens ont cru que l'Air étoit bien, à la vérité, un Fluïde, à cauſe de la grande fineſſe de ſes parties, qui les rend propres à ſe mouvoir indépendamment les unes des autres, mais non pas un Liquide, qui le fût à la maniere des autres que l'on connoit, dont les parties ſont plus liées enſemble. M. Petit le Médecin a voulu approfondir ce ſujet plus que l'on n'a fait juſqu'à préſent, & il le traite par un aſſez grand nombre d'expériences, dont nous ne rapporterons que les principales, celles qui demanderont le moins de diſcuſſion, & qui concluront le plus ſenſiblement.

Dans des Solutions de Sels ou de Métaux, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de la liqueur juſqu'au haut, chargées de particules Salines ou Métalliques. Quand elles ſont arrivées en haut, elles s'uniſſent à l'Air extérieur, & ces particules qu'elles avoient enlevées avec elles retombent. Comme elles ſont ſpécifiquement plus peſantes que l'Air, il ne peut les enlever qu'en s'attachant à elles avec une certaine force, & de maniere que le tout qu'il formera avec chacune d'elles ſoit plus léger que la liqueur qu'il traverſera en montant. Il faut que dans ce petit tout la quantité d'Air ſoit d'un plus grand volume que la particule Saline ou Métallique,

que, autrement il ne ſeroit pas aſſez léger. Donc la particule qui s'enleve n'eſt pas attachée à tout l'Air qui l'enleve, donc elle tend par ſon poids à ſéparer les parties auxquelles elle tient d'avec celles auxquelles elle ne tient pas, & puiſqu'elle ne les ſépare pas les unes des autres, elles ont donc enſemble une certaine union qui prévaut ſur cet effort. Voilà une preuve aſſez manifeſte, & de l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & de leur adhérence à des corps étrangers.

Cette Méchanique très ſimple étant conçue, il eſt aiſé d'imaginer les variétés qui arriveront au mouvement des Bulles d'Air chargées de particules plus peſantes. Quelquefois la Bulle n'ira pas juſqu'au haut, elle abandonnera en chemin ſa particule, qui ſe précipitera auſſi-tôt; quelquefois même chargée d'une particule trop peſante, elle n'aura pu du tout s'élever, & on verra une Bulle d'air au fond du Vaiſſeau, ſans ſavoir ce qui l'y retient, &c. On imaginera bien auſſi qu'il doit naître beaucoup de variétés de la difference des Corps mis dans l'eau, ſur-tout à l'égard de la groſſeur des Bulles. Les plus groſſes peuvent avoir près de 2 lignes de diametre, & il eſt à remarquer que quand elles vont juſque là, ou en approchent, elles ſont allongées de haut en bas, parce que la peſanteur de la particule étrangere a pu alterer un peu ſenſiblement leur figure ronde. Mais nous laiſſons tout ce détail.

M. Petit a obſervé dans ſes expériences que les Bulles d'Air, qui ſont ſur les Métaux ou Minéraux, ſont principalement ſur les en-

droits où les ſurfaces ne ſont pas polies. L'Air s'eſt mieux attaché aux endroits raboteux, qui lui donnoient plus de priſe, il s'eſt cantonné dans des cavités, & de plus l'Eau où ces Corps ſont plongés chaſſe par ſon mouvement du deſſus des ſurfaces polies l'Air peu adhérent qui s'y pouvoit trouver, & le pouſſe dans des endroits où il en rencontre d'autre qui l'arrête, & auquel il s'unit. C'eſt-là ce qui forme les Bulles les plus viſibles, & c'eſt une ſuite de l'adhérence de l'Air.

L'Aiguille qui ſe ſoutient ſur l'Eau, quoique le Fer ou Acier ſoit près de huit fois plus peſant que l'Eau, eſt un fait très connu, dont la cauſe eſt d'un côté l'adhérence des parties de l'Eau entre elles, qui empêche l'Aiguille de les diviſer, de l'autre l'adhérence de quelques parties d'Air à l'Aiguille, telle que cette Aiguille ne poſe ſur l'Eau que par le milieu de ſa partie inférieure, & eſt du reſte comme portée dans une petite Gondole d'Air. Cela eſt ſi vrai, que l'Aiguille tombera dès qu'on retranchera l'une ou l'autre de ces deux circonſtances, ſoit en chauffant l'Eau, ce qui diminuera l'adhérence de ſes parties entre elles, ſoit en mouillant l'Aiguille, ce qui enlevera l'Air qui s'y étoit attaché, ou empêchera qu'il ne s'y en attache de nouveau, ou enfin mettra de l'eau plus peſante que l'air à la même place où il y eût eu de l'air, & rendra le tout plus peſant.

Cette expérience a été pouſſée plus loin. Des feuilles de differens Métaux, très minces,

&

& d'une assez grande superficie, se soutiennent sur l'Eau, & si l'on veut qu'elles s'enfoncent, il faut les charger de quelque poids; elles en portent souvent plus qu'on n'auroit cru. Il vient d'abord dans l'esprit qu'à cause de la grandeur de leur surface par rapport à leur peu de pesanteur, un trop grand nombre de parties d'Eau résistent en même tems à se laisser diviser; mais si cela étoit, pourquoi ces mêmes feuilles, mises au fond de l'Eau, remonteroient-elles aussi-tôt, en surmontant cette même résistance de l'Eau à sa division, que rien ne les oblige à surmonter, puisqu'au contraire leur propre pesanteur, & celle de toute l'Eau qu'elles portent, ne tendent qu'à les tenir où elles étoient? Il est nécessaire qu'il y ait en elles un principe de légereté par rapport à l'Eau dont elles doivent vaincre l'opposition, & ce principe ne peut être que l'Air qui leur est adhérent en une quantité d'autant plus grande qu'elles ont plus de surface.

M. Petit s'en est assuré par un moyen fort simple. Il lui a suffi de chiffonner ces feuilles entre ses doigts pour diminuer leur surface, & elles ne se sont plus soutenues sur l'eau.

Il ne faut pas omettre que quand on a chargé de quelque poids une feuille de Métal qu'on a mise au fond de l'Eau, & qu'on a voulu empêcher de remonter, comme on a placé naturellement ce poids au milieu de la surface de la feuille, on trouve que ses coins se sont relevés, parce qu'ils ont été plus libres que le milieu d'obeïr à l'effort que faisoit la feuille entiere pour monter. M. de Reaumur a

fait le premier cette obſervation, & l'a indiquée à M. Petit qui l'a bien répétée.

Voilà donc l'adhérence de l'Air aux Corps ſolides aſſez prouvée. On ſait que les Liquides en ſont pleins, mais on peut ne pas ſavoir combien il y eſt adhérent, & combien il eſt difficile, ou peut-être impoſſible de l'en tirer. Quand on a mis de l'Eau froide dans la Machine Pneumatique, & qu'on n'a encore fait le Vuide qu'à moitié, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de l'eau juſqu'à ſa ſurface où elles ſe diſſipent; cela ſe paſſe ſans beaucoup d'efferveſcence, & continue juſqu'à ce que le Vuide ſoit entierement fait, après quoi il ne monte plus de Bulles, ou très peu, quelque tems que l'Eau reſte dans la Machine.

Mais ſi on en retire cette même Eau, & qu'on l'y remette après l'avoir fait un peu chauffer, on la voit ſe raréfier à meſure que l'on pompe l'Air, il ſort des Bulles beaucoup plus groſſes que dans la premiere expérience, & il ſe fait une efferveſcence plus grande que celle qui ſeroit cauſée par le plus grand feu. Elle diminue à meſure que l'Eau ſe refroidit, & ne ceſſe que quand elle eſt entierement froide.

Il eſt déja ſorti de la même Eau bien de l'Air, & ce n'eſt pas à beaucoup près tout ce qu'elle en contenoit. Il n'y a qu'à la faire chauffer une ſeconde fois, mais un peu plus que la premiere, & on en tirera autant d'Air qu'on en avoit déja tiré. Elle ceſſe de faire efferveſcence dès qu'elle n'eſt pas plus chaude qu'elle ne l'étoit la premiere fois au tems

tems de ſa grande efferveſcence. On peut continuer ce manege tant qu'on voudra, pourvu qu'on mette toujours l'eau plus chaude. Il y a à cela un terme, qui eſt celui de la plus grande chaleur poſſible de l'Eau; apparemment paſſé ce terme on n'en tireroit plus d'Air, mais n'y en reſteroit-il plus?

Quoi qu'il en ſoit, il paroît par ces expériences que l'Air a differens degrés d'adhérence avec l'Eau où il eſt envelopé; que plus elle eſt raréfiée par la chaleur, &, comme diſent les Chimiſtes, ouverte, plus il s'en échappe d'Air, parce que les degrés de cette adhérence ne viennent à ceder que les uns après les autres, les plus forts après les plus foibles.

L'Air mouille donc les Corps à ſa maniere, comme fait l'Eau. D'ailleurs les effets de l'adhérence que les parties des Liqueurs ont entre elles, lui ſont communs avec ces Liqueurs. Ses Bulles ou gouttes affectent la figure ronde, & dès que deux Bulles ſe touchent, elles s'uniſſent. Que lui manque-t-il pour être un parfait Liquide? Il eſt ſi répandu par-tout, qu'une plus grande connoiſſance de ſa nature promet néceſſairement de nouveaux avantages à la Phyſique.

SUR LE NOUVEAU THERMOMETRE. *

LE nouveau Thermometre de M. de Reaumur, dont la conſtruction a été expliquée en

* V. les M. p. 354.

en 1730 *, étoit digne d'être porté à toute la perfection qu'on y pouvoit desirer, & ç'eût été dommage d'y épargner quelque travail de plus, quoique ces sortes de travaux mènent presque toujours plus loin que l'on n'a cru. Il restoit quelque indécision sur l'article par où nous avons fini ce que nous en avons dit dans l'année précédente, & l'Inventeur du nouvel Instrument n'a pas voulu laisser ce sujet de doute, tout léger qu'il étoit; & l'engagement même où il prévoyoit qu'il s'alloit mettre d'entrer dans des discussions de Physique fort délicates, a été pour lui une raison d'entreprendre cette matiere.

Il s'agit de savoir si au haut du tuyau du Thermometre, on laissera de l'air naturel, & tel qu'il étoit au tems de la construction, ou si on le raréfiera autant qu'il sera possible. Nous en avons déja rapporté le pour & le contre. Si c'est le 1er, lorsque l'air renfermé, & l'Esprit de Vin recevront l'impression du Chaud extérieur, ils tendront en même tems à se dilater. Outre que la liqueur n'aura plus son mouvement libre, & marquera mal les degrés, cet effort peut être tel qu'il cassera la boule du Thermometre sur laquelle il s'exerce. Si c'est le 2^d^, l'air contenu dans l'Esprit de Vin, car toutes les liqueurs en contiennent, n'étant plus comprimé par le poids de l'air du haut du tube, s'échappera & s'élevera dans cette espece de Vuide; on ne sait s'il ne peut pas s'y en amasser assez pour former un volume d'air égal

* p. 12. & suiv.

gal à peu près en quantité & en qualité à l'air naturel qu'on auroit laiſſé dans le 1er cas, & ſi par conſéquent il n'y auroit pas les mêmes inconvéniens à en craindre.

Il y a plus: lorſqu'on prend le parti de ce 2d cas, on fait chauffer la liqueur en conſtruiſant le Thermometre, afin qu'elle s'éleve juſqu'au bout du tuyau, ou bien près, après quoi on le ſcelle promptement, & par ce moyen on ne peut y renfermer qu'un air extrêmement raréfié. Mais M. de Reaumur a obſervé que les Thermometres ainſi conſtruits ſe tiennent plus haut que ceux ſur leſquels on les avoit règles, avant qu'on les ſcellât. A la vérité, ces Thermometres dérangés ſe remettent d'eux-mêmes avec le tems, il y a même des moyens de leur aider, mais ils ne ſe remettent pas parfaitement. M. de Reaumur prouve que cet effet vient de l'air contenu dans la liqueur, & qui par la chaleur qu'elle a priſe au tems de la conſtruction s'eſt dégagé de ſes parties, auxquelles il étoit intimement uni, moyennant quoi il s'eſt trouvé en état de ſe raréfier aſſez pour augmenter ſenſiblement le volume de l'Eſprit de Vin. Nous expliquerons plus particulierement dans la ſuite tout ce qui appartient à cet air contenu dans la liqueur, & après cela differemment modifié.

Cette obſervation n'empêcheroit peut-être pas que le parti moyen que nous avions propoſé pour l'air du haut du tube ne ſubſiſtât. On ne chaufferoit la liqueur que médiocrement en conſtruiſant le Thermometre, les inconvéniens ſeroient légers, & la Phyſique

qui ne peut jamais être ſi exacte, ſeroit aſſez en droit de les négliger. Mais M. de Reaumur a conçu le deſſein hardi & preſque téméraire d'ôter abſolument ces inconvéniens.

Il ſeroit exécuté, ſi l'on pouvoit tirer de l'Eſprit de Vin du Thermometre tout l'air qu'il contient; car alors on ne craindroit plus que ſa marche ne fût troublée par cet air qui vient à s'en dégager en certains tems, la qualité de la liqueur ſeroit toujours la même, le haut du tube demeureroit, ou preſque abſolument vuide, ou rempli ſeulement de telle quantité d'air naturel qu'on voudroit. Mais toutes les expériences nous apprennent qu'il eſt impoſſible de tirer d'une liqueur tout l'air qu'elle contient. Il n'y a que trois cauſes qui le faſſent ſortir des liqueurs, la diminution du poids de l'Atmoſphere qui preſſoit ſur elles, une grande chaleur, un grand froid; cette derniere cauſe, moins frappante que les deux autres, ſe manifeſte bien ſenſiblement dans la glace, par les groſſes bulles d'air qui s'y forment. Mais il eſt très certain qu'aucune des trois ne tire entierement tout l'air.

Une réflexion ſur le ſujet préſent fait voir que ce mal n'en eſt pas un. Il s'agit de Thermometres, d'Inſtrumens qui meſurent les degrés de chaud & de froid de l'air que nous reſpirons ſur la Terre, & non pas les degrés de chaud & de froid de Mercure ou de Saturne. M. de Reaumur a penſé que ſi, comme il étoit très apparent, la chaleur faiſoit ſortir d'une liqueur, d'autant plus d'air qu'elle

le étoit plus grande, il y avoit un certain point au-delà duquel une chaleur déterminée n'en feroit plus ſortir, quoïqu'il en reſtât; & que quand tout l'air que cette chaleur pouvoit tirer d'une liqueur en ſeroit ſorti de maniere à n'y pouvoir rentrer, il n'étoit plus poſſible qu'une chaleur moins forte tirât aucun air de cette liqueur. Certainement, il s'en faut beaucoup que notre air ne ſoit jamais, ni en aucun Climat, auſſi échauffé qu'il peut l'être par l'eau bouillante; & par conſéquent ſi on a tiré d'un Eſprit de Vin, par une chaleur approchante, tout l'air qu'il aura pu lui donner, cet Eſprit ſera deſormais à l'épreuve de toutes les chaleurs des Païs les plus chauds, on aura une ſureté plus que ſuffiſante.

L'expérience s'eſt parfaitement accordée aux vues de M. de Reaumur. La boule d'un Thermometre étant plongée dans l'eau bouillante, & l'Eſprit de Vin s'étant élevé juſqu'au haut du tube, il a ſcellé le tube avec de la Cire, & enſuite l'a couché preſque horizontalement, afin que l'air, dont la partie conſiderablement la plus grande, étoit contenue dans la liqueur de la boule, s'échappât avec plus de facilité. Il s'eſt formé en effet une groſſe bulle d'air au haut de la boule. M. de Reaumur a remis ſon Thermometre dans la ſituation verticale & ordinaire: alors la bulle de la boule s'eſt élevée le long du tube, & en a gagné le haut qui a été déſcellé pour la laiſſer ſortir. Auſſi-tôt on a remis le Thermometre dans de l'eau qu'on a fait chauffer juſqu'à bouillir, & on l'a reſcellé pour recommencer

même opération, car il la faut recommencer, & pluſieurs fois, toujours de la même façon, pour tirer toujours de nouvel air de la liqueur. Les bulles d'air du haut de la boule, qui diminuent de groſſeur dans les opérations ſucceſſives, promettent que l'air ne ſera pas inépuiſable. Cette diminution eſt ſenſible, tantôt dès les premieres opérations, tantôt plus tard, mais elle va toujours en augmentant, & enfin après un nombre d'opérations, qui va au plus juſqu'à 20, & eſt ſouvent moindre, la liqueur eſt entierement épuiſée d'air, c'eſt-à-dire, de celui qu'elle peut donner par la chaleur de l'eau bouillante. On a beau laiſſer après la derniere opération le Thermometre couché horizontalement, il ne ſe forme plus de bulle d'air dans la boule. Le Thermometre conſtruit à demeure, & ne devant plus être déſcellé, a été ſcellé à la Lampe, au-lieu qu'il ne l'étoit dans les opérations préparatoires qu'avec de la Cire qu'on ôtoit facilement.

Il a donné lieu à deux obſervations importantes, car nous en omettons pluſieurs moins conſiderables, quoiqu'utiles au Sujet embraſſé dans toute ſon étendue.

1°. Le Thermometre à Eſprit de vin purgé d'air a été conforme dans ſa marche à d'autres Thermometres bien règlés, mais dont l'Eſprit de vin, le même en qualité, étoit chargé d'air autant qu'il pouvoit l'être. De-là il ſuit, contre l'opinion de pluſieurs habiles Phyſiciens, que l'air contenu dans l'Eſprit de vin, & par conſéquent, ſelon toutes les apparences, celui des autres liqueurs,

ne

contribue point à leur dilatabilité, du moins ſenſiblement; car s'il y contribuoit, il eſt clair qu'un Thermometre à Eſprit de vin, purgé d'air, ne ſe ſeroit pas tant élevé que les autres par un même degré de chaleur.

2°. Quoique par les opérations ſucceſſives qui ont purgé un Eſprit de vin, il en ſoit ſorti une grande quantité d'air, & telle qu'en faiſant une ſomme de tous les degrés que cet air dégagé a occupés au haut du tuyau, on trouve quelquefois juſqu'à 54 degrés, cependant le Thermometre étant conſtruit, & s'étant mis au degré que lui donnoit la chaleur de l'air extérieur, il n'a été que de $\frac{1}{4}$ de degré plus bas, que ſi l'Eſprit de vin n'avoit pas été purgé.

Cela paroît contraire à ce qui vient d'être dit, car enfin l'Eſprit de vin purgé d'air étoit donc plus bas, moins dilaté, quoique de fort peu, & par conſéquent l'air, qu'il avoit perdu, l'auroit rendu plus dilatable. Voici le dénouement de la difficulté, qui nous jette dans une conſideration, ou plutôt dans une ſuite de conſiderations phyſiques aſſez curieuſes.

Le fait eſt conſtant qu'il y a de l'air dans toutes les liqueurs, elles en exhalent toutes dans la Machine Pneumatique, & on ne les en épuiſe jamais entierement. M. Mariotte a obſervé qu'elles ont une grande facilité à en reprendre, & à s'en charger de nouveau autant qu'il eſt poſſible.

Cependant il y a peu d'affinité à certains égards entre ces deux ſubſtances, l'air & une liqueur quelconque. L'air ſe laiſſe aiſé-

ment comprimer par les poids, & à proportion des poids, du moins dans les expériences que nous pouvons faire, & il ſe dilate à proportion de ce qu'il eſt ſoulagé de cette preſſion. Il ſe dilate auſſi par le chaud, & ſe condenſe par le froid. On a éprouvé que l'eau eſt abſolument incompreſſible par les poids, elle paſſera plutôt en vapeur par les pores d'un vaſe de métal où elle ſera enfermée, que de ſe laiſſer comprimer par de violens coups de marteau, qui feront des enfoncemens au vaſe, & en diminueront la capacité intérieure. Cette eau qui ne s'eſt pas laiſſée comprimer, avoit pourtant beaucoup d'air; & de-là il ſuit que l'air mêlé dans les liqueurs y perd ſa propriété d'être compreſſible par les poids, car ce que nous avons dit de l'eau, il le faut entendre des liqueurs en général qui contiennent toujours beaucoup d'eau, & peut-être ne ſont liqueurs que parce qu'elles en contiennent.

Il y a cependant des cas où l'air des liqueurs eſt compreſſible. Quand M. de Reaumur, au moyen de l'eau bouillante, avoit épuiſé d'air, autant qu'il ſe pouvoit, l'Eſprit de vin de ſon Thermometre, le Thermometre déſcellé & ouvert à l'air extérieur, deſcendoit auſſi-tôt de quelques degrés, ſans que ce mouvement pût être attribué à la température d'air que cet Inſtrument doit marquer. Nous obſerverons même, en paſſant, qu'il ne falloit ouvrir le Thermometre qu'en faiſant un petit trou à la cire qui le ſcelloit, ſans quoi l'irruption de l'air extérieur auroit été trop bruſque & trop impé-

tueu-

tueuſe; & même en ne déſcellant qu'avec la précaution marquée, on voyoit encore des eſpeces de vibrations de la liqueur, qui repouſſée d'abord trop bas, remontoit enſuite comme par une vertu de reſſort, & venoit enfin à s'arrêter à un certain point. Aſſurément ce n'étoit pas dans cette expérience l'Eſprit de vin qui ſe comprimoit par l'entrée de l'air extérieur dans le tube, il falloit que ce fût de l'air raréfié contenu dans cet Eſprit.

L'air des liqueurs y eſt donc en deux états differens; dans l'un il eſt incompreſſible; dans l'autre, capable de compreſſion. Il eſt naturel, & même néceſſaire de concevoir que lorſqu'il eſt incompreſſible, il eſt uni à la liqueur le plus étroitement qu'il ſe puiſſe, & que quand il eſt capable de compreſſion, il eſt à demi dégagé, ſans avoir pu en ſortir; & en effet, il n'eſt en cet état que par une grande chaleur.

Si dans le premier état il ne fait rien à la compreſſibilité des liqueurs, il ne fait rien non plus à leur dilatabilité. L'eau ſe dilate indépendamment de l'air, parce que ſes parties deviennent plus ténues, s'écartent davantage les unes des autres, & ſe répandent dans un plus grand eſpace; ce ſont-là les vapeurs, les brouillards : & cela n'empêche pourtant pas que l'air, qu'il n'eſt pas poſſible de tirer entierement de l'eau, n'ait pu contribuer à la dilater. Pour l'Eſprit de vin qu'on aura purgé de tout l'air qui en peut ſortir par l'eau bouillante, il ne ſe dilatera plus à toute autre chaleur moindre que par

ſa partie huileuſe & ſpiritueuſe, qui de ſa nature eſt ſuſceptible d'extenſion. Peut-être auſſi ſa partie aqueuſe, car il n'eſt pas d'une ſubſtance homogene, comme l'eau, contribue-t-elle de quelque choſe aux grandes dilatations.

La diſtinction des deux états de l'air dans les liqueurs donne l'explication de la difficulté qui avoit été propoſée. Mais cette explication elle-même en demande d'autres. Comment l'air eſt-il devenu incompreſſible dans une liqueur? Ses differentes parties, qui y ſeront ſemées comme on voudra, y ont toujours un certain volume, & tous ces volumes y ſont condenſés au point de ne pouvoir plus l'être davantage: quelle force a été aſſez puiſſante pour les condenſer à ce point-là? nous n'en connoiſſons aucune qui ſoit à beaucoup près capable de cet effet. Il ſuffit qu'une liqueur ſoit préſentée à l'air, elle le prend, s'en imbibe ſans aucune violence & très naturellement. Tout ceci, qui a paru aux Phyſiciens d'une difficulté effrayante, M. de Reaumur a trouvé moyen de le ramener à des idées ſi ſimples & ſi familieres, qu'on ſera peut-être étonné de l'embarras qu'on s'étoit fait.

Une liqueur prend l'air, comme une petite languette de Drap prend & boit l'eau où elle trempe par un bout. L'air mouillé par la premiere ſurface de la liqueur s'incorpore avec elle, il n'a plus que le mouvement de liquidité qu'elle a, & par ce mouvement celui qui étoit à la premiere ſurface eſt porté ailleurs, s'enfonce, ſi l'on veut, dans la liqueur, & il arrive à cette ſurface ſupérieure

re de nouvel air qui se mouille pareillement de la liqueur, s'y mêle, & toujours ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle en ait bu tout ce qu'elle en peut boire.

Tous les interstices que laissoient entre elles les parties propres de l'air se remplissent de la liqueur, & par conséquent le volume de l'air n'en est pas augmenté. C'est ainsi que le volume d'une Eponge ne l'est pas, quoiqu'à compter tout ce qu'elle a pris d'eau dans toutes ses cellules, il se trouvât qu'elle en a pris un volume beaucoup plus grand que celui de sa matiere propre.

Puisque du papier mouillé perd son ressort, & à tel point qu'il ne peut plus porter son propre poids, on concevra sans peine que l'air mouillé perd aussi son ressort, & qu'alors par conséquent il n'est plus ni compressible, ni dilatable. Mais il peut se secher, c'est-à-dire qu'il peut être tiré des interstices de cette liqueur où il s'est insinué, & cela arrive soit lorsque la compression de l'air extérieur devenue moindre, le tient moins renfermé dans la liqueur, soit lorsqu'il survient une chaleur qui agitant plus vivement les particules où la liqueur & l'air sont unis occasionne leur séparation, soit au contraire lorsque le froid rapprochant davantage les unes des autres les parties propres de la liqueur, en chasse & en exprime celles de l'air.

De ces trois cas celui de la chaleur est le seul auquel il faille avoir égard en fait de Thermometres, car leur liqueur ne gele pas, & on a pris ses précautions contre les variations du poids de l'Atmosphere. Quand la cha-

chaleur n'a dégagé qu'à demi l'air de l'Eſprit de Vin, on conçoit naturellement qu'il ſe trouve alors dans toute cette liqueur une infinité de petites bulles d'air ſemées de toutes parts, qui n'en ſortent point, parce qu'elles ne ſont pas encore aſſez agitées, parce qu'elles n'ont pas la force de vaincre la réſiſtance du liquide, &c. C'eſt dans ce cas-là principalement où arrivent les Phénomenes qui pouvoient embarraſſer.

Nous avons vu que quand M. de Reaumur a voulu purger d'air un Eſprit de vin autant qu'il pouvoit l'être par l'eau bouillante, il en avoit tiré par toutes ſes opérations ſucceſſives juſqu'à 54 degrés, ces degrés étant de l'étendue de ceux du tube du Thermometre; & que cependant le Thermometre conſtruit ne s'étoit trouvé que de $\frac{1}{4}$ de degré plus bas qu'il n'eût été ſans cette conſtruction particuliere. Le rapport de 54 à $\frac{1}{4}$ étant celui de 216 à 1, le volume de la liqueur n'a donc par l'extraction de l'air été diminué que de $\frac{1}{216}$. C'eſt la même choſe que ſi d'une Eponge bien imbibée d'eau, & qui repréſente ici l'air, on en retranchoit par la penſée toute ſa ſubſtance propre, certainement le volume d'eau reſtant ſeroit preſque égal à ce qu'étoit le tout auparavant. Il ſuit de-là, non que l'air fût 216 fois plus condenſé dans l'Eſprit de vin que dans l'état où nous le reſpirons, mais que d'un volume total de 217 parties, l'air en occupoit ſeulement 1, & l'Eſprit de vin 216.

M. de Reaumur ne prétend pas avoir encore épuiſé ce ſujet; & en épuiſe-t-on jamais quel-

quelqu'un ? Il prétend ſeulement que quand on voudra le ſuivre plus loin, ſes nouveaux Thermometres ſe trouveront heureuſement fort propres aux expériences qui pourront y être néceſſaires.

Pour revenir à la conſtruction de ces Thermometres, d'où nous nous ſommes un peu écartés par des conſiderations incidentes, M. de Reaumur avertit que quand on veut purger d'air l'Eſprit de vin, on n'eſt pas abſolument obligé de paſſer par le grand nombre d'opérations, qui l'en purgeroient entierement. Ce n'eſt pas que ce grand nombre doive faire tant de peur, ni qu'il demande tant de tems qu'on croiroit d'abord; M. de Reaumur le fait voir: mais un moindre nombre ſuffira, & le peu d'air qui reſtera dans l'Eſprit de vin ne ſera pas capable de troubler jamais ſa marche ſenſiblement. Les objections qu'on a faites de ce chef contre la nouvelle invention, l'Auteur les croit pleinement réſolues par cette conſtruction ſeule bien conçue, ou bien exécutée.

On a fait une autre difficulté, qui pouvoit faire impreſſion, tant par le lieu d'où elle venoit, que par le calcul géometrique dont elle étoit appuyée. Le nouveau Thermometre doit être plus grand & plus gros que les anciens, & contenir plus de liqueur. Le fond de la boule eſt toujours d'autant plus chargé, non-ſeulement qu'une plus grande quantité de liqueur peſe deſſus, mais que la colomne de cette liqueur eſt plus haute, parce que, ſelon les principes de l'Hydroſtatique, quoique le diametre du tube ſoit beaucoup plus petit que celui de

la

la boule, le fond de la boule eſt auſſi chargé que s'il l'étoit par une colomne de liqueur dont le diametre ſeroit dans toute ſa longueur égal à celui de la boule. Lorſque dans le nouveau Thermometre la liqueur eſt à ſa plus grande élevation, cette charge peut faire un effort de 130 livres, & il eſt à craindre que la boule qui n'eſt pas d'un verre plus fort que dans les Thermometres commus, ne caſſe. M. de Reaumur s'eſt raſſuré contre cette crainte par des expériences, ſoit en faiſant élever la liqueur par l'eau bouillante plus haut qu'elle ne fera jamais dans les grandes chaleurs d'aucun Climat, ſoit en employant des boules fort éloignées de la figure ſphérique, & par conſéquent beaucoup moins capables de réſiſter.

On pourroit dire qu'une plus grande charge, ſans caſſer la boule, la dilateroit, ce qui feroit baiſſer la liqueur dans le tuyau, & par conſéquent donneroit une marque trompeuſe. Mais M. de Reaumur a encore trouvé que cet inconvénient étoit nul. Quand le Thermometre eſt dans ſa poſition ordinaire, qui eſt la verticale, la boule eſt la plus chargée qu'elle puiſſe être, & par conſéquent dilatée ſi elle peut l'être par cette cauſe. En inclinant le tuyau juſqu'à le rendre preſque horizontal, on ſoulage la boule de preſque tout le poids qu'elle portoit; elle ſe reſſerrera donc, & le Thermometre étant promptement redreſſé, la liqueur y ſera plus haute qu'elle n'étoit auparavant. C'eſt cependant ce qui n'arrive point: preuve certaine que de ce chef, la boule ni ne ſe dilate, ni ne ſe reſſerre.

SUR-

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE L'AIMAN. *

C'Est ici une matiere dont on ne verra de longtems le bout, ſi on le voit jamais, & ſi on le voit d'aucune autre. M. du Fay continue les recherches ſur l'Aiman, dont nous avons parlé en 1728 † & en 1730 ‡; & par de nouvelles expériences, dont nous omettrons le détail, auſſi-bien que la deſcription des Machines qu'il a été obligé d'inventer, il étend préſentement, ou éclaircit, ou modifie ce qu'il avoit avancé.

Il s'agit de deux Queſtions.

1°. Dans un même Aiman un Pole a-t-il conſtamment plus de vertu attractive que l'autre?

2°. Une plus grande vertu attractive n'emporte-t-elle pas la vertu de ſoutenir un plus grand poids?

Nous avons déja dit en 1730, que M. du Fay n'admet qu'un Courant de la matiere Magnétique, qui entre dans la Terre, comme en tout autre Aiman, par le Nord, & en ſort par le Sud pour rentrer par le Nord, & par conſéquent le Pole Boréal eſt toujours le Pole d'*entrée*, & l'Auſtral toujours le Pole de *ſortie*; ce qui détermine nettement les dénominations des deux Poles, in-

* V. les M. p. 588.
† p. 1. & ſuiv. ‡ p. 1. & ſuiv.

indépendamment de toute autre conſideration, qui pourroit y mettre de l'équivoque. On a cru, après Deſcartes, que le Pole Boréal d'un Aiman avoit plus de vertu attractive que l'autre, & cela parce qu'il étoit plus proche du Pole Boréal du Monde : raiſon qui paroît aſſez légere. Quoique M. du Fay l'eût combattue en 1730 par une expérience qui pouvoit ſuffire, il n'a pas voulu s'en tenir là, car le fait pouvoit être vrai, & avoir une autre cauſe. Il étoit important de ſavoir ſi les deux Poles d'un Aiman ſont inégaux en vertu.

On auroit peut-être de la peine à croire combien il fut difficile d'imaginer des expériences qui menaſſent ſurement à une concluſion. Enfin après avoir remédié à tous les inconvéniens qui ſe préſentoient, & apporté les attentions les plus ſcrupuleuſes, M. du Fay en approchant par degrés exactement meſurés un même Aiman de deux Aiguilles aimantées toutes pareilles, à la longueur près, qui étoit de 6 pouces dans l'une, & de 4 dans l'autre, trouva toujours que le Pole d'entrée de l'Aiman placé ſucceſſivement à la même diſtance de l'une & de l'autre Aiguille en attiroit plus fortement le bout, ou lui faiſoit décrire un plus grand arc de Cercle que ne faiſoit le Pole de ſortie, quand c'étoit à la plus longue Aiguille qu'on préſentoit l'Aiman, & qu'au contraire quand c'étoit à la plus courte, le Pole de ſortie étoit le plus fort. A toutes les differentes diſtances, & même avec pluſieurs Aimans differens, les effets ſuivoient la même Règle.

On

On a dit en 1730, pourquoi dans l'hypotheſe d'un ſeul Courant de la matiere Magnétique, le Pole de ſortie d'un Aiman doit naturellement être le plus fort. Je dis *naturellement*, car un Aiman peut être inégalement, Aiman en ſes differentes parties, il en aura de plus terreſtres, de moins diſpoſées à laiſſer paſſer librement la matiere Magnétique. Si un Aiman avoit agi de la même maniere ſur les deux Aiguilles, ſi ſon Pole d'entrée avoit été le plus fort à l'égard des deux, on auroit pu croire que le vice étoit en lui, que ſa conſtitution particuliere tranſpoſoit l'inégalité naturelle de ſes Poles; mais il agiſſoit ſur la petite Aiguille comme il le devoit: le vice n'étoit donc ni en lui, ni dans la petite Aiguille, mais dans la grande, & cela eſt d'autant plus certain qu'avec des Aimans differens, c'étoit encore la même choſe. Il ſuit de-là que les deux bouts d'une Aiguille aimantée, &, ce qui revient au même, les deux Poles d'un Aiman, pouvant être plus forts ou plus foibles par eux-mêmes, & indépendamment de leur direction vers le Nord ou vers le Sud, il n'eſt pas poſſible de rien établir de général, ni de certain ſur ce ſujet.

Dans le cours des expériences, dont nous avons rapporté le réſultat, M. du Fay obſerva qu'à meſure qu'il approchoit d'une Aiguille, qui tournoit ſur ſon Pivot, la pierre d'Aiman, cette Aiguille toujours plus attirée décrivoit un plus grand arc de Cercle, aſſez proportionné d'abord aux differentes diſtances de l'Aiman; mais qu'enſuite cet arc devenoit tout d'un coup beaucoup plus grand qu'il n'eût

n'eût dû être ſelon cette proportion, après quoi le mouvement de l'Aiguille ſe remettoit aſſez dans la proportion juſqu'à la fin. Pourquoi ce ſaut bruſque de l'Aiguille vers le milieu de ſon mouvement? cela vient de la differente poſition de l'Aiguille à l'égard du Tourbillon de l'Aiman. D'abord l'Aiman étant éloigné, le Tourbillon n'atteignoit l'Aiguille qu'au milieu de ſa longueur, & la moitié de cette longueur étoit le bras de levier par lequel agiſſoit la vertu attractive de l'Aiman. Ce bras changeoit peu, s'allongeoit peu pendant un tems. Mais l'Aiman étant beaucoup plus proche, & le bout de l'Aiguille fort enfoncé dans le Tourbillon, tout d'un coup le bras de levier étoit preſque toute la longueur de l'Aiguille, & par conſéquent l'action de la vertu attractive en étoit ſubitement & très conſiderablement fortifiée, & après cela elle ne pouvoit plus l'être de la même maniere. Ce qui confirme bien cette explication, c'eſt que cette irrégularité apparente n'étoit bien marquée que dans les longues Aiguilles qui pouvoient fournir des bras de levier fort ſenſiblement inégaux.

Lorſqu'on a aimanté une Aiguille ou une Lame d'Acier, en la paſſant ſur une Pierre d'Aiman, & qu'on lui a donné les deux differens Poles ſelon le ſens dont on l'a paſſée, il n'y a qu'à la paſſer ſur la même Pierre une ſeconde fois en ſens contraire, le Pole qui étoit d'entrée devient auſſi-tôt celui de ſortie. Par cette opération, M. du Fay a eu beau changer & rechanger les Poles d'une Lame,

Lame, le même bout qui s'étoit trouvé une fois avoir plus de vertu attractive, la conſervoit toujours, & à peu près dans la même proportion, ſoit qu'il fût Pole d'entrée ou de ſortie, ſoit, ce qui eſt la même choſe, qu'il ſe dirigeât au Nord ou au Sud. C'étoit donc uniquement quelque diſpoſition intérieure de cette Lame qui donnoit plus de vertu à l'un de ſes bouts; &, ce qui le prouve encore, il ſe trouvoit d'autres Lames toutes pareilles, dont les deux bouts n'avoient point cette inégalité de vertu.

Il eſt fort naturel de croire qu'une plus grande vertu attractive eſt liée avec celle de ſoutenir un plus grand poids, ou plutôt que ces deux vertus ne ſont que la même; car pourquoi un Aiman ſoutient-il un poids qui de lui-même tomberoit, ſi ce n'eſt parce qu'il l'attire, & ſe l'attache par cette attraction, & ne ſe l'attache-t-il pas davantage, ou, ce qui revient au même, ne doit-il pas ſoutenir un plus grand poids, à proportion que cette attraction eſt plus forte? Cependant les expériences de M. du Fay lui ont appris que le Pole qui attiroit de plus loin n'étoit pas toujours celui qui levoit le plus grand poids. Il en a été ſurpris d'abord, & a ceſſé de l'être en y penſant un peu. Un Tourbillon Magnétique eſt compoſé de petits Torrens, de filets, qui agiſſent & ſelon leur quantité plus ou moins grande, & ſelon qu'ils ſont plus ou moins ſerrés les uns contre les autres. C'eſt par une plus grande quantité préciſément qu'ils ſoutiennent un plus grand poids, c'eſt par une plus grande

union qu'ils attirent de plus loin. On voit assez ce qui résulte de cette distinction. La Nature en sait bien faire une infinité d'autres, & de plus fines, dont notre Raison ne s'avise point, si elle n'est avertie par les faits, & dont elle ne s'avise pas toujours quoiqu'avertie.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

LE P. Dom Halley, Prieur des anciens Bénédictins de Lessay proche Coutances, a écrit à M. de Mairan que le 3 Juin sur le soir, le jour suivant au matin, & le même jour au soir, il y avoit eu à Lessay des Tonnerres extraordinaires. Tout le Ciel étoit en feu depuis l'Horizon jusqu'au Zénit : on voyoit, ainsi que dans un feu d'artifice, le jeu d'une infinité de fusées volantes : il tomboit de toutes parts comme des gouttes de métal fondu & embrasé, & le spectacle eût été charmant sans la violence des coups de tonnerre, qui causoient de l'effroi aux plus hardis. Les édifices en étoient ébranlés, quelques-uns furent réduits en cendres, & des Bestiaux tués. Cependant la pluye ne fut pas des plus abondantes, au contraire la sechereſſe, dont on se plaignoit, continua toujours. Apparemment elle avoit beaucoup contribué

tribué à ce terrible Météore; les exhalaisons sulphureuses n'ayant point été détrempées, comme à l'ordinaire, s'étoient amassées en plus grande quantité, & avoient pris feu avec toute la force dont elles sont capables.

II.

Le 15 Juin il y eut dans la Ville de Cavaillon, entre 10 & 11 heures de nuit, un si grand tremblement de Terre, qu'il sembloit que toute cette Ville allât être entierement renversée. Le Dôme de la Porte de la Couronne tomba. On ne se souvenoit point d'avoir jamais vu de tremblement de terre à Cavaillon.

III.

Il y a à Marseille une Tour située sur le haut d'une Colline, & où une Cloche de 6 pieds de diametre est suspendue sur deux barres de Fer longues de 3 toises, épaisses de 3 ½ pouces, & posées horizontalement de l'Est à l'Oüest. Suivant les Archives de la Ville, il y a environ 420 ans qu'elles ont été mises au haut de cette Tour, retenues par les deux bouts dans les épaisseurs de deux piliers d'une pierre de taille assez tendre.

M. Chevalier, Ingénieur à Marseille, travaillant à un Plan de la Ville, monta au haut de la Tour, & remarqua qu'aux deux bouts des barres de Fer, & dans les piliers qui les portent, il y avoit une épaisseur de Rouille assez considerable, qui s'étoit formée du fer & de la pierre, & il jugea que cette Rouille

pouvoit bien avoir été convertie en Aiman, comme il étoit arrivé à Chartres & à Aix. Il en fit détacher un morceau avec un marteau, & il fut convaincu ſur le champ que ſa conjecture étoit vraye, car les petites parties qui s'étoient rompues autour du morceau, en le détachant de la barre, y demeuroient attachées, & s'y hériſſoient comme la limaille de Fer ſur l'Aiman. Il reconnut enſuite cette matiere pour un excellent Aiman, par la quantité de limaille dont elle ſe chargeoit.

M. du Fay, à qui cette Relation a été adreſſée, en a fait voir à l'Académie deux morceaux d'égale bonté à peu près, & d'une force aſſez uniforme dans toutes leurs parties. Il a détaché de l'un le poids d'un peu plus de 3 gros $\frac{1}{2}$, & ce petit morceau, quoique brut, & ſans avoir aucune de ſes faces applanie, ſe ſoutient contre du Fer, & par conſéquent doit être mis au rang des meilleurs Aimans. Extérieurement il reſſemble à du Fer rouillé, & rongé par les injures de l'air; mais intérieurement il eſt de la couleur de l'Aiman de la Chine, & brillant dans les caſſures. Il eſt diſpoſé en lames aiſées à ſéparer. Il ſe lime très difficilement, & paroît auſſi dur que l'Aiman ordinaire; cependant on le caſſe ſans peine. Enfin lorſqu'il eſt travaillé, il ne conſerve plus aucunes marques de ſon premier état, & n'eſt plus qu'un Aiman d'une très bonne qualité.

Voilà donc du Fer qui s'eſt changé en Aiman. Il ſemble juſqu'à préſent que les conditions néceſſaires pour cette métamorphoſe ſont

ſont, que le Fer qui la doit recevoir ſoit environné de pierre, & que les lieux où elle ſe fera ſoient élevés, car les barres de la Cloche de Marſeille étoient 58 Toiſes au-deſſus du Niveau de la Mer, & les deux autres exemples que l'on connoit, appartiennent à des Clochers. Mais peut-être nous preſſons-nous trop de conjecturer.

IV.

Nous avons rapporté en 1719 * le fait peu vraiſemblable & bien atteſté d'un Crapaud trouvé vivant & ſain au milieu du Tronc d'un aſſez gros Orme, ſans que l'Animal en pût jamais ſortir, & ſans qu'il y eût aucune apparence qu'il y fût jamais entré. M. Seigne de Nantes a écrit préciſément le même fait à l'Académie, à cela près qu'au-lieu d'un Orme, c'étoit un Chêne plus gros que l'Orme, ſelon les meſures qu'il en donne, ce qui augmente encore la merveille. Il juge par le tems néceſſaire à l'accroiſſement du Chêne, que le Crapaud devoit s'y être conſervé depuis 80 ou 100 ans, ſans air & ſans aliment étranger. M. Seigne ne paroît pas du tout avoir connu l'autre fait de 1719, & l'extrême conformité du ſien en eſt d'autant plus frappante.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

*Les

* p. 49.

* Les Observations Météorologiques de M. Cassini en 1730, comparées à quelques autres faites en differens lieux.

† Et celles de M. Maraldi pour l'année 1731.

‡ Les Observations de quelques Aurores Boréales par M. de Mairan.

ANATOMIE.

SUR L'OPERATION LATERALE DE LA TAILLE. ‡

NOUS avons dit en 1728 § quelles sont les quatre Opérations pratiquées jusqu'à présent pour la Taille, & nous en avons fait d'après un Livre de M. Morand une petite Histoire abregée, qui se termine par le changement qui commençoit à se faire en Angleterre à l'égard des differentes Méthodes successivement éprouvées; on abandonnoit alors le *Haut Appareil* pour l'*Opération laterale* de M. Rau.

M. Morand continue ici cette Histoire, dont une partie s'est passée sous ses yeux, lorsqu'il étoit à Londres où l'avoit attiré la curiosité de voir opérer le fameux M. Cheselden, & de s'instruire avec lui. Ce grand Chirur-

* V. les M. p. 1. † p. 719.
‡ p. 531. ‡ V. les M. p. 205.
§ p. 36. & suiv.

Chirurgien, quoique content du Haut Appareil, voulut auſſi éprouver l'Opération laterale, parce qu'on ne peut trop en matiere ſi importante ſe tourner de tous les côtés; & il eut de ſi grands ſuccès que M. Morand revint en France, très perſuadé des avantages de l'Opération laterale, qui lui furent encore confirmés par tout ce qu'il en apprit dans la ſuite.

Cette Opération avoit eu le malheur de débuter très mal à Paris, où feu M. Mery l'avoit rudement condamnée; & elle le méritoit par la maniere incertaine, périlleuſe, & preſque aveugle, dont la pratiquoit le Frere Jaques, ſon premier Auteur. Mais il ſe corrigea, ſe perfectionna, ſoit par ſes réflexions, ſoit par des conſeils; il réuſſit en Hollande avec tant d'éclat, qu'on lui rendit des honneurs publics, & enfin M. Rau adopta ſa Méthode, ou du moins en prit le fond. C'eſt de-là qu'elle a paſſé en Angleterre, revêtue du nom de M. Rau. Nous ne touchons que le plus légerement qu'il ſoit poſſible tous ces points, & quelques autres, traités avec toute l'étendue néceſſaire dans le Mémoire de M. Morand: notre intention n'eſt que d'en venir à ce que le Mémoire ne dit pas, & qu'il eſt cependant important que le Public ſache.

M. Morand, convaincu de la bonté de l'Opération laterale & par le grand nombre des ſuccès de M. Cheſelden, & par les études qu'il avoit faites ſur beaucoup de Cadavres, & par une recherche exacte de tout l'hiſtorique qui appartenoit à cette matiere, ſe met, avec l'aveu de ſes Supérieurs, à pratiquer

cette Opération dans Paris. M. Perchet, un de ſes Confreres, en fait autant, & de ſeize perſonnes taillées de cette maniere, quatorze ſont parfaitement guéries, quoique de ces quatorze il y en eût quatre qui au tems de la Taille étoient en très mauvais état. Les Supérieurs, le Premier-Miniſtre même, applaudiſſent. L'Académie a vu onze de ces guéris, & elle a vérifié leurs cicatrices; les trois autres étoient retournés chez eux. Mais après cela M. Morand taille en 1731 deux Malades connus dans le monde, l'un principalement, & tous deux meurent le 6me jour. Il s'éleve un cri dans Paris contre la nouvelle Opération. On n'avoit pas entendu parler de toutes les Cures précédentes, mais tout le monde ſait qu'il s'eſt fait deux meurtres conſécutifs. M. Morand obtint que les deux Cadavres fuſſent ouverts en préſence de Médecins & de Chirurgiens, & ils atteſterent en forme ce qu'ils avoient vu dans les Reins & dans la Veſſie, c'eſt-à-dire des cauſes de mort ſenſibles, & indépendantes de l'Opération, qui ſe trouva bien faite de part & d'autre. L'Académie vit les mêmes pieces, & en jugea de même. M. Morand, bien muni de faits & de raiſons juſtificatives, publia le tout dans des Ecrits imprimés, qui par cette raiſon n'entrent point dans le Mémoire qu'il donne préſentement. Si nous en rappellons le ſouvenir, c'eſt moins pour ſon interêt que pour celui du Public, à qui il importe qu'une bonne Opération ne tombe pas dans le décri, parce qu'il lui ſera arrivé, ainſi qu'il eſt preſque abſolument inévitable,

vitable, quelques malheurs d'éclat, dont des jalouſies particulieres tâcheront de profiter.

SUR LE CHANGEMENT DE FIGURE DU COEUR DANS LA SYSTOLE.

LE Sang de toutes les parties du Corps rapporté par les Veines dans les deux Oreillettes du Cœur, l'une droite, l'autre gauche, n'y ſéjourne qu'un inſtant, pendant lequel ces deux Vaiſſeaux le tiennent renfermé au moyen de certaines Valvules, qui ne lui permettent pas de ſortir. Mais dans l'inſtant ſuivant elles le lui permettent en s'abbaiſſant vers la pointe du cœur, & s'applattiſſant vers ſes parois, au-lieu qu'elles étoient auparavant tendues & ſoulevées ; alors le ſang entre dans les deux Ventricules, qui s'ouvrent & ſe dilatent pour le recevoir. C'eſt-là la Diaſtole du Cœur. Enfin il faut que le ſang ſorte des Ventricules pour entrer dans les Arteres qui alors ſe dilatent, & ont leur Diaſtole, & cela ſe fait par la contraction ou Syſtole du Cœur, qui en diminuant la capacité des Ventricules en chaſſe le ſang. Ce que nous avons appellé le premier inſtant eſt le même que ce dernier, qui ne doit pas être pris pour un troiſieme ; dans le moment de la Syſtole du Cœur, les Valvules doivent empêcher que le ſang contenu

dans les Oreillettes n'en ſorte pour tomber dans les Ventricules, lorſqu'ils doivent ſe vuider du ſang qu'ils contiennent déja. Le moment de la Syſtole du Cœur eſt auſſi le même que celui de la Diaſtole des Arteres, pendant lequel on ſent leur battement. Le Cœur étant certainement un Muſcle, quoique d'une conſtruction particuliere, on compte ſa Diaſtole ou relâchement pour ſon état naturel, & ſa Syſtole pour un état en quelque ſorte forcé par l'intervention d'une cauſe étrangere, tels que ſeroient les Eſprits Animaux.

Lorſque le Cœur, qui étoit en Diaſtole, vient à être en Syſtole, il faut néceſſairement qu'il change de figure pour ce ſecond inſtant, & que par ce changement il chaſſe le Sang hors de ſes Ventricules. Ce qui s'offre d'abord à l'eſprit, c'eſt que le Cœur s'accourcira, c'eſt-à-dire, que la ligne qui va de ſa baſe à ſa pointe diminuera de longueur: mais il eſt poſſible auſſi que la ligne qui diminuera ſera la perpendiculaire à cette premiere, celle qui paſſe par le milieu des deux Ventricules, auquel cas le Cœur ſe rétrécira; il eſt viſible que de l'une & de l'autre façon le Sang ſera pouſſé hors des Ventricules. Dans le cas où le Cœur ſe raccourcit, on conçoit qu'il doit en même tems s'élargir; & dans le cas où il ſe rétrécit, on conçoit qu'il doit s'allonger; & qu'ainſi les deux cas du raccourciſſement & du rétréciſſement ſont oppoſés, & incompatibles: mais en y faiſant un peu d'attention, on voit qu'abſolument le Cœur peut s'accourcir ſans s'élargir, ou ſe rétrécir ſans s'allon-

longer, qu'il peut même se contracter en tous sens à la fois, comme feroit une Sphere d'une matiere spongieuse, dont tous les diametres s'accourciroient ensemble, & également. Il se forme des opinions differentes, lorsqu'entre ces differentes manieres, dont il est possible que la Systole se fasse pour produire l'effet qu'elle produit certainement, on en choisit quelqu'une à l'exclusion des autres.

A Montpellier il s'éleva sur cette matiere une contestation entre deux Prétendans à une Chaire de Professeur en Médecine: l'un soutenoit que dans la Systole le Cœur s'accourcit, l'autre qu'il s'allonge, & la Question fut proposée à l'Académie des Sciences.

M. Hunaud, que l'on chargea d'un examen particulier, commença par ramasser les autorités des Anatomistes les plus célèbres. Harvé, Lower, Stenon, M. Vieussens, sont pour le raccourcissement; Schelegelius, Borelli, & quelques autres encore sont pour l'allongement, ou simplement nient le raccourcissement. Sur-tout M. Winslow, dans un Mémoire imprimé en 1725 parmi ceux de l'Académie, a semblé se déclarer pour ce dernier parti, puisqu'il traite d'*erreur* l'opinion que le Cœur s'accourcisse dans la Systole. Son autorité faisoit une grande partie de la force de celui des deux Disputans, à qui elle étoit favorable.

On vint ensuite à l'expérience. M. Hunaud examina & fit voir les Cœurs de plusieurs Animaux ouverts en vie, Chiens,

Chats, Pigeons, Lapins, Carpes, Grenouilles, Viperes. Cette voye, qui eſt en général la plus ſure, ne l'eſt pas tant ici. Les Cœurs de ces Animaux dans l'état où on les prend, ont des mouvemens ſi irréguliers, ſi changeans, ſi convulſifs, tantôt ſi lents, tantôt ſi précipités, qu'il eſt très difficile de ſavoir bien préciſément ce qu'on voit, & ceux qui n'avoient pas les yeux bien accoutumés à ces ſortes de ſpectacles n'oſoient rendre aucun témoignage poſitif. Pour M. Hunaud il aſſura, ſans héſiter, qu'il voyoit toujours le Cœur ſe raccourcir.

Il ne faut point ſe croire engagé d'honneur à ſoutenir ce qu'on a avancé, ſeulement parce qu'on l'a avancé; il y auroit bien plus d'honneur à s'en dédire: mais il eſt très légitime de ne ſe pas laiſſer imputer plus que ce qu'on a dit, & de ſe renfermer dans ces bornes. M. Winſlow, que l'on regardoit comme obligé à ſoutenir l'allongement du Cœur, ne l'étoit pas, à parler exactement; il n'étoit pas vrai, ſelon lui, que le Cœur ſe raccourcît dans la Syſtole, & il étoit vrai qu'il ſe rétréciſſoit: mais il pouvoit ſe rétrécir ſans s'allonger, & cela ſuffiſoit à M. Winſlow.

Il avoit été autrefois dans l'opinion la plus commune, mais ayant fait attention à une remarque de l'illuſtre Alphonſe Borelli, que les fibres longitudinales du Cœur, celles qui vont de la baſe à la pointe, ſont en beaucoup moindre quantité que les tranſverſes, il conçut que dans la Syſtole c'étoient donc les tranſverſes qui faiſoient le plus grand effet, &

& que par conſéquent leur contraction ou raccourciſſement devoit rétrécir le Cœur, tandis que la contraction des longitudinales pourroit ne pas l'accourcir. Il faut entendre ici par fibres longitudinales & tranſverſes, non-ſeulement les directes, mais encore les obliques.

Tandis qu'on en étoit là dans l'Académie, M. Baſſuel, Chirurgien de Paris, y vint lire ſur ce ſujet un Mémoire qui fut écouté avec aſſez de ſatisfaction. Il tenoit pour le raccourciſſement du Cœur, & ſe fondoit principalement ſur le jeu des Valvules.

Poſées, comme elles ſont, de chaque côté du Cœur, entre l'Oreillette & le Ventricule correſpondant, il eſt certain que leur fonction eſt de laiſſer tomber le Sang de l'Oreillette dans le Ventricule pendant la Diaſtole du Cœur, & d'empêcher pendant la Syſtole que le Sang ne continue de tomber ainſi, parce que le Ventricule trop plein ne permettroit pas au Cœur de ſe contracter, & de pouſſer dans l'Artere correſpondante le Sang que le Ventricule contient. Pour cela, il faut que les Valvules s'abbaiſſent dans la Diaſtole, & ſe relevent dans la Syſtole, de maniere à fermer les Oreillettes, & à en empêcher la communication avec les Ventricules. Le mouvement des Valvules dépend des filets tendineux, auxquels elles ſont attachées, & qui partent de certaines colomnes charnues vers la pointe du Cœur. Quand ces filets qu'on peut d'abord ſuppoſer lâches, le deviennent moins, par quelque cauſe que ce ſoit, ils tirent les Valvules en en-bas, les

appliquent contre les parois du Cœur, de ſorte que le Sang paſſe librement des Oreillettes dans les Ventricules. Quand au contaire les filets ſont plus lâches, ils permettent aux Valvules de ſe détacher des parois, elles remontent, & ſe placent entre elles de la maniere néceſſaire à fermer l'iſſue de leurs Oreillettes. Il eſt viſible que le premier mouvement des Valvules ſe fait dans la Diaſtole, & le ſecond dans la Syſtole. Donc le moment de la Syſtole eſt celui où les filets tendineux ſont relâchés. Or ils le ſont quand la pointe du Cœur s'approche de ſa baſe, car alors ils deviennent trop longs pour pouvoir tirer les Valvules en en-bas: donc le moment de la Syſtole eſt celui où la pointe du Cœur s'approche de ſa baſe, & il faut qu'elle s'en approche, afin que dans ce moment-là le Sang des Oreillettes ne tombe pas dans les Ventricules. Donc le Cœur s'accourcit dans la Syſtole.

Cela ſe peut confirmer par une obſervation que l'on fait ſur les Cœurs morts. Les Valvules y ſont appliquées contre les parois, ainſi qu'elles doivent l'être, pour laiſſer tomber le Sang dans les Ventricules; & l'on voit à l'œil que pour les relever, il faudroit que les filets tendineux, qui les avoient abbaiſſées par leur accourciſſement, vinſſent à s'allonger, ou à devenir lâches, ce qui arriveroit ſi la pointe du Cœur s'approchoit de la baſe. Les Valvules qui étoient demeurées dans l'état où la Diaſtole les mettoit, ſe ſeroient donc relevées dans la Syſtole ſuivante par le raccourciſſement du Cœur.

L'ex-

L'expérience, que M. Baſſuel rapporte de Lower, étoit encore plus déciſive. Lower, après avoir rempli d'eau un Ventricule, preſſoit le Cœur du côté de ſa pointe pour le raccourcir un peu, & on voyoit auſſi-tôt les Valvules ſe hauſſer, & s'ajuſter enſemble de façon à ne laiſſer point ſortir la liqueur qui étoit au deſſous d'elles. L'effet étoit encore mieux marqué, & plus complet, quand M. Baſſuel ajoutoit une légere preſſion du côté de la baſe, & une autre laterale.

Il a renverſé auſſi l'expérience de Lower, en allongeant par quelques petits artifices aſſez délicats, & en preſſant enſuite un Cœur dont un Ventricule étoit plein d'eau; l'eau en eſt ſortie très facilement, & s'eſt jettée dans l'Oreillette. La Syſtole feroit refluer de même le Sang dans les Oreillettes, ſi le Cœur s'allongeoit.

Ce qui fait conclurre ici que le Cœur ne s'allonge point, ou s'accourcit dans la Syſtole, c'eſt que l'état des Valvules, qui doivent alors être élevées, demande que leurs filets tendineux ſoient relâchés, ou plus longs; & ce raiſonnement ceſſe, ſi dans ce même tems, ces filets peuvent n'être pas plus longs. Or M. Winſlow croit que ces filets peuvent ne l'être pas, & qu'il ſuffiroit que les colomnes, qui leur ſervent de baſe, s'allongeaſſent dans la Syſtole.

On peut répondre auſſi aux expériences de Lower, & de M. Baſſuel, que quand dans un Ventricule rempli d'eau, & enſuite comprimé, parce qu'on a rapproché la pointe du Cœur de ſa baſe, les Valvules ſe ſou-

le-

levent, & ferment le Ventricule, ce n'eſt-là qu'une ſuite du mouvement imprimé à l'eau, par lequel elle remonte un peu, & éleve les Valvules qu'elle rencontre en ſon chemin. Les filets leur permettent ce jeu, mais ils n'en ſont pas la cauſe.

Nous n'avons point parlé d'un article, qui n'a pas laiſſé d'être touché. Dans le moment de la pulſation des Arteres, qui eſt celui de la Syſtole, on ſent le Cœur qui vient battre contre les Côtes, & on juge que c'eſt par ſa pointe qu'il bat. Il eſt aſſez naturel de croire qu'il s'eſt donc allongé, & qu'il étoit plus court, ou qu'il avoit ſa pointe plus proche de ſa baſe, dans le moment précédent où cette pointe ne touchoit pas aux Côtes. Donc le Cœur s'allonge dans la Syſtole. La concluſion ſeroit bien ſure, ſi le Cœur étoit fixe & inébranlable dans une place; mais il ne l'eſt pas, les Vaiſſeaux, avec leſquels il a connexion, lui ſouffrent un peu de mouvement. M. Winſlow avoit déja dit ailleurs, que la maſſe du Cœur peut gliſſer dans le Péricarde dont elle eſt envelopée, & M. Baſſuel prouvoit par des expériences que chacun peut faire ſur ſoi-même, combien la poſition de cette partie peut varier.

Il faut avouer que tout ceci n'aboutit qu'à des incertitudes: mais les incertitudes ſont des eſpeces de lumieres qui peuvent mener à la connoiſſance du vrai, au-lieu que des déciſions hardies & précipitées nous en éloigneroient. Il ne faut pas que l'Académie des Sciences abuſe de ſon nom & de ſa réputation, pour décider trop vîte.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

M. HELVETIUS a fait part à l'Académie d'un fait arrivé au Bourg de la Tour de Treſme, Bailliage de Gruyere, dans le Canton de Fribourg, dont il a produit, & une Lettre de M. Michel Docteur en Médecine en ce païs, & un témoignage authentique, pardevant Notaires, de gens qui ont vu ; car la choſe méritoit d'être auſſi exactement vérifiée.

En 1723, Mᵉ. Flandrin Sage-femme, de la Ville de Bulle, fut appellée pour accoucher Marguerite François, femme de Claude Magnin, de la Tour de Treſme, groſſe de ſon premier Enfant, à l'âge de 48 ans. La tête de l'Enfant ſe préſentoit au paſſage qui ſe trouvoit trop étroit. La Sage-femme ayant fait inutilement, pendant un jour & une nuit, toutes les tentatives poſſibles, conſulta M. Michel, qui ordonna de ſon côté tout ce qui pouvoit aider à cauſer des épreintes, & fortifier la Mere. Rien ne réuſſit. Le 4ᵐᵉ jour de ce cruel travail, l'Enfant ayant été ondoyé ſous condition, M. Michel fut d'avis que la Sage-femme le tirât avec un Crochet, ou que ſi elle ne le pouvoit pas, elle le fît reculer pour le tirer par pieces. Ces terribles expédiens lui avoient réuſſi en quelques autres occaſions, mais dans celle-ci elles les tenta ſans ſuccès. Enfin il ne reſtoit plus que le plus terrible de tous,

tous, l'opération Céſarienne, qui fut réſolue le 7me jour. La Sage-femme la fit avec tant de dextérité & de courage, que la Malade fut délivrée ſans aucun accident. Deux mois après, elle alla remercier M. Michel, & elle a toujours joui enſuite d'une parfaite ſanté.

M. Michel ajoute, que cette Sage-femme eſt fille de M. Savary, très habile Chirurgien de la Ville de Fribourg; qu'elle avoit déja fait l'opération Céſarienne à trois femmes, un moment après leur mort, & que les Enfans avoient eu Baptême; qu'elle avoit pour la Chirurgie un talent héréditaire, dont elle avoit fait uſage dès ſa premiere jeuneſſe, & donné en pluſieurs occaſions des preuves éclatantes.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Petit le Chirurgien, ſur la maniere d'arrêter les Hémorragies.

† Les Expériences de M. de Maupertuis ſur les Scorpions.

* V. les M. p. 122.
† V. les M. p. 317.

CHI-

CHIMIE.

*SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE VEGETATIONS METALLIQUES.**

IL a déja été parlé de Végétations Métalliques dans les Mémoires de 1710 †, & dans l'Hiſtoire de 1722 ‡; mais celles dont nous allons parler en ſont tout-à-fait differentes, non ſeulement par leur figure, qui ne paroît pas d'abord mériter ſi bien le nom de *Végétation*, mais par la maniere dont elles ſe forment. Elles ſont dûes à des expériences nouvelles de M. de Condamine.

Il a mis ſur une Agate polie, ou ſur un Verre, poſés horizontalement, un peu de Solution d'Argent, faite à l'ordinaire par l'Eſprit de Nitre: au milieu de cette liqueur épanchée, qui n'avoit que très peu d'épaiſſeur, il a placé un Clou de fer par la tête. Dans l'eſpace de quelques heures il s'eſt formé autour de cette tête de Clou un très grand nombre de petits filets d'Argent, qui, à meſure qu'ils s'éloignoient du centre commun, diminuoient toujours de groſſeur, & ſe diviſoient en plus petits Rameaux. C'eſt-là ce qui avoit l'air de Végétation. Car quoiqu'elle

* V. les M. p. 655.
† p. 556. ‡ p. 41.

le ne s'élevât pas comme les autres, & ne fût qu'horizontale, il lui suffisoit de ressembler aux Plantes rampantes.

M. de la Condamine juge avec beaucoup de vraisemblance, que la cause générale de ce fait est ce principe si bien établi en Chimie, qu'un Dissolvant qui tient un Métal dissous l'abandonne, dès qu'on lui présente un autre Métal, qu'il dissoudra plus facilement. Ici le Nitre a abandonné l'Argent pour aller dissoudre du Fer, ou la tête de Clou, & de-là s'en est ensuivi le reste qui sera examiné plus en détail. Mais sans aller plus loin, on peut déja conclurre de ce principe, qu'on fera la même expérience sur tous les autres Métaux, en substituant à la Solution d'Argent, une Solution d'un Métal quelconque, & au Fer un Métal plus aisé à dissoudre par le Dissolvant du Métal qu'on aura choisi; & c'est en effet ce que M. de la Condamine a trouvé par un grand nombre d'expériences differemment combinées. Il a toujours eu des Végétations horizontales, des Arbrisseaux plats, & l'on s'attend bien qu'il se sera trouvé beaucoup de variétés, soit en ce que les Arbrisseaux auront demandé plus ou moins de tems, soit en ce qu'ils auront été plus ou moins touffus, d'une ramification plus ou moins distincte, &c. A tout prendre, les plus aisés à voir, & les plus beaux, sont ceux de l'expérience fondamentale, & nous nous y tiendrons.

Quand la tête du Clou est mise dans la Solution d'Argent, le Nitre, qui en quelque sorte sent qu'il est arrivé du Fer, se met en mouvement pour se séparer de l'Argent, & courir

ourir au Fer. Ce mouvement de fermentation ſe répand à la ronde, & agite les petites molécules où une parcelle de Nitre eſt unie à une parcelle d'Argent, ſuppoſé que l'eſpace occupé par toutes ces molécules enſemble ne ſoit pas trop grand. C'eſt pour cela qu'il ne faut que peu de Solution. Les particules de la Solution les plus proches du Clou ſont les premieres d'où le Nitre ſe détache pour aller s'inſinuer dans le Fer, & quand elles y ſont entrées, celles qui en ſont devenues les plus voiſines, leur ſuccedent, & ainſi de ſuite; d'où il arrive, à cauſe de l'adhéſion que toutes les particules de la Solution ont entre elles, que toute cette liqueur prend un mouvement circulaire de ſa circonference vers le centre. Dans le tems que les molécules d'Argent & de Nitre unis font ce chemin, le mouvement interne de fermentation détache le Nitre de l'Argent, ſur-tout dans les molécules plus proches du centre, ou à meſure qu'elles s'en approchent davantage, & cette ſéparation eſt d'autant plus aiſée que la couche de Solution ſur le Verre a le moins d'épaiſſeur qu'il ſoit poſſible, & que par-là tout l'aqueux de la Solution s'évapore bien vîte. Les parcelles d'Argent ſans Nitre demeurent dans l'endroit de leur route où la ſéparation s'eſt faite, parce qu'elles ne ſont plus portées par une liqueur, & elles y ſont collées par un petit reſte d'humidité. Il doit donc ſe former un eſpace circulaire où l'on verra une infinité de rayons d'Argent, qui ſeront les traces des routes que tenoient les molécules lorſqu'elles s'acheminoient vers le centre

tre commun. Ces rayons seroient droits, si leur rectitude n'étoit alterée par une infinité de petites causes, ou d'accidens, qu'il est facile d'imaginer. Un rayon ou courant de cette matiere détourné de son cours, va se jetter dans un autre qu'il fortifie, & de-là vient l'apparence de ramification, de la même maniere que dans une Carte Géographique, une petite Riviere paroît une branche d'une plus grande où elle tombe. On peut concevoir dans le fait dont il s'agit, ces ramifications autant répétées que l'on voudra.

Il peut arriver fort naturellement que dans une molécule d'Argent & de Nitre, l'évaporation de ce qu'il y a d'aqueux dans le Dissolvant se fasse avant que le Nitre se soit détaché de l'Argent, & alors la molécule devient ce qu'on appelle en Chimie un *Cristal*. Ces Cristaux qui ne sont pas de la même nature que des parcelles d'Argent pures & dégagées du Nitre, empêchent que les courans formés par celles-ci ne coulent librement, & troublent la régularité que pourroient avoir les ramifications.

On a supposé jusqu'ici que le Verre, sur lequel se faisoit l'expérience, étoit posé horizontalement; mais il peut aussi être incliné. Toute la difference sera qu'il y aura plus de ramifications, que l'Arbrisseau sera plus touffu au-dessus du centre où étoit la tête du Clou, qu'au-dessous. La raison en est, qu'entre les courans qui doivent tous aller vers ce centre, les inférieurs y trouvent plus de difficulté, puisqu'ils n'y peuvent aller qu'en remontant.

L'ex-

L'expérience réuſſit même ſur un Verre ertical.

Quoiqu'elle ne puiſſe ſe faire que fort en etit, M. de la Condamine a trouvé moyen le la faire beaucoup plus en petit encore, n expoſant au foyer d'un Microſcope, une outte de Solution. Là il a vu arriver ce qu'il voit conjecturé dans le Syſtême que nous venons de rapporter d'après lui; & c'eſt un les plus grands plaiſirs, dont la Phyſique puiſſe payer les peines de ceux qui s'attachent à elle.

Les Végétations ſe font également bien ſur les Verres ou Glaces de toutes couleurs. M. de la Condamine enſeigne un moyen facile de couvrir d'une Glace tranſparente, la Glace colorée qui portera une Végétation, de ſorte que le tout ne paroitra qu'un ſeul corps, une ſeule Pierre, où l'on verra vers ſon milieu une agréable Végétation, pourvu qu'on ait eu ſoin de choiſir celles qui auront le mieux réuſſi. Une Glace d'une certaine couleur fait mieux avec une Végétation d'un certain Métal, qu'avec une autre, & il faut avoir égard à cet aſſortiment pour pouſſer l'artifice juſqu'au bout. Les Curieux de la Nature, & une autre eſpece de Curieux, ſont également intereſſés à connoitre ces ſortes d'artifices.

SUR

*SUR LE SEL DE SEIGNETTE ET CELUI D'EBSOM.**

NOus mettons ces deux Sels enſemble, non qu'ils ayent aucune conformité par leur nature, mais parce qu'ils en ont beaucoup par leur Hiſtoire, qui eſt le ſeul point auquel nous toucherons, & même légerement. Tous deux ſont nouveaux, tous deux d'un grand uſage dans la Médecine, & autoriſés par de fréquens ſuccès, tous deux d'une origine, ou d'une compoſition inconnue, qui a échappé juſqu'à préſent à tout le monde, & tous deux viennent d'être découverts dans la même année.

M. Seignette, Médecin de la Rochelle, inventeur du Sel qui porte ſon nom, a eu le plaiſir pendant ſa vie que tous les Chimiſtes n'ayent fait que des efforts inutiles pour découvrir ſon ſecret, & il l'a laiſſé *intacte*, pour ainſi dire, à ſes Enfans qui en ont joui. Mais les habiles Chimiſtes ſe piquent de ce qu'un Secret fameux leur échappe. On verra dans le Mémoire de M. Boulduc les peines qu'il s'en eſt données; il a quelquefois deſeſperé, enſuite repris courage, & enfin il a trouvé que le Sel de Seignette étoit de la Crême de Tartre rendue ſoluble par l'Alkali de la Soude. Dans ce compoſé la Crême de Tartre étoit

* Voïez M. p. 176. & 488.

étoit assez reconnoissable, mais c'étoit cette Soude qui se déroboit le plus obstinément, & qu'on ne s'avisoit point de soupçonner.

Le même jour que M. Boulduc apporta sa découverte à l'Académie, M. Geoffroy déclara qu'il l'avoit faite aussi, & le vérifia par les faits qu'il montra le jour même. Les deux Chimistes, quoiqu'amis, ne s'étoient rien communiqué de leurs vues. Le mot de l'Enigme étoit d'autant plus surement trouvé qu'il l'étoit par eux deux, & ce fut un effet agréable du hazard, qu'il le fût précisément en même tems.

Le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718*, est un autre mystere dévoilé aussi par M. Boulduc. La principale difficulté consiste en ce qu'il s'en fait un très grand débit, & qu'il est à bon marché. La source d'eau minerale d'Ebsom, d'où l'on suppose qu'il est tiré, ne fût-elle que du Sel sans eau, ne fourniroit jamais la quantité qui s'en voit : c'est donc un Sel travaillé par art, mais par quel art le fait-on à si peu de fraix?

Il a paru sur ce sujet plus de vingt Mémoires imprimés, dont aucun n'a donné au but, & M. Boulduc met courageusement de ce nombre celui de feu M. son Pere, qui eût reconnu son erreur, s'il eût vécu. M. Boulduc raconte par quel heureux hazard il fut mis sur la voye, avec quel soin, & quelle attention il la suivit, & enfin comment il vint à découvrir que le Sel d'Ebsom, ou, si l'on veut, un Sel parfaitement semblable, se tire

* p. 47. & suiv.

tire d'une matiere qui ne coute rien, que l'on jette comme inutile, & qui en fournit beaucoup. C'eſt une Eau, qu'on appelle *Egoute*, ou *Boitron*, qui après qu'on a fait le Sel commun ou par l'évaporation ou par la cuite, reſte ou dans les Marais ſalans, ou dans les Chaudieres. Cette eau eſt amere, & chargée d'un Sel amer, qui eſt celui qu'on cherche, & qu'il eſt très aiſé d'en ſéparer. M. Boulduc fait voir par un petit calcul très court, combien ce Sel doit être abondant, & par conſéquent combien il coutera peu. Tout ce qui ſe laiſſe prouver par le calcul eſt bien prouvé, & il y a plus de choſes qu'on ne penſe, qui s'y réduiſent.

BOTANIQUE.

*SUR L'ANATOMIE DE LA POIRE.**

POUR continuer ce ſujet déja commencé en 1730†, il va être preſque toujours queſtion des Vaiſſeaux que l'on trouve après qu'on a paſſé la Peau de la Poire, que nous avons décrite. Mais avant que d'entrer dans l'intérieur du fruit, il eſt bon de s'arrêter ſur un doute qui pourroit naitre légitimement: ce qu'on va traiter de Vaiſſeaux, ce qu'on en a même déja traité ſans en marquer de ſcrupule, ſont-ce effectivement des Vaiſſeaux, des

* V. les M. p. 288. † p. 81, & ſuiv.

des Canaux creux qui portent une liqueur? les plus grands Obſervateurs en cette matiere, ou l'ont nié quelquefois, ou quelquefois ne l'ont pas voulu aſſurer poſitivement. M. du Hamel a coupé tranſverſalement des tranches très fines de quelques-uns des plus gros de ces Vaiſſeaux prétendus, & en les expoſant au grand jour, il n'a point vu la lumiere au travers, ni au moins un point de clarté qui auroit dû être plus fort vers le milieu, s'il y avoit eu là une cavité. Il n'a point non plus apperçu de cavité avec les meilleurs Microſcopes. On ne voit qu'une eſpece de duvet ou de coton dont eſt rempli l'intérieur de ce Vaiſſeau, qui n'eſt donc plus qu'un ſimple filet ſolide.

Cependant l'idée de Vaiſſeau eſt trop néceſſaire, trop analogue à tout ce qui eſt connu d'ailleurs, pour être abandonnée qu'à la derniere extrémité, & M. du Hamel la retient, fondé principalement ſur les raiſons ſuivantes.

Des Vaiſſeaux deſtinés à porter une liqueur, & à la diſtribuer dans tous les parties d'un certain eſpace, ne manquent point par cette raiſon à ſe diviſer & à ſe ſubdiviſer preſque à l'infini. Ce qu'on appelle *Vaiſſeaux* dans la Poire, ou en général dans les fruits, & plus généralement encore dans les Plantes, ſe ramifient de la même façon; ils portent donc une liqueur, ils ſont donc de vrais Vaiſſeaux. On dira peut-être, que les Nerfs ſe ramifient auſſi ſans porter de liqueur. A la vérité, ils ne portent pas du Sang, mais une liqueur infiniment plus ſubtile, les Eſprits animaux.

Les Vaiſſeaux de la Poire ſont viſiblement

ceux de la Queue prolongés & épanouïs. Ceux-ci ſont ceux de la branche prolongés de même, & ceux de la branche ſont ceux du tronc, tout cela eſt continu. Or dans le tronc, ils y apportoient & diſtribuoient certainement une nourriture, des ſucs tirés de la terre. Donc ils ont toujours la même fonction, & ſont toujours Vaiſſeaux.

Lorſqu'on fait des inciſions aux Plantes qui rendent beaucoup de ſuc & de ſuc coloré, comme la Chélidoine, les Tithymalles, on voit que ce ſuc ſort, non de toute la ſubſtance ou de tout le parenchime de la Plante, mais ſeulement d'un très grand nombre de petits points diſtincts, qui ne peuvent être que des orifices de Vaiſſeaux coupés. Or s'il y a de vrais Vaiſſeaux dans le parenchime de quelques eſpeces de Plantes, il n'eſt point trop hardi de conclurre qu'il y en a dans toutes. Ils ſeront ſeulement moins aiſés à reconnoitre pour ce qu'ils ſont.

Si le parenchime d'une poire, d'un fruit, n'étoit qu'une eſpece de ſubſtance cotoneuſe, dont les cellules s'imbibaſſent des ſucs qui y ſeroient portés, on verroit ces ſucs exuder de toutes parts, dès que la peau du fruit ſeroit enlevée. Il en exude en effet une certaine quantité; mais elle ſera beaucoup plus grande, & plus ſenſible, ſi on ratiſſe le fruit, parce qu'alors on détruit beaucoup de Vaiſſeaux, qui laiſſent échapper ce qu'ils contenoient.

Enfin rien ne prouve ſi bien des Vaiſſeaux, que les injections, qui ſans cela n'auroient pas lieu. M. du Hamel les a tranſportées des Animaux aux Plantes, & a trouvé moyen d'en

d'en faire dans quelques-unes, qui étoient du genre des Roſeaux. De celles-là à celles dont il s'agit on voit aſſez la conſéquence.

La cavité inviſible des Vaiſſeaux ne les empêchera donc pas d'être de véritables Vaiſſeaux, ſur-tout ſi elle eſt garnie d'un coton fort fin qui la remplira en partie, & la rendra opaque. Ce coton n'eſt point imaginé pour le beſoin d'une explication, c'eſt un fait vu au Microſcope. De plus, les Vaiſſeaux que l'on conſidere ne peuvent être que dans un état où ils ſont extrêmement affaiſſés, & par les longues macérations, comme nous l'avons dit ailleurs, & parce qu'il n'y coule plus rien.

Venons maintenant à l'examen des Vaiſſeaux, bien établis pour Vaiſſeaux. Il faut les prendre à leur origine commune, qui eſt la Queue de la Poire, où ils ſont raſſemblés en un faiſceau long & étroit, poſés paralleleſment les uns contre les autres. Pris avec les Tégumens de cette Queue, ils en formeroient toute la ſubſtance, s'ils ne laiſſoient pas vers le milieu, à l'endroit où l'on en peut concevoir l'axe longitudinal, une eſpece de vuide rempli par une ſubſtance plus molle & plus fine, qui ne leur appartient point. Ce faiſceau entre dans la Poire, & y pénétre ſans ſe deſunir juſqu'à l'endroit de la Peau, où commence la ſubſtance pierreuſe, ou un peu au deſſous des loges des Pepins. Arrivé là, il ſe partage en pluſieurs faiſceaux moindres, qu'on peut diviſer généralement en trois claſſes. Ceux de la 1re ſe jettent dans toute la ſubſtance charnue de la Poire,

en s'épanouïſſant par une infinité de petits rameaux, ſans aucune régularité apparente, & par cette raiſon M. du Hamel appelle ces Vaiſſeaux *vagues*. Ceux de la 2de claſſe ſe courbent en arc comme pour éviter le milieu de la Poire, & après ce détour qui les a écartés les uns des autres, ils ſe rapprochent pour aller ſe rendre tous à l'Ombilic, ou au Rocher; & parce que c'eſt de cet Ombilic que partent les Etamines & les Pétales, parties eſſentielles à la génération des Plantes, M. du Hamel nomme ces Vaiſſeaux *ſpermatiques*. Les faiſceaux qui font la 3me claſſe ſe prolongent ſuivant l'axe du fruit, & vont ſe terminer aux Pepins & à leurs envelopes; & M. du Hamel les appelle *nourriciers* par excellence, parce qu'ils nourriſſent la ſemence, qui eſt le grand objet de tout le méchaniſme de la Nature dans les Plantes.

Il eſt bon de remarquer que les Vaiſſeaux des Plantes, quoique ſi analogues à ceux des Animaux, ne ſe diviſent pas de la même maniere. Du tronc d'un gros Vaiſſeau ſanguin ſort un tuyau plus petit, de celui-ci un plus petit encore, &c. Mais un faiſceau de Vaiſſeaux de la Poire ne ſe diviſe qu'en ce qu'une partie du faiſceau qui étoit unie & parallele à l'autre, s'en détache, & ne conſerve plus le paralleliſme, & ainſi de ſuite.

Tous ces Vaiſſeaux ſont hériſſés de Vaiſſeaux Capillaires, & en cet état ils forment apparemment tout le parenchime du fruit, comme les Vaiſſeaux ſanguins devenus capillaires forment la chair des Animaux. Non ſeulement les dernieres & plus fines branches

de

de Vaiſſeaux de même eſpece tels que les Vagues, s'entrelacent enſemble, mais celles de differente eſpece, tels que les Vagues & les Spermatiques, peuvent s'entrelacer auſſi, & c'eſt de cet entrelacement ſous les premiers Tégumens que réſulte ce qu'on a appellé la peau de la Poire. Il eſt probable auſſi que l'entrelacement des Vaiſſeaux Capillaires forme du moins en partie les Glandes qui feront des filtrations & des ſécrétions de ſucs.

Ce ſont ces Glandes, qui, comme nous l'avons déja dit en 1730, ſont les pierres des Poires. Il eſt viſible qu'elles ſeront plus dures, formées de vaiſſeaux plus ligneux, & plus compactes, dans les Poires caſſantes que dans les fondantes.

Les Glandes doivent s'endurcir auſſi & ſe pétrifier davantage, quand elles perdent leur fonction de Glandes, & qu'elles ceſſent par conſéquent d'être toujours humectées d'un nouveau ſuc. C'eſt de quoi on a un exemple remarquable dans toute l'œconomie végétale qui appartient au Rocher de la Poire.

Les Vaiſſeaux Spermatiques, après avoir fait leur arc, vont aboutir à ce Rocher, qui eſt la Glande où ſe filtrent & ſe préparent les liqueurs, dont ſe nourriſſent les Etamines & les Pétales. Mais ces Etamines & ces Pétales ne ſont que des parties paſſageres qui périront bien-tôt. Elles périſſent, parce que la Glande par ſa diſpoſition particuliere vient à s'engorger, à s'obſtruer, & ceſſe de les nourrir. Les ſucs qu'elle ne reçoit plus, refluent dans les Vaiſſeaux Spermatiques, qui

n'y pouvant plus rien porter, ne ſervent plus qu'à répandre leur liqueur dans le parenchime de la Poire, & ne font que l'office des Vaiſſeaux vagues. Le Rocher devient toujours plus dur, & la Poire groſſit plus à proportion qu'elle ne faiſoit dans le tems où elle n'étoit nourrie que par les Vaiſſeaux Vagues, & où les Spermatiques ne s'occupoient que des Etamines, & des Pétales.

Il ne reſte à conſiderer que la partie la plus importante de tout le fruit, celle à laquelle tout le reſte paroît ſubordonné, parce qu'elle aſſure la perpétuité de l'Eſpece, les Pepins ou Semences de la Poire. Ils ſont logés deux à deux en cinq Capſules vers le milieu de l'axe, & même de tout le corps du fruit; & il eſt à remarquer que les Vaiſſeaux Spermatiques, qui en ſe courbant chacun en arc, font de ce milieu une eſpece de globe qu'ils envelopent, ont dix branches plus groſſes que les autres, dont cinq répondent aſſez exactement à ces Capſules des Pepins, & les cinq autres aux intervalles qu'elles laiſſent entre elles, de ſorte que toute la Poire diviſée ſelon la poſition & dans le ſens de ces Vaiſſeaux, le ſeroit en dix parties égales, tant il y a de ſymmétrie cachée dans toute cette ſtructure. Mais les Vaiſſeaux qui ſe rapportent le plus particulierement & le plus viſiblement aux Pepins, ce ſont, comme nous avons dit, les Nourriciers.

La Méchanique des Pepins, & de tout ce qui leur appartient, eſt auſſi compliquée & auſſi envelopée qu'importante par ſon uſage. M. du Hamel a imité les Phyſiciens qui ont ſui-

ſuivi avec attention tous les changemens par où un Oeuf de Poule paſſe de jour en jour, & preſque de moment en moment, pour devenir Poulet. Il a pris un Bouton à fruit de Poirier dès le mois de Janvier, dès qu'il a pu être reconnu pour Bouton à fruit, & a examiné toutes les differences qui ſe trouvoient dans d'autres Boutons toujours plus avancés juſqu'à l'âge de leur perfection. C'eſt un détail curieux, mais preſque infini, où nous ne pouvons entrer. Au bout de tout cela le plus fin de tout le myſtere, la maniere dont ſe fait la génération du fruit, échappe. On voit bien naitre peu à peu les parties maſculines de la fleur, les Etamines, les Pétales, enſuite le Piſtille qui eſt la féminine, car le ſyſtême des deux Sexes des Plantes eſt communément adopté, on voit leurs Envelopes, leurs Appendices, on voit même une eſpece de Placenta, & l'on ſoupçonne tout au moins avec aſſez de fondement où ſont les Vaiſſeaux qui nourriſſent toutes ces parties; mais on ne voit point comment la pouſſiere des Etamines va féconder le Piſtille, ou les Pepins naiſſans qui y ſont renfermés. M. du Hamel doute ſi c'eſt cette pouſſiere qui fait la fécondation, ou une liqueur que ſes grains peuvent contenir. L'analogie que l'on conçoit entre la génération des Animaux & celle des Plantes ne ſe trouve que trop fondée, puiſqu'elle ſubſiſte même en ce que le point principal de l'une & de l'autre eſt également inconnu.

M. du Hamel croit qu'à la réſerve d'une très petite partie de la ſubſtance du Pepin,

qui eſt le Germe d'un Poirier, un Poirier en petit, tout le reſte n'eſt fait que pour nourrir ce Germe, tant que le Pepin croît, & enſuite pour être le premier aliment de l'Arbre naiſſant, quand le Pepin ſera mis en terre. Tout cela eſt fort analogue aux Oeufs des Animaux Ovipares. Ce n'eſt pas que M. du Hamel ait pu parvenir à voir ce Germe du Poirier auſſi diſtinctement qu'on voit celui du Poulet dans l'Oeuf, mais il s'eſt aſſuré par une expérience que preſque toute la ſubſtance du Pepin eſt la nourriture de quelque partie, & cette partie ne peut être qu'un Germe.

Il a pris un Cerneau de Noix qui n'étoit preſque encore que de la glaire, il l'a mis à la Cave, & au bout d'un tems il l'a trouvé preſque auſſi dur, & auſſi bien formé que s'il fût reſté à l'Arbre. Cette Noix naiſſante s'étoit donc nourrie d'une ſubſtance avec laquelle elle étoit enfermée, car il n'y a nulle apparence que l'humidité de la Cave eût ſuffi pour cela, elle ne faiſoit que prévenir & empêcher le deſſechement de cette ſubſtance. De même l'Amande des fruits à noyau, tels que les Pêches & les Abricots, croît & ſe forme pendant un certain tems ſous une envelope très dure & très compacte, au travers de laquelle des Vaiſſeaux ou ne peuvent paſſer, ou ne portent guere de nourriture. Les Pepins, les Amandes des fruits à noyau ſont ſi propres à être une nourriture fine & délicate, que nous en faiſons nos Emulſions.

Il ſera très aiſé de diſtinguer dans tout ceci les ſimples conjectures d'avec les faits obſer-

ſervés, qui pourront donner lieu à d'autres conjectures. Pour mettre les Phyſiciens en état ou de conſtater ces faits, ou de les ſuivre plus loin, M. du Hamel les inſtruit de toutes les attentions auxquelles il a été obligé, de toutes les adreſſes, des eſpeces de ſtratagêmes dont il s'eſt ſervi avec ſuccès. On peut quelquefois avoir des raiſons pour ſe réſerver des ſecrets, mais en général cette conduite ne ſent guere le vrai Philoſophe.

*SUR LES GREFFES.**

IL réſulte de ce que nous avons dit ſur ce ſujet en 1730 † d'après M. du Hamel, que d'un côté la Greffe affoiblit toujours les Arbres, les rend moins vigoureux, & de moins de durée, & que de l'autre elle rend les fruits meilleurs, pourvu qu'il y ait entre le Sujet & la Branche greffée un certain rapport. Les Arbres laiſſés dans leur naturel pouſſent beaucoup en bois, & donnent tard des fruits, qui ordinairement ſe ſentent de leur naturel ſauvage, c'eſt-à-dire, qui ont beaucoup d'aigreur, d'acreté, de desagrément au goût; mais ces mêmes Arbres greffés ne ſe chargent plus tant de bois, & produiſent beaucoup plutôt des fruits, qui ſont devenus agréables. Le bois & les fruits ſont deux dépenſes auxquelles les Arbres ne peu-

* V. les M. p. 502. † p. 74. & ſuiv.

peuvent ſuffire également en même tems, l'une prend ſur l'autre, & c'eſt celle du bois à laquelle ils ont le plus de diſpoſition naturelle.

M. du Hamel rapporte l'exemple aſſez remarquable d'un Poirier qui ſe chargeoit beaucoup de fruit, & très peu de bois, parce qu'il s'épuiſoit en rejets, & que d'ailleurs un Gazon voiſin lui déroboit beaucoup de nourriture. Les rejets coupés, & le gazon arraraché, il s'eſt mis à pouſſer en bois, & a ceſſé de ſe mettre à fruit : tant ces deux productions ſe font aux dépens l'une de l'autre.

Il ne faut donc pas greffer les Arbres, quand on ne leur demande que du bois, de la vigueur, & de la durée, comme à ceux dont on plante des Avenues. M. du Hamel en connoit une d'Ormes femelles, non greffés preſque tous, & beaucoup plus vigoureux que d'autres du même Païs, qui l'ont été ſelon la coutume, qui s'y eſt établie depuis un tems.

Mais quand l'intention eſt d'avoir des fruits, il faut greffer, ce qui non ſeulement les rend meilleurs, mais encore détermine la production de l'Arbre à ſe tourner de ce côté-là, & non du côté du bois, & par conſéquent fait naitre des fruits en plus grande abondance. Comme les Buiſſons & les Eſpaliers ſont des Arbres auxquels on a retranché de leur grandeur naturelle, & qui par cette raiſon tendent toujours à la reprendre, & à pouſſer en bois, ce ſont ceux auxquels la Greffe eſt la plus néceſſaire pour l'effet qu'on ſe propoſe.

Ne

Ne ſera-ce pas un avantage conſiderable, ſi cet effet de la Greffe peut être augmenté? heureuſement il peut l'être, ſelon M. du Hamel, par deux moyens.

1°. Que l'on réitere la Greffe, c'eſt-à-dire, que ſur une Branche qu'on a déja greffée ſur un Sujet, on en greffe une ſeconde, on donnera à l'Arbre qui viendra une eſpece de Glande de plus, ou, ſi l'on veut, un Nœud, dont la fonction eſt, comme nous l'avons dit, de raffiner les ſucs, un nouveau Viſcere végétal, qui travaillera à perfectionner le fruit. Ce n'eſt pourtant pas que cette réitération de la Greffe puiſſe aller bien loin, il y aura certainement des bornes, qui ſe trouveroient aſſez tôt. Les ſucs ſe raffineront mieux par la difficulté multipliée des paſſages, mais il eſt néceſſaire enfin qu'ils paſſent, & même avec une certaine facilité.

2°. Comme un Arbre tend plus naturellement à pouſſer en bois, il faut mettre un obſtacle à cette production, en choiſiſſant une Greffe qui n'ait pas trop de rapport au Sujet; par-là on détournera vers les fruits le cours d'une fécondité qui ſe ſeroit portée vers le bois.

Le premier moyen paroît plus propre à perfectionner les fruits, & le ſecond à en augmenter la quantité. Tous deux ne ſont, & ſur-tout le ſecond, que pour les Arbres qu'on a de la peine à mettre à fruit, les Buiſſons & les Eſpaliers, car pour les Pleins-vents ils en portent aſſez dès qu'ils ont atteint leur crue. Il en va de même des Arbres, qui portent les fruits à noyau.

Il eſt aiſé de voir quel prodigieux nombre d'expériences ces deux moyens demandent pour être bien vérifiés. M. du Hamel les a entrepriſes, & en a déja commencé, qui promettent un bon ſuccès, mais elles ne peuvent être qu'extrêmement lentes. En fait de Botanique Phyſique, deux expériences conſécutives ſur un ſeul ſujet, ont entre elles une année entiere d'intervalle, & combien deux expériences conſécutives ſont-elles éloignées de ſuffire? combien ſe multiplient-elles ſur differens ſujets?

M. Marchant a lu la deſcription de la *Lunaria major ſiliqua rotundiore.* J. Bauh. T. 3us. 881. Lunaire grande.

Et celle de la *Fraxinella officinis Dictamnus.* J. Bauh. T. 3us. 494. Fraxinelle.

GEOMETRIE.

*SUR LES LIGNES DU IVme ORDRE.**

ON ne ſera pas étonné que la Théorie des Lignes du 4me ordre, ou Courbes du 3me, n'ait pas été épuiſée par ce que nous en avons dit en 1730 †, d'après M. l'Abbé de

* V. les M. p. 13. † p. 93. & ſuiv.

de Bragelongne. Elle fourniroit matiere à des Volumes, & c'eſt une partie du travail que de ſe borner & de ſe réduire. Les points multiples, dont ces Courbes, auſſi-bien que celles de l'ordre immédiatement inférieur, ſont ſuſceptibles, mais plus ſuſceptibles, demandent eux ſeuls beaucoup de diſcuſſion. Nous avons déja parlé des points doubles & des points triples qu'elles peuvent avoir, & pour démêler davantage les idées, on a tenu ces deux eſpeces fort diſtinctes. Mais il faut conſiderer préſentement une troiſieme eſpece qui pourroit paroitre moyenne entre ces deux, mais qui, bien examinée, ſe range ſous celle des points doubles. Elle ne comprend que deux differens points.

M. Bernoulli a appellé *Lemniſcate*, c'eſt-à-dire, *Ruban*, une Courbe qui reſſemble à un 8 de chiffre. Elle a deux *folium*, ou *feuilles*, que nous ſuppoſerons égales, & qui ſe coupent ou ſe nouent en un point bien ſenſible, au milieu de toute la Figure. Cette Courbe peut n'être qu'une partie d'une Ligne du 4me ordre, & une partie détachée ou iſolée, comme nous avons vu que le ſont quelquefois des Ovales, & en ce cas, ce ſera une Lemniſcate conjuguée. Si elle devient infiniment petite, ce ſera certainement un point multiple, mais de quelle multiplicité?

On peut regarder la Lemniſcate finie, comme formée de deux Ovales qui ſe nouent, & la Lemniſcate infiniment petite, comme formée de deux Ovales devenues infiniment petites. Nous avons vu en 1730, qu'une Ovale infiniment petite étoit un point double,

& par conſéquent deux Ovales infiniment petites ſeront deux points doubles.

Il ne faut pas penſer que ces deux points doubles puiſſent ſe confondre en un, de maniere à faire un point mathématique quadruple: une Ligne du 4me ordre ne peut avoir un tel point, car on en pourroit toujours tirer une droite à quelque point ſimple de la Courbe, qui, par conſéquent, ſeroit coupée en cinq points, ce qui n'eſt pas poſſible dans cet ordre. Les deux points doubles ne ſont donc qu'infiniment près l'un de l'autre, & en effet il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4me ordre peut avoir juſqu'à trois points doubles, & à plus forte raiſon en aura-t-elle deux.

Elle pourra même en avoir encore un double, pourvu qu'il ne ſoit pas ſur la même ligne droite où ſont les deux premiers qui reſtent de la Lemniſcate finie, car ces deux points, parce qu'ils ſont deux, déterminent la poſition d'une droite, qui par conſéquent paſſe par quatre points de la Courbe, & ne peut plus paſſer par aucun.

Puiſqu'une Ligne du 4me ordre ne peut avoir plus de trois points doubles, elle ne peut avoir deux Lemniſcates conjuguées infiniment petites, qui vaudroient quatre points doubles.

Quoique les deux Ovales qui formoient la Lemniſcate finie, étant conçues infiniment petites, ne faſſent certainement chacune qu'un point double, il ſemble cependant qu'il faille concevoir quelque choſe de plus, parce que ces deux Ovales n'étoient pas ſim-

ple-

plement contiguës, mais se coupoient, se nouoient pour former la Lemniscate. Qu'y aura-t-il ici qui représente cette intersection, ce nœud? on y satisferoit en imaginant les deux points doubles, ou comme un point triple, ou du moins comme équivalens à un point triple.

Mais on prendra une idée plus exacte, & plus sure, en considerant ce même nœud par les deux Tangentes qui s'y peuvent tirer. Elles ne peuvent manquer d'être réelles, car à l'intersection des deux feuilles de la Lemniscate finie, certainement ces feuilles avoient une position déterminée, par rapport à un axe de la Courbe, & il n'en étoit pas comme des Ovales conjuguées que nous avons fait voir qui n'avoient aucune position, parce qu'elles les avoient toutes. De plus, les deux Tangentes dont il s'agit, sont égales, puisque les deux feuilles sont supposées égales & semblables. Plus les deux feuilles diminuent de grandeur, plus les Tangentes se rapprochent, & enfin elles viennent à se confondre, quand la Lemniscate totale est infiniment petite.

Un attouchement vaut deux points d'intersection, ou, ce qui est la même chose, une Tangente peut être considerée comme une droite qui feroit Sécante en deux points infiniment proches, & par conséquent deux Tangentes sont comme deux droites Sécantes chacune en deux points infiniment proches. Il n'y a point là, comme nous l'avons déja dit, de point mathématique quadruple, la Courbe ne passe point quatre fois par un mê-

même point, mais deux fois par un point, & deux fois par un autre infiniment proche, & de plus ces points pris deux à deux déterminent une position, qui ne peut être dans un point mathématique. Il n'y a point là non plus de point triple, mais seulement deux doubles.

On trouve encore dans le 4me ordre une seconde sorte de point, dont la nature peut paroitre douteuse. Lorsque deux branches d'une Courbe se coupent pour se continuer ensuite de part & d'autre, elles se coupent ordinairement, en faisant entre elles un angle, comme les deux branches de la Lemniscate que nous venons de voir. Ce sont proprement deux petits côtés, l'un d'une branche, l'autre de l'autre, qui se coupent en un point mathématique. Mais il est possible aussi que ces deux côtés, au-lieu de se couper, se posent exactement l'un sur l'autre, après quoi les deux branches prendront chacune leur cours, comme elles eussent fait après une vraye & simple intersection. M. l'Abbé de Bragelongne appelle *point d'osculation*, celui où cette affection se rencontre, parce qu'effectivement elle est fort semblable à ce qu'on a nommé *osculation* dans la Théorie des Dévelopemens.

Ce point d'osculation pourroit sembler ou quadruple, ou plus que double, comme la Lemniscate infiniment petite; mais M. de Bragelongne en l'examinant de la même maniere que la Lemniscate, le trouve de la même nature. Il y a là deux Tangentes infiniment proches, qui tombent l'une sur l'autre,

&

& ſont équivalentes à une Sécante en quatre points infiniment proches; il y a deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, parce que la Courbe paſſe deux fois par un même point, & deux fois par un autre, ce qui eſt aſſez clair.

Puiſque les deux cas de la Lemniſcate infiniment petite, & de l'oſculation, ne réſultent l'un & l'autre que des deux Tangentes égales, il faudra pour avoir les valeurs de ces deux Tangentes, ou, ce qui revient au même, déterminer ces deux ſortes de points dans une Courbe donnée, differentier deux fois le rapport de l'Ordonnée à la Soutangente ſelon les Règles connues.

Mais ces deux Tangentes égales ſont une détermination très équivoque, qui convient non ſeulement aux deux cas propoſés, mais encore à celui d'un Rebrouſſement ſimple, où elle ſe trouveroit préciſément la même. Il faut donc lever l'ambiguïté, & le moyen en ſera fourni par des vues que nous avons déja inſinuées.

Il eſt vrai que dans le Rebrouſſement ſimple, il y a deux Tangentes égales, mais elles ont un point commun, celui qui eſt le dernier où la Courbe arrive par ſon cours direct, & en même tems le premier d'où elle part pour le cours rebrouſſant, car nous avons dit en 1730 que le Rebrouſſement peut être conçu ainſi, & le doit, pour être un point double. Les deux autres points qui ſont les extrémités des deux petits côtés où ſe fait le Rebrouſſement, ſont diſtincts entre eux. Ainſi il n'y a que trois points non confondus, & dis-

distincts. Il y en a quatre distincts, quoiqu'infiniment proches, dans la Lemniscate infiniment petite, & dans l'osculation. Voilà une difference qui doit avoir son effet.

Ce sera, que dans le Rebrousſement où il n'y a que trois points distincts, les deux Tangentes confondues ensemble, ne vaudront qu'une Sécante en trois points, & que dans les deux autres cas elles vaudront une Sécante en quatre points.

Ainsi en prenant une expression générale d'une Sécante de la Courbe, & l'appliquant au point pour lequel on aura fait la 2de Differentiation, si l'on trouve ensuite par le Calcul trois valeurs égales de la Sécante en ce point, il est un point de Rebrousſement simple. Si on trouve quatre valeurs, c'est ou une osculation, ou une Lemniscate infiniment petite.

Cette ambiguïté qui reste encore, demande une consideration nouvelle. La Lemniscate infiniment petite a été une Lemniscate finie conjuguée, c'est-à-dire détachée de tout le reste de la Courbe, & par conséquent le point auquel elle est réduite, en est détaché. Donc de ce point à un autre quelconque de la Courbe, il n'y a point d'Ordonnées, ou, ce qui est la même chose, les Ordonnées de tout espace vuide sont imaginaires. Tout au contraire, d'un point d'osculation à un autre point de la Courbe, les Ordonnées sont nécessairement réelles. On voit assez combien il sera facile au Calcul de reconnoitre cette extrême difference, & par conséquent de distinguer les deux points en question.

En

En joignant à cela ce qui a été dit en 1730 ſur les points doubles, on aura tout ce qui leur appartient, & il ſera bon de mettre le tout ici ſous un même coup d'œil.

Il y a cinq eſpeces de points doubles, des points d'interſection de deux branches, des points de rebrouſſement, des points provenus d'Ovales conjuguées, des points provenus de Lemniſcates conjuguées, des points d'oſculation.

Ils ont tous deux Tangentes, qui ſe trouvent par deux Differentiations conſécutives.

Les Tangentes ſont réelles, ou imaginaires, égales, ou inégales.

Si elles ſont imaginaires, le point eſt provenu d'une Ovale conjuguée.

Si elles ſont réelles, elles ſont inégales, ou égales.

Inégales, elles donnent un point d'interſection de deux branches.

Egales, elles ſont équivoques entre trois cas, & il faut les conſiderer comme une Sécante en trois ou en quatre points.

La Sécante en trois points donne un Rebrouſſement ſimple.

La Sécante en quatre points eſt encore équivoque entre deux cas, dont on vient de lever l'indétermination par la differente nature de certaines Ordonnées. Pour des Ordonnées réelles, ce ſera un point d'oſculation; pour des imaginaires, un point provenu d'une Lemniſcate.

Les cinq eſpeces de points doubles dont le 4me ordre eſt ſuſceptible, different en ce que trois d'entre elles, qui ſont les points d'in-

d'interſection de deux branches, ceux de rebrouſſement, & les points provenus d'Ovales conjuguées, ſont de *ſimples* points doubles; & les deux autres eſpeces, qui ſont les points d'oſculation, & les points provenus de Lemniſcates, ſont de *doubles* points doubles, c'eſt-à-dire, deux points doubles infiniment proches, au-lieu que les premiers étoient ſeuls & iſolés. Ces deux points doubles, pour être infiniment proches, ne changent pas de nature, & n'en ſont pas moins chacun un ſimple point double.

Il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4me ordre qui a un point triple n'en peut avoir de double, & que ſi elle n'en a point de triple, elle n'en peut avoir plus de trois doubles; donc une Courbe de cet ordre qui n'a point de point triple, & qui en a un double de la ſeconde eſpece, n'en peut plus avoir qu'un de la premiere, ou, ce qui eſt la même choſe, elle ne peut avoir deux oſculations, ni deux Lemniſcates infiniment petites, ni une oſculation & une Lemniſcate infiniment petite, car ce ſeroient quatre points doubles; mais ſeulement outre une oſculation ou une Lemniſcate, elle pourra avoir un point d'interſection de deux branches, ou de rebrouſſement, ou provenu d'une Ovale conjuguée.

Venons maintenant aux points triples, qui commencent à ſe trouver dans le 4me ordre. A ceux que nous avons déja vus, M. l'Abbé de Bragelongne en ajoute ici un nouveau.

La Lemniſcate finie n'a qu'un nœud, un ſeul point où deux branches s'entrelacent; mais

mais il y a dans le 4me ordre d'autres Courbes, dont les branches s'entrelacent de façon qu'elles se coupent en trois points, & que le tout prend à peu près la forme de ce qu'on appelle *Las-d'amour*: aussi M. de Bragelongne donne-t-il à cet entrelacement le nom Grec de *Lemniſceros*, qui signifie la même choſe, ou plus préciſément, *Ruban d'amour*.

Dans le Lemniſceros, on peut imaginer trois droites, qui comme des eſpeces de Parametres déterminent la hauteur & la largeur des trois feuilles de Ruban. Si ces trois droites deviennent infiniment petites, comme elles le pourront en certain cas, les trois points d'interſection ou d'entrelacement ſe confondront en un, & tout le Lemniſceros ſe réduira à ce ſeul point, qui ſera triple.

Nous avons dit que quand une Lemniſcate devenoit infiniment petite, les deux Tangentes de ſon point unique d'interſection venoient à n'en être plus qu'une; par la même raiſon il y aura dans le Lemniſceros infiniment petit trois Tangentes, puiſqu'il contient trois points d'interſection confondus, & ces trois Tangentes ſeront égales, parce que priſes deux à deux pour chaque point d'interſection, elles ſe rapprochent toujours de l'égalité à meſure que l'angle d'interſection diminue, & que quand il devient nul, elles arrivent à cette égalité, & que de même les trois Tangentes, formées chacune de deux Tangentes à chaque point d'interſection, arrivent à l'égalité entre elles en ſe

rap-

rapprochant toujours pour partir toutes du même point.

Il faut donc ajouter le Lemniſceros infiniment petit aux points triples déja établis en 1730, à celui de l'interſection de trois branches, à celui de rebrouſſement ſimple par où il paſſera encore une nouvelle branche de la Courbe, à celui qui ſera provenu d'une Ovale adhérente.

Si pour trouver un point double il faut une ſeconde differentiation du rapport de l'Ordonnée à la Soutangente, il eſt clair qu'il en faudra une 3me pour un point triple. On trouvera toujours trois valeurs de la Soutangente ou Tangente.

Lorſqu'il y a des valeurs imaginaires, il y en a néceſſairement deux, & la 3me eſt réelle. C'eſt un point provenu d'une Ovale adhérente, on en a déja vu la raiſon en 1730.

Trois valeurs inégales donnent un point d'interſection de trois branches.

Deux valeurs égales & une inégale donnent un point de rebrouſſement par où paſſe encore une 3me branche de la Courbe: les deux égales appartiennent au rebrouſſement, l'inégale à la nouvelle branche.

Trois valeurs égales donnent, ainſi que nous venons de le dire, un Lemniſceros infiniment petit.

Sur cette derniere détermination comparée à la premiere, on pourroit d'abord être ſurpris que les Ovales devenues infiniment petites n'ayent par elles-mêmes que des Tangentes imaginaires, & que les Lemniſceros devenus de même infiniment petits n'en ayent que

que de réelles. Quelle eſt donc la difference ſi eſſentielle de ces deux ſortes de figures ou de Courbes ?

Nous l'avons déja inſinuée, quand nous avons dit dans le Volume précédent que les Ovales conjuguées, car par elles on jugera aiſément des adhérentes, n'avoient par rapport à toute autre partie de la Courbe aucune poſition déterminée, parce qu'elles avoient toutes les poſitions en même tems, & que par conſéquent elles n'étoient pas ſuſceptibles de Tangentes par rapport à la Courbe, & n'en devenoient pas plus ſuſceptibles pour diminuer, même à l'infini. Il n'en eſt pas de même du Lemniſceros, il a néceſſairement dans ſes trois points d'interſection des Tangentes déterminées, qui ſe conſervent toujours.

Il eſt difficile qu'on ne ſoit ſurpris par réflexion de toutes les ſubtilités imprévues, où l'on ſe trouve néceſſairement conduit, quand on veut ſuivre la Théorie de ces Courbes dans tous ſes recoins. Qui eût penſé aux points multiples, & à leurs differentes eſpeces de multiplicité? qui eût cru que le Calcul dût ſe plier à ces differentes idées ſi fines, ſi métaphyſiques en quelque ſorte, &, ce qui eſt encore plus, avoir le ſecret de les démêler ſurement, quand elles auroient le plus de reſſemblance apparente?

L'ACADEMIE a examiné un Ecrit ſur les Voûtes, préſenté par M. Chardon. Il

en conſidere de deux ſortes, celles qui ſont ceintrées ou en Berceau, comme les Arches d'un Pont, les Portes Cocheres, &c. & celles qui ſont en Dôme comme les Fours. Il ſuppoſe leurs Vouſſoirs dirigés vers un même point, & en équilibre entre eux, ſelon les Théories que nous avons expoſées en 1704 * & en 1729 †, & principalement ſelon la derniere. La Courbe de l'Intrados étant donnée, il cherche quelle Courbe pour l'Extrados devra réſulter de l'équilibre des Vouſſoirs, & la détermine géométriquement par points pour l'une & l'autre eſpece de Voûtes.

Elles ont toutes deux cela de commun, que quelle que ſoit la Courbe de l'Intrados, celle de l'Extrados ſera Aſymptotique à une droite, horizontale dans la 1re eſpece, & à une verticale, & à une autre horizontale dans la 2de. Il entre toujours de l'Infini dans cette matiere : nous avons vu en 1704, que géométriquement le dernier Vouſſoir devroit être d'une peſanteur infinie.

Le ſecond cas, qui eſt le plus remarquable, conſiſte en ce que la Courbe de l'Extrados eſt d'un côté Aſymptotique à une verticale tirée par le ſommet du Dôme, & de l'autre à l'horizontale qui eſt la baſe de la Voûte. Du premier Aſymptotiſme il ſuit que la Clé ou le Vouſſoir du milieu doit être infiniment long, & comme il faut cependant pour l'équilibre avec les autres qu'il ne ſoit que d'une peſanteur finie, il n'aura qu'une épais-

* p. 114. & ſuiv. † p. 103. & ſuiv.

épaiſſeur infiniment petite, ce qui ne pouvant être réellement exécuté, marque du moins que la Clé ne peut être trop longue & trop mince. Par le ſecond Aſymptotiſme il ſe trouve que la baſe de la Voûte étant un Infini du 1er Ordre, la Courbe de l'Extrados, quoiqu'elle ait un cours infini, ne l'a pourtant qu'infiniment petit par rapport à cette baſe; & pour rendre raiſon de cette merveille inexplicable ſelon les idées ordinaires, M. Chardon a recours à celles des *Elémens de la Géometrie de l'Infini.*

On a trouvé que dans ce qui lui eſt commun ſur ce ſujet avec d'autres Géometres, ſa Méthode a le mérite d'une grande ſimplicité, & dans tout le reſte celui de l'invention.

ON a examiné auſſi une Théorie de la Courbure des Courbes, préſentée par M. Fontaines. Il détermine cette Courbure, non par les Rayons des Dévelopées, comme à l'ordinaire, mais par les Sinus des Angles de Contingence, comme dans les *Elémens de la Géometrie de l'Infini*, quoique differemment; & l'on a trouvé que dans ſa formule générale, & dans l'application qu'il en fait à differentes Courbes, il faiſoit voir beaucoup de connoiſſance du Calcul Infinitéſimal.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

[a] L'Ecrit de M. de Maupertuis ſur la Séparation des Indéterminées.

[b] Celui de M. Nicole ſur les Sections Coniques.

[c] Celui de M. Clairaut ſur les Centres de Gravité.

[d] Celui de M. de la Condamine ſur une Nouvelle Maniere de conſiderer les Sections Coniques.

[e] Celui de M. de Maupertuis ſur un Problême Aſtronomique de M. Mayer.

[f] Celui de M. Clairaut ſur les Courbes que l'on forme en coupant une ſurface courbe quelconque par un plan donné de poſition.

[g] Celui de M. Nicole ſur la Maniere d'engendrer dans un Corps ſolide toutes les Lignes du 3me Ordre.

ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT REEL DES COMETES. [h]

LA Comete dont nous avons parlé en 1729 [i] & 1730 [k] a donné à M. Caſſini, par ſes circonſtances heureuſes & particulieres, des vues qui méritoient d'être ſuivies

[a] V. les M. p. 147. [b] p. 184. [c] p. 226.
[d] p. 340. [e] p. 652. [f] p. 680.
[g] p 694. [h] V. les M. p. 422.
[i] p. 93. & ſuiv. [k] p. 134. & ſuiv.

vies plus loin, & qu'il a ſuivies en effet. Il a démontré que le mouvement de cette Comete, d'abord contraire à celui de tout le Syſtême Solaire, ne pouvoit cependant être que direct; & n'y eût-il d'autre raiſon, ſinon que ce mouvement d'abord contraire ou rétrograde a été enſuite direct, il ſeroit certain qu'il n'a été réellement que l'un ou l'autre, & dans la néceſſité de cette alternative, on devroit ſe déterminer pour la réalité du direct, & l'apparence du rétrograde, puiſque par-là la Comete devient conforme à toutes les Planetes Solaires, ce qui eſt le plus ſimple en ſoi, & ſatisfait d'ailleurs à l'intention commune de tous les Philoſophes.

Mais ce ne ſeroit rien que le mouvement rétrograde de la Comete de 1729 ne fût qu'apparent, il faut qu'il en ſoit, ou qu'il en puiſſe être de même de tous les mouvemens rétrogrades que l'on a vus à d'autres Cometes; il le faut pour l'uniformité, il le faudroit auſſi pour l'interêt des Tourbillons Cartéſiens; & quoique cet interêt ne ſoit pas une raiſon, l'idée de ces Tourbillons eſt digne qu'on ſouhaite de les conſerver, ne fût-ce que par la crainte de ce qui leur ſuccederoit.

M. Caſſini a examiné toutes les Cometes dont on a des Obſervations aſſez ſures & aſſez circonſtanciées. L'Epoque d'où il part, eſt celle de 1472, obſervée par Regiomontanus: avant cela, ce n'eſt à cet égard qu'un tems *obſcur & incertain*, qui recommence pourtant enſuite, & dure juſqu'en 1531. Il ſe

trouve dans l'eſpace des 200 années qui ſe ſont écoulées juſqu'à préſent, 36 Cometes bien obſervées, ſans compter celle de 1472, dont 20 n'ont paru avoir qu'un mouvement direct, & 16 un mouvement rétrograde, ſoit qu'elles n'en ayent pas eu d'autre, ſoit que quelques-unes ayent eu auſſi le direct. On peut voir par-là en paſſant, que les Cometes ne ſont pas rares, & qu'à prendre un nombre moyen, il a dû y en avoir 1 pour chaque période de 5 années ½, quoique dans ces 200 ans nous n'ayons pas compté 3 Cometes, dont on n'a point le détail, & encore moins celles qui auront pu être toujours cachées dans les rayons du Soleil.

Nous ne ſuivrons pas M. Caſſini dans le détail, quoique curieux, qu'il fait de toutes ces Cometes. Il nous ſuffit d'expoſer ce qu'il prétend, & les moyens généraux dont il ſe ſert pour l'établir.

Il prétend que de toutes les Cometes qui ont paru depuis 1472 incluſivement, il n'y en a aucune parmi les rétrogrades dont on ne puiſſe repréſenter le mouvement en le ſuppoſant toujours réellement direct, de la même maniere dont le mouvement toujours direct de toutes les Planetes Solaires vient dans certaines circonſtances à paroître rétrograde. Ces circonſtances ſont pour les Planetes ſupérieures, que la Terre vienne à paſſer entre elles & le Soleil; & pour les inférieures, qu'elles paſſent entre la Terre & le Soleil. L'apparence de la rétrogradation n'eſt pas bornée au moment de l'un ou de l'autre de ces paſſages, elle s'étend beaucoup en de-

deçà & au delà. La plus longue rétrogradation, qui eſt celle de Saturne, eſt de 4 mois ½, & la plus courte, qui eſt celle de Mercure, eſt de 18 jours. Nous avons expliqué plus à fond toute cette matiere en 1709 *. Une Comete peut ſe mouvoir toujours au deſſus de l'Orbe annuel que la Terre décrit autour du Soleil, & en ce cas elle ne ſera viſible que quand elle ſera la plus proche de cet Orbe, & on la pourra conſiderer comme une Planete ſupérieure. Si dans la partie viſible de ſon cours elle eſt au deſſous ou en dedans de notre Orbe annuel, c'eſt alors une Planete inférieure. Elle aura donc les accidens de Planete ſoit ſupérieure, ſoit inférieure, pourvu qu'elle ſoit dans les circonſtances néceſſaires à une Planete, c'eſt-à-dire, que quoiqu'elle ſoit toujours réellement directe, elle paroitra rétrograde pendant un certain tems avant & après le paſſage de la Terre entre elle & le Soleil, ou avant & après ſon paſſage entre la Terre & le Soleil. Quant à l'arc, ou à la durée de la rétrogradation d'une Comete, on verra qu'il n'eſt pas poſſible d'en rien déterminer, ſi l'on ſe ſouvient de ce qui a été dit à ce ſujet ſur les Planetes en 1709; ainſi il n'y aura de ce côté-là nulle difficulté à ſuppoſer les Cometes directes.

Il eſt très naturel de les rapporter à l'Orbe annuel de la Terre, puiſqu'effectivement on ne les voit que dans leur plus grande proximité de la Terre. Après qu'on les y a vues un certain tems, elles ſe dérobent à nos yeux,

* p. 104. & ſuiv.

yeux, ſoit en s'éloignant & de la Terre & du Soleil ſi elles étoient hors de l'Orbe annuel, ſoit en s'éloignant de la Terre & s'approchant du Soleil, ſi elles étoient au dedans de l'Orbe; & alors ou elles ſe perdent dans les rayons du Soleil, qui les rendent inviſibles, ou elles vont ſimplement à une trop grande diſtance de la Terre.

On peut très bien concevoir qu'une Comete, tandis qu'elle eſt viſible, traverſe l'Orbe annuel, ſoit pour y entrer, ſoit pour en ſortir. Ce cas eſt un compoſé des deux que nous venons d'expliquer, & il ſera très aiſe d'en imaginer les ſuites. Les Cometes auront en quelque ſorte un double principe de rétrogradation, d'abord comme Planetes ſupérieures, enſuite comme Planetes inférieures, ou au contraire.

M. Caſſini ſuppoſe avec beaucoup de vraiſemblance, que les Cometes, puiſqu'elles ſont traitées de Planetes Solaires, ont d'autant plus de vîteſſe réelle qu'elles ſont plus proches du Soleil. On ne doit pas s'attendre que ce ſoit tout-à-fait dans la même raiſon, qui eſt, comme l'on ſait, la raiſon renverſée des Racines quarrées des diſtances au Soleil; car une Planete dont la diſtance au Soleil varie peu, prend une vîteſſe réelle à peu près conſtante, que rien n'altere, au-lieu qu'une Comete ſans comparaiſon plus ou moins éloignée du Soleil, dans un tems que dans un autre, peut avoir pris dans une grande proximité, par exemple, une ſi grande vîteſſe qu'elle en conſervera encore quelque tems une partie

tie dans un éloignement qui n'auroit dû lui donner qu'une vîteſſe moindre, ou bien elle ne prendra que ſucceſſivement & par degrés toute la vîteſſe que doit lui donner une certaine proximité. De plus, une Planete eſt toujours à peu près dans un Cercle dont les parties ont la même poſition par rapport au Soleil, qui eſt le centre; mais une Comete décrit une Courbe extrêmement excentrique au Soleil, dont les parties ont par rapport à lui des poſitions fort differentes, de ſorte qu'ayant une certaine vîteſſe réelle, elle paroîtra cependant ne décrire qu'un trop petit eſpace, à cauſe de la poſition qu'aura cet eſpace, ou au contraire. Il ſuffit donc que quand on ſuppoſe, par exemple, que la Comete traverſe l'Orbe annuel, on puiſſe lui trouver une vîteſſe réelle approchante de celle de la Terre, & c'eſt à quoi M. Caſſini s'aſſujettit pareillement dans toutes les autres déterminations.

Il s'aſſujettit auſſi à les rendre telles, qu'elles puiſſent repréſenter les variations de la grandeur du corps ou de la tête de la Comete. Le célèbre Hevelius les a priſes pour réelles, & cela eſt en effet plus commode, car en ne les prenant que pour apparentes, elles dépendront certainement de la variation des diſtances, ſur leſquelles on n'aura plus tant de liberté. Mais au fond, il n'eſt guere croyable que d'auſſi grands corps que les Cometes, auſſi durables, éternels dans le même ſens que le Monde, fuſſent ſujets à de très grandes augmentations ou diminutions de grandeur, auſſi promptes qu'elles devroient

être, & qui quelquefois ſe ſuccederoient les unes aux autres.

Aſſez ſouvent on peut en plus d'une maniere ſuppoſer direct un mouvement de Comete qui aura paru rétrograde, & c'eſt une eſpece d'avantage pour le Syſtême que M. Caſſini ſoutient. Cela vient de ce que la diſtance réelle de la Comete à la Terre ou au Soleil étant pour l'ordinaire abſolument inconnue, on eſt le maitre de regarder la Comete dans la petite partie viſible de ſon cours ou comme Planete ſupérieure, ou comme Planete inférieure, de mettre la Terre entre le Soleil & elle, ou de la mettre entre la Terre & le Soleil, ou le Soleil entre la Terre & elle, la premiere de ces diſpoſitions appartenant aux Planetes ſupérieures, & les deux autres aux inférieures, & toutes trois faiſant également l'effet de donner à un mouvement direct l'apparence de rétrograde. Mais il eſt rare que cette indétermination ſubſiſte, quand on a égard à toutes les circonſtances de la Comete, à ſa variation de grandeur & de vîteſſe apparentes, à la vîteſſe réelle qu'elle doit avoir ſelon la Règle de Kepler dans les lieux où on la met, &c. Quelquefois toutes ces circonſtances ſont ſi fortes en faveur d'un certain mouvement direct déterminé, & conditionné de certaine façon, qu'il n'eſt plus permis d'héſiter.

A plus forte raiſon ne le ſera-t-il pas alors d'héſiter entre le mouvement direct & le rétrograde, dont on peut toujours abſolument ſuppoſer l'un ou l'autre réel; on le peut même quand le mouvement apparent ou ob-

observé n'a été que direct, & M. Cassini ne néglige pas de le faire voir, tant il reste encore d'indétermination dans la Théorie des Cometes, selon ce que nous en avons dit en 1725 *. Mais s'il y a des cas où le mouvement direct ait un grand avantage sur le rétrograde pour satisfaire à tous les phénomenes, si au contraire il n'y en a pas où le rétrograde ait le même avantage, & c'est ce qui se trouve en effet, il sera difficile de résister à la conclusion générale qui se présente.

Dans le grand nombre de Cometes que M. Cassini a passées en revue, il n'a pas manqué de remarquer celles qui pouvoient avec quelque fondement être prises pour les mêmes qui revenoient: mais outre que ce n'étoit pas là son objet principal, il ne trouve pas encore une certitude suffisante dans cette Hypothese des Retours. Les Retours douteux, & qui auront besoin qu'on les ajuste à l'Hypothese, prouveront peu; les inconteſtables, ou qui en approcheront beaucoup, se feront apparemment attendre longtems.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

† L'Extrait fait par M. Cassini d'Observations faites à la Louisiane.

‡ L'Ecrit de M. Godin sur le Quart de Cercle Astronomique fixe.

Les

* p. 84. & suiv.
† V. les M. p. 231. ‡ p. 276.

* Les Obſervations de l'Eclipſe Lunaire du 20 Juin par Mrs Caſſini, Godin, & Grandjean.

† La Méthode de M. Pitot pour tracer les Lignes correſpondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

‡ L'Ecrit de M. Grandjean ſur la forme la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Tables Aſtronomiques.

GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

‡ Les Recherches Géographiques de M. Buache ſur l'Etendue de l'Empire d'Alexandre.

CHRONOLOGIE.

CEtte année M. Filliol, Profeſſeur en Hydrographie à Agde, communiqua à l'Académie un aſſez gros Ouvrage Manuſcrit, intitulé *Nouvelle Diſtribution politique du Tems.* L'Auteur s'eſt propoſé de déterminer le jour de la Pâque par des Calculs tirés des Ta-

* p. 326. 328. † p. 519. ‡ p. 611.
‡ V. les M. p. 157.

Tables Aſtronomiques, & en abandonnant les déterminations établies par le Calendrier Grégorien. Il fait voir que le jour marqué par ce Calendrier devance quelquefois le vrai Equinoxe, & differe de celui qui réſulte des Tables. Pour cela il a beſoin d'un grand nombre de Calculs, dont on a vérifié quelques-uns, qui ont fait juger qu'ils étoient tous de bonne main, & que tout l'Ouvrage avoit été fait avec beaucoup de ſoin & d'exactitude. Il remonte juſqu'aux principes de la Chronologie, & à des recherches ſavantes ſur les Calendriers des diverſes Nations. Mais enfin il ne s'agit ici ſelon le Titre même que d'une Diſtribution politique du Tems, où la préciſion aſtronomique n'eſt ni néceſſaire, ni même poſſible, puiſque les Aſtronomes ne ſont pas encore parfaitement d'accord ſur les mouvemens vrais des Aſtres. Il s'en enſuivroit même l'inconvénient que l'on pourroit ne pas célébrer la Fête de Pâques le même jour par toute la Terre. Tout conſideré, il ſe trouve que l'Egliſe a agi avec beaucoup de prudence de s'en tenir au Calendrier Grégorien, ſauf à y faire dans la ſuite du tems quelque réforme, ſi on le juge néceſſaire.

MECHANIQUE.

*SUR LES TOITS OU COMBLES DE CHARPENTE.**

LA coupe verticale d'un Toit ſimple & uni eſt un Triangle iſoſcele, dont la baſe s'appelle la *largeur* du Toit; & la hauteur, qui eſt la perpendiculaire tirée du ſommet du Triangle ou *faîte* ſur cette baſe, s'appelle en Architecture le *Poinçon*. Nous ne donnerons ici ce nom qu'à cette perpendiculaire entiere, quoiqu'on le donne quelquefois auſſi à une ligne qui n'en eſt qu'une partie, & ne va pas juſqu'à la baſe du Triangle.

Les deux côtés égaux du Toit ou Comble étant peſans, puiſqu'outre la Charpente des *Chevrons* dont ils ſont conſtruits, ils portent des Tuiles ou du Plomb, il eſt viſible que le Toit entier, ou le Triangle qui le repréſente, a deux tendances, l'une à tomber, l'autre à s'élargir ou à s'ouvrir en tombant; la premiere a une direction verticale, la ſeconde en a une horizontale. De-là naiſſent differentes conſiderations ſur la conſtruction des Toits, & c'eſt ce que M. Couplet examine préſentement, en ſuivant la vue qu'il a priſe d'appliquer plus qu'on n'a fait juſqu'ici à la pra-

* V. les M. p. 99.

pratique utile & néceſſaire de l'Architecture la Théorie de la Méchanique.

On voit du premier coup d'œil que les deux côtés égaux d'un Toit, ou ceux du Triangle qui le repréſente, s'arcboutent l'un contre l'autre au faîte, & ſoutiennent mutuellement l'effort que chacun d'eux fait pour tomber. Ainſi cet effort étant détruit, ou rendu inutile, il ne reſte que celui de la pouſſée horizontale. On lui oppoſe une *plate-forme* ou *fabliere* auſſi inébranlable qu'il ſe peut, contre laquelle il s'exerce. Il tend à pouſſer horizontalement de dedans en dehors le point ſur lequel s'appuye l'extrémité inférieure du Toit. Il ſuffira de conſiderer une moitié du Toit ou du Triangle. Si par le milieu d'un côté de ce Triangle où ſera le centre de gravité de ce côté, on tire une verticale ſur la demi-baſe ou demi-largeur du Toit, elle y déterminera un point qui ſera à une certaine diſtance du point d'appui de la pouſſée horizontale. On trouvera aiſément par la Théorie des Mouvemens compoſés, qui domine par-tout ici, que cette diſtance exprimera l'effort de la pouſſée horizontale, tandis que la hauteur du Triangle ou le poinçon exprimera la peſanteur du demi-Toit, ce qui donne en lignes, ou grandeurs connues, le rapport de cet effort & de cette peſanteur.

Si le Toit étoit *briſé* ou en Manſarde, il faudroit, en ſuppoſant les deux lignes de la Manſarde égales, tirer une droite par le milieu de chacune, & par le milieu de cette droite la verticale où ſe trouveroit le centre de

de gravité du demi-Toit, & tout le reſte demeureroit le même.

Qu'un Toit ſoit plus ou moins élevé, ſa largeur étant toujours la même, ou en termes de l'Art, qu'il ſoit *ſurmonté* ou *ſurbaiſſé*, la charge que ſes chevrons ſouffrent par les Tuiles dont ils ſont couverts, eſt toujours égale, quoique certainement un Toit ſurmonté ait un plus grand poids qu'il donne à porter aux Chevrons. La raiſon de cette eſpece de paradoxe eſt que quand un plan incliné porte un poids, il ne le porte pas entier, & que la partie qu'il en porte, ou ſa charge, eſt au poids total, comme la baſe du plan eſt à ſa longueur. De-là il ſuit que ſi, la baſe demeurant la même, la longueur augmente, ce qui arrive ici lorſque le Toit eſt plus ſurmonté, la charge des Chevrons qui ſont le plan incliné, n'augmentera pas, quoique le poids de ce qui les couvre ſoit augmenté, ou, ce qui revient à la même choſe, la charge des Chevrons demeure égale en elle-même, quoiqu'elle ſoit une moindre partie du poids total du Toit.

En même tems cette baſe du plan incliné des Chevrons exprime auſſi la pouſſée horizontale du Toit, dont le Poinçon ou la hauteur exprime l'effort vertical, & par conſéquent cette baſe, qui eſt la largeur du Toit, demeurant la même tandis que ſa hauteur augmentera, ou qu'il ſera plus ſurmonté, il eſt évident que les Toits ſurmontés auront par rapport à leur hauteur, & à leur poids, moins de pouſſée horizontale, & agiront moins contre leurs Sablieres.

De-là

De-là M. Couplet tire des conſéquences favorables aux Toits roides ou ſurmontés. Ils feront certainement couler plus vîte les eaux des Pluyes, & en ſeront par conſéquent moins endommagés; ils donneront moins de priſe à l'action du Vent, qui tend toujours à les découvrir; & l'on aura ces avantages ſans que ni la charge des Chevrons, ni la pouſſée de ces Toits en ſoit plus grande. Ils ſeront donc plus ſolides: mais il faut avouer qu'ils ſeront moins agréables à la vue, comme ſi le ſolide & l'agréable devoient toujours être en oppoſition.

Ce qu'il y a de plus important dans la recherche de M. Couplet ſur cette matiere, regarde les *Pannes*. Ce ſont des pieces de bois poſées horizontalement le long du demi-Toit qu'il ſuffit de conſiderer, & vers ſon milieu, de ſorte que les Chevrons qui ſe diviſent à leur égard en ſupérieurs & inférieurs, s'appuyent ſur elles chacun par une de leurs extrémités. Elles doivent s'oppoſer à l'effort que fait le Toit pour perdre ſa rectitude & ſe fléchir; mais le plus ſouvent elles s'y oppoſent inutilement, & d'autant moins qu'elles tendent elles-mêmes à ſe fléchir par leur propre poids. Auſſi eſt-il très commun de voir des Toits qui ſe démentent & ſe courbent, d'où s'enſuit la ruïne du faîte, & tout ce qu'il eſt aiſé d'imaginer d'inconvéniens.

On pourroit faire les Pannes plus fortes, & d'un plus *gros équarriſſage*, mais ce remede ſeroit cher, & chargeroit beaucoup le Toit; il y en auroit peut-être encore d'autres que

nous

nous omettons, pour en venir à celui que propose M. Couplet.

Il faut faire en sorte que la Panne ait peu à travailler, que même elle ne travaille point du tout, auquel cas on pourroit absolument s'en passer, & ce ne sera plus qu'une sureté de surcroît, qui par conséquent pourra être aussi petite, & couter aussi peu qu'on voudra.

Cela se trouvera si le Toit est composé de deux parties distinctes qui soient parfaitement en équilibre, c'est-à-dire, telles que tout l'effort de l'une soit soutenu & contrebalancé par l'autre.

Pour cet effet on voit d'abord qu'il faut que le Toit soit brisé ou en Mansarde. Deux Chevrons du même demi-Toit, l'un supérieur, l'autre inférieur, qu'on suppose égaux, s'appuyeront l'un contre l'autre à l'endroit où le Toit est brisé, & où sera la Panne qu'on appelle alors Panne de *brisis*. Le Chevron supérieur s'appuye par son extrémité supérieure contre un Chevron de l'autre demi-Toit, & l'inférieur s'appuye par son extrémité inférieure contre la Sabliere. Dans cet état les deux Chevrons s'arcboutent l'un contre l'autre, & il s'agit de les mettre en équilibre.

L'effort vertical du Chevron supérieur pour tomber étant soutenu par le Chevron de l'autre côté qui en a un pareil, il ne lui reste que l'effort horizontal par lequel il tend à faire tourner le Chevron inférieur sur son point d'appui de la Sabliere, & par conséquent à le renverser de dedans en dehors; cet effort est horizontal, & comme il agit

sur

ſur ce point fixe de la Sabliere, il agit d'autant plus puiſſamment qu'il en eſt à une plus grande diſtance, ce qui ſe détermine par le lieu où eſt le centre de gravité du Chevron à l'égard de ce point fixe. C'eſt-là un bras de Levier par lequel il faut multiplier l'effort, pour avoir l'énergie du Chevron ſupérieur. D'un autre côté l'inférieur réſiſte par ſa peſanteur à l'effort du ſupérieur, il a auſſi ſon bras de Levier par rapport au même point fixe, car ſon centre de gravité, où réſide toute ſa force pour réſiſter, lui donne auſſi une diſtance à l'égard de ce point, & par conſéquent une énergie de même nature que l'autre. Après cela ce n'eſt plus l'affaire que de l'Algebre & du Calcul de trouver les expreſſions des efforts, & de leurs bras de Levier, & de prendre les deux énergies pour égales, puiſqu'elles doivent l'être dans le cas de l'équilibre cherché.

Il eſt viſible que la hauteur, & la largeur d'un Toit qui doit être briſé étant déterminées, on peut prendre pour les deux Chevrons du demi-Toit pluſieurs Chevrons differens, toujours égaux deux à deux. Les lignes verticales tirées de leur point de concours ſur la baſe ou largeur du Toit tomberont ſur differens points de cette droite. Mais quand on veut que les deux Chevrons ſoient en équilibre, toute cette indétermination eſt levée, l'équilibre eſt quelque choſe d'unique, qui demande que les Chevrons ſoient d'une certaine longueur, & que la verticale tirée de leur point de concours ne tombe que ſur un certain point de la baſe. Cela détermine auſſi

auſſi à ce point de concours la place de la Panne de briſis, ſoit que ce point ſoit plus ou moins élevé que le milieu du demi-Toit. De même la longueur des Chevrons, qui doivent faire équilibre, étant déterminée, la hauteur & la largeur du Toit le ſeront auſſi en conſéquence.

Nous ne parlons point des opérations, des Conſtructions géométriques, &c. où tout cela engage. L'art qu'on y employe ne peut être ſéparé d'avec la maniere de l'employer.

SUR LA RESISTANCE DE L'ETHER AU MOUVEMENT DES CORPS.

LE Syſtême général de Deſcartes étoit le Syſtême dominant chez la plus grande partie des Philoſophes, qui ne laiſſoient pas cependant de bien ſentir les difficultés qu'il renferme, lorſque M. Newton ou donna plus de force à ces difficultés, ou en propoſa de nouvelles, de ſorte que les fondemens de tout l'Edifice Cartéſien parurent abſolument renverſés.

Tout eſt plein, ſelon Deſcartes; les plus petits interſtices que les parties du Corps le plus ſolide & le plus denſe puiſſent laiſſer entre elles, ſont exactement remplis d'une matiere ſubtile, ou Etherée, qui eſt elle-même le Corps le plus ſolide & le plus denſe qui ſoit poſſible, puiſque ſes parties intégrantes ne peuvent laiſſer d'interſtices à remplir par une

une autre matiere plus ſubtile. Dans un volume quelconque d'une grandeur déterminée, il y a autant de matiere que dans tout autre volume de même grandeur, quelque differente que paroiſſe leur matiere; il y en a autant dans un volume d'Air que dans un volume d'Or égal. Il eſt aiſé d'appercevoir les premieres difficultés qui naiſſent de-là preſque d'elles-mêmes, ſur-tout par rapport à la Peſanteur.

Mais M. Newton a été beaucoup plus loin. Il a prouvé géométriquement, & par les loix du Mouvement reçues de tout le monde, que ſi un Corps, qu'on peut ſuppoſer ſphérique, ſe meut dans un fluide d'une denſité égale à la ſienne, il ne peut y parcourir trois fois la longueur de ſon diametre ſans avoir perdu près de la moitié de ſa vîteſſe initiale, quelque grande qu'elle ait pu être. La raiſon générale en eſt, qu'à chaque eſpace qu'il a parcouru égal à ſon diametre, il a dû déplacer néceſſairement autant de matiere du fluide qu'il en contient lui-même, & une matiere toute pareille à la ſienne par la ſuppoſition. Or il ne l'a pu ſans communiquer au fluide de ſa force & de ſa vîteſſe, & par conſéquent ſans en perdre autant, & cette perte ſe calcule. M. Newton n'avoit garde de ſe tromper au calcul, & ſa démonſtration n'a pas été attaquée.

Puiſque ſelon les Cartéſiens un volume d'air contient la même quantité de matiere qu'un volume d'or, ou de fer, & toujours au fond la même matiere malgré toutes les differences imaginables d'arrangement & de con-

contexture, il faut donc qu'un Boulet de Canon, qui ſe meut dans l'air, ne puiſſe y parcourir trois fois ſon diametre ſans perdre près de la moitié de ſa premiere vîteſſe. Mais il eſt énorme combien cela differe de l'expérience qui s'en fait tous les jours, combien de 100 fois au-lieu de 3 le Boulet parcourt la longueur de ſon diametre, ſans avoir perdu, non pas la moitié, mais quelque petite partie ſenſible de ſa vîteſſe initiale. De-là M. Newton conclud que le Boulet ne ſe meut donc pas dans un eſpace abſolument plein, mais vuide en partie de toute matiere, & où par conſéquent le Boulet trouvant moins de matiere à déplacer, ou, ce qui eſt le même, moins de réſiſtance, conſerve plus longtems ſon mouvement. Que l'on mette à la place de ce Boulet une Planete ou une Comete qui ſe meut dans l'Ether Cartéſien, & il ſera abſolument inconcevable qu'elle s'y meuve depuis un ſi grand nombre de Siecles ſans aucune diminution de ſa premiere vîteſſe. Epicure auroit bien triomphé, s'il avoit eu cet argument pour ſon Vuide: mais le tems de ces ſortes d'argumens n'étoit pas encore venu.

Les Cartéſiens ſe ſont tournés de tous les ſens pour éluder la force de ce raiſonnement. L'Ether, où les Planetes & les Cometes ſont portées, eſt compoſé de parties preſque infiniment ſubtiles, qui ont une vîteſſe, & ſe ſéparent les unes des autres avec une facilité preſque infinie; une Planete eſt percée dans toute ſa maſſe d'une infinité de pores, ou plutôt de canaux au travers deſquels l'Ether

her paſſe ſans faire aucune réſiſtance au nouvement de la maſſe totale. Mais toutes es réponſes ſont foibles, & M. l'Abbé de Molieres s'attache beaucoup à en faire voir 'inſuffiſance; non qu'il veuille renoncer au ſyſtême Cartéſien, mais parce qu'il veut le ſauver par un autre moyen nouveau & meilleur.

Sans le ſuivre dans le détail, quoiqu'inſtructif, de tout ce qu'il dit à ce ſujet, nous pouvons raſſembler tout ſous un ſeul point de vue. La démonſtration inébranlable de M. Newton ſuppoſe ſeulement que le Corps & le Milieu où il ſe meut ſoient de même denſité, c'eſt-à-dire, que dans un volume du Milieu égal à celui du Corps mû, & dans ce Corps, il y ait une égale quantité de matiere; car de-là s'enſuivra le déplacement de matiere néceſſaire pour la démonſtration, quelle que ſoit d'ailleurs la ſubtilité des parties du Milieu, quel que ſoit leur mouvement particulier, quelle qu'en ſoit la vîteſſe, quelle que ſoit la facilité qu'elles ont à ſe ſéparer, quelle que ſoit la contexture du Corps mû; toutes ces circonſtances n'operent rien, & la même quantité de matiere à déplacer ſe retrouve toujours dans le Syſtême de Descartes.

Il reſte à voir ſi l'on ne pourroit pas tirer quelque avantage de l'inégalité de denſité qu'on ſuppoſeroit entre le Corps mû & le Milieu, entre la Planete & l'Ether; il ſemble qu'on ne ſeroit plus alors dans le cas de la démonſtration.

Il eſt vrai que dans le Syſtême du Plein on peut

peut imaginer qu'un Corps ſera plus ou moins denſe, parce qu'il aura plus ou moins de ſa matiere *propre*, le reſte de ſon volume étant rempli par une matiere étrangere quelconque. Une Planete n'aura pas tout ſon volume rempli par ſa matiere propre; mais il n'en peut pas être de même de l'Ether, il ne ſauroit contenir que de ſa matiere propre, & il eſt ce qui peut être de plus denſe dans la Nature. Il eſt donc toujours plus denſe que la Planete, & l'on peut concevoir qu'elle déplace moins de ſes parties, parce qu'elle n'en déplacera que par ſa matiere propre, ce qui en effet diminuera la réſiſtance du Milieu par rapport au volume. Mais en ce cas-là même on retombe dans la démonſtration de M. Newton. Que le volume de la Planete ſoit réduit à ne contenir plus que ſa matiere propre, voilà le même nombre qu'auparavant de parties du Milieu déplacées, & la démonſtration ſubſiſte en ſon entier.

Nous pouvons faire ici une remarque. En ſuppoſant qu'il n'y a que la matiere propre du Corps mû qui déplace les parties du Milieu, & en concevant ce Corps réduit au ſeul volume que ſa matiere propre formeroit, on voit très facilement pourquoi dans des expériences faites ſur differens Pendules que l'on agite dans un même Milieu, une boule de bois perd plutôt ſon mouvement qu'une boule de plomb de même volume; c'eſt que l'une & l'autre boule étant réduite à ſa matiere propre, celle de bois auroit un moindre diametre, & en parcourant trois fois ſa longueur dans le Milieu, elle parcourroit un moindre eſpa

eſpace que ne feroit celle de plomb, & par conſéquent perdroit plutôt ſa vîteſſe.

Pour trancher abſolument le nœud de cette terrible objection fondée ſur la réſiſtance de l'Ether, M. l'Abbé de Molieres prend le parti d'ôter à l'Ether toute réſiſtance, en le laiſſant tel qu'il eſt chez les Cartéſiens, auſſi homogene, & auſſi denſe: car enfin tant qu'il réſiſtera aux Planetes, quelque foiblement que ce pût être, on n'échappera point à M. Newton, & depuis le long tems qu'on obſerve les Planetes, on leur auroit trouvé quelque diminution de vîteſſe, & même très conſiderable.

Si un Corps peſant ſe meut dans un fluïde peſant, la démonſtration de M. Newton a lieu, & elle eſt ſans replique. Mais ſi le Corps étant toujours peſant, le fluïde ne l'eſt pas, tout eſt changé, la réſiſtance de ce fluïde ne ſera qu'un infiniment petit du 2^{d} ordre, de ſorte que dans un tems infini, elle ne deviendroit qu'un infiniment petit du 1er ordre, & abſolument inſenſible. Que ſera-ce donc de tout tems fini? C'eſt-là ce que M. de Molieres prouve géométriquement, & par-là il ſe met hors d'atteinte à l'égard de M. Newton, qui n'a point conſideré ce 2^{d} cas, & n'y a pas même penſé, perſuadé, comme il l'étoit, que tous les Corps ſont peſans. Mais il n'eſt nullement néceſſaire qu'ils le ſoient; on ne conçoit pas que la peſanteur, une tendance continuelle à un certain point déterminé, leur ſoit eſſentielle comme l'étendue ou l'impénétrabilité. Au contraire, on conçoit, & ſur-tout depuis qu'on a les lumieres de

la Philoſophie moderne, qu'elle ne peut être que l'effet, le réſultat de quelque mouvement, qui néceſſairement leur ſera étranger & accidentel. Mais il ne s'agit préſentement que de prouver la réſiſtance nulle d'un fluïde ſuppoſé non-peſant à un Corps peſant. Nous croyons le pouvoir montrer ſuffiſamment, ſans prendre le même tour de démonſtration que M. l'Abbé de Molieres.

La Peſanteur, telle qu'elle eſt à la ſurface de notre Globe terreſtre, & aux environs, fait tomber verticalement un Corps de 15 pieds en une ſeconde. Si elle ne le faiſoit tomber de cette même hauteur qu'en deux ſecondes, il eſt évident qu'elle ſeroit moindre, & toujours ainſi de ſuite. Si l'on vouloit comparer enſemble deux Peſanteurs, qui differaſſent de cette ſorte, on trouveroit très aiſément que l'expreſſion générale de la Peſanteur, entant que force accélératrice, étant l'Eſpace diviſé par le quarré du Tems, les deux Peſanteurs ſeroient le même Eſpace diviſé par les quarrés des deux Tems, & que par conſéquent elles ſeroient entre elles en raiſon renverſée des quarrés de leurs Tems.

La force néceſſaire pour faire parcourir à un Corps de bas en haut verticalement 15 pieds en une ſeconde eſt égale à la force de la Peſanteur qui fait le contraire, & une force qui ne feroit parcourir ces 15 pieds de bas en haut qu'en deux ſecondes, en trois, &c. ſeroit égale à une autre Peſanteur, & ces deux nouvelles forces ſeroient entre elles comme les deux Peſanteurs.

Un Corps qui tombe le long d'un Plan incliné

cliné n'a acquis à la fin de ſa chûte que la même vîteſſe qu'il eût acquiſe en tombant le long de la verticale qui eſt la hauteur du Plan, mais il a employé plus de tems à tomber le long du Plan, & plus de tems en même raiſon que la longueur eſt plus grande que la hauteur, deux fois, trois fois plus, &c. ſi la longueur eſt deux fois, trois fois, &c. plus grande.

Un Corps étant deſcendu le long d'un plan incliné, ſi l'on veut le faire remonter le long de ce même plan juſqu'au point d'où il avoit commencé à deſcendre; il faut une force contraire à la Peſanteur qui l'auroit fait tomber le long de la verticale: mais comme cette force n'auroit produit ſon effet qu'en un tems plus long, à raiſon de la longueur du Plan, elle n'eſt égale qu'à une Peſanteur qui auroit fait tomber le Corps par la même verticale en un tems plus long, & par conſéquent ſon expreſſion ſera l'eſpace vertical conſtant diviſé par le quarré du Tems.

Donc plus le tems eſt long, ou plus la longueur du plan incliné eſt grande, plus la force néceſſaire pour faire remonter ce plan par un Corps, eſt petite, ou, ce qui revient au même, moins le Corps eſt peſant par rapport à la force qui le doit mouvoir. Donc ſi la longueur du plan eſt infinie, auquel cas le plan eſt horizontal, & le Tems infini, la force eſt infiniment petite du 2d ordre, puiſque c'eſt une fraction, dont le numérateur étant toujours une grandeur finie, le dénominateur, qui eſt toujours le quarré du Tems, eſt devenu un Infini du 2d ordre.

Donc auſſi une force infiniment petite du 2d ordre ſuffit pour mouvoir un Corps horizontalement, ou, ce qui eſt la même choſe, un Corps ne peſe point à l'égard de la force finie qui tend à lui imprimer un mouvement horizontal. Or le mouvement circulaire d'une Planete dans l'Ether autour d'un centre n'eſt à cet égard qu'un véritable mouvement horizontal, & tout le monde en convient. Donc la Planete n'a beſoin pour ſurmonter la réſiſtance de l'Ether, & en déplacer à chaque inſtant un volume égal au ſien, que de lui imprimer un mouvement horizontal, pour lequel une force infiniment petite du 2d ordre ſuffit. Donc dans quelque tems fini que ce ſoit, la Planete ne perdra rien de ſa force, ni de ſa vîteſſe.

*SUR LE JET DES BOMBES.**

VOICI une matiere déja fort traitée, mais toute neuve par la forme. On en a fait des Livres aſſez étendus, & M. de Maupertuis réduit tout à une ſeule formule d'Algebre, qui non ſeulement renferme tous ces Livres, mais y ajoute des choſes nouvelles. Nous allons cependant retrancher à ce qu'il a donné une partie de ſon mérite, l'extrême briéveté, qui pourroit n'être pas tant à l'uſage de toutes ſortes de Géometres.

U-

* V. les M. p. 419.

Une Bombe eſt tirée avec une certaine charge de Poudre, qui lui donne une certaine vîteſſe, la même qu'elle auroit acquiſe dans le Syſtême de Galilée en tombant verticalement d'une certaine hauteur. Cette hauteur, toujours differente pour chaque vîteſſe differente, mais la même & conſtante pour une vîteſſe déterminée, s'appellera *la ligne de la vîteſſe.*

La Bombe eſt tirée ſous une certaine direction qui fait un angle avec l'Horizon. La ligne inclinée de cette direction s'appellera *la ligne du jet.*

La Bombe ne parcourt jamais la ligne du jet. Tout ſon cours n'a qu'un point commun avec elle, c'eſt celui de ſon origine, ou lorſqu'elle ſort du Mortier; hors de là elle eſt toujours ramenée en en-bas par ſa peſanteur; de ſorte que ſi on conçoit la ligne du jet décrite, la Bombe en eſt toujours à une certaine diſtance en deſſous, & à une diſtance d'autant plus grande qu'elle eſt plus avancée dans ſon cours, parce que ſa chûte s'accélere ſans ceſſe. La ligne, dont la Bombe deſcend à chaque inſtant par rapport à la ligne du jet, s'appellera la *ligne de deſcente.* Elle eſt variable d'inſtant en inſtant pour un même jet, au-lieu que les deux lignes précédentes ſont conſtantes dans un jet, mais differentes ſeulement en differens jets.

Si d'un point quelconque de la ligne du jet on tire une droite verticale qu'on prendra pour la ligne de deſcente correſpondante à ce point-là, il eſt certain par le Syſtême de Galilée qu'au dernier point de cette ligne la

Bombe aura acquis par sa pesanteur une vîtesse telle, que si elle eût pris ensuite un mouvement uniforme, elle eût parcouru le double de la ligne de descente dans le même tems qu'elle a mis à la parcourir par un mouvement accéleré. D'un autre côté si la ligne du jet, prise depuis son origine jusqu'au point qu'on a déterminé arbitairement, eût été parcourue comme elle l'eût été sans l'action de la pesanteur, elle eût été parcourue d'un mouvement uniforme avec la vîtesse exprimée par la ligne de la vîtesse. Or dans les mouvemens uniformes les espaces parcourus en même tems sont comme les vîtesses. Donc la ligne du jet & le double de la ligne de descente correspondante sont comme les vîtesses dont elles sont parcourues. Selon Galilée encore, les vîtesses s'expriment par les Racines des hauteurs nécessaires pour les acquérir, & par conséquent la vîtesse dont seroit parcourue la ligne du jet sera la racine de la ligne de la vîtesse, & la vîtesse dont seroit parcourue une ligne double de celle de descente sera la racine de cette ligne simple; donc la ligne du jet, & la ligne double de celle de descente seront comme ces racines, & cela donne aussi-tôt une Equation, qui étant quarrée donne le quarré de la ligne du jet égal à quatre fois le produit de la ligne de la vîtesse par la ligne de descente. Voilà ce qui fournit tout, & d'une maniere très heureuse.

Dès que l'on a une Equation qui consiste en un quarré égal à un produit, le premier coup d'œil géometrique apprend qu'il y a là

une

une Parabole. En effet il y en a une ici Toutes les lignes de deſcente ſe terminent à une Parabole priſe du côté de ſa convexité, & dont la ligne du jet à ſon origine eſt Tangente. Cette Parabole étant décrite ou conçue, elle a pour axe une ligne horizontale parallele à la Tangente au ſommet, & des Abſciſſes & des Ordonnées qui ſont à l'ordinaire du côté de ſa concavité.

Pour rendre complette une Formule algébrique ſur ce ſujet, il faut y faire entrer l'angle de la ligne du jet avec l'Horizon, ou, ce qui eſt le même, la direction du Mortier. Cet angle eſt déterminé par le rapport de ſon Rayon à ſa Tangente, & ce rapport eſt le même que celui d'une Abſciſſe quelconque de la Parabole à l'Ordonnée correſpondante augmentée de ſa ligne de deſcente, car il ſe fait de part & d'autre deux Triangles rectangles où ſe trouve l'angle de la ligne du jet avec l'Horizon. Par conſéquent le Rayon de cet angle étant pris pour 1, & ſa Tangente étant un autre nombre quelconque, l'expreſſion de la ligne compoſée de l'Ordonnée de la Parabole & de la ligne de deſcente eſt l'Abſciſſe correſpondante de la Parabole multipliée par le nombre qui exprime la Tangente de l'angle du jet. De-là nait par la propriété du Triangle rectangle une ſeconde Equation où il n'entre plus que l'Abſciſſe & l'Ordonnée indeterminées de la Parabole, la ligne conſtante de la vîteſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, la force de la charge de poudre, & le nombre indéterminé qui exprime la Tangente de l'angle du jet. Avec cette ſeule formu-

le M. de Maupertuis expédie tous les Problêmes en moins de rien ; il n'a qu'à faire des ſubſtitutions, ou des déterminations.

Si, par exemple, avec une charge de poudre donnée, on veut que la Bombe aille frapper un point donné, comme le haut d'une Tour, ou un Clocher, & qu'on cherche la direction de Mortier néceſſaire, on ſubſtituera à l'Abſciſſe indéterminée de la Parabole la diſtance horizontale de ce Clocher, & à l'Ordonnée ſa hauteur, qui doivent être toutes deux connues, & l'on trouvera auſſi-tôt qu'il y a deux directions de Mortier ou deux angles également propres à l'effet qu'on cherche, & également éloignés de l'angle de 45 degrés, l'un en deſſus, l'autre en deſſous. On verra auſſi qu'il y a des cas où le Problême eſt totalement impoſſible, & c'eſt lorſque la charge de poudre n'eſt pas aſſez grande pour l'effet propoſé. On trouve quelle doit être cette force préciſe.

Si l'on ne ſe propoſe point de frapper un point élevé, mais ſeulement de porter la Bombe à une certaine étendue horizontale avec une charge donnée, l'Abſciſſe de la Parabole ayant été déterminée de la grandeur requiſe, il n'y a qu'à égaler l'Ordonnée à zero, alors l'étendue du jet eſt l'axe horizontal de la Parabole entier, elle le coupe au point où la Bombe arrivera, & l'on trouve encore deux directions de Mortier, qui ſatisfont également au Problême.

Si l'on vouloit frapper un point poſé au deſſous de l'Horizon, l'Ordonnée qui en détermineroit l'abbaiſſement ſeroit négative, &

par

par conſéquent un changement de ſigne fait à cette Ordonnée dans l'Equation Paraboli-que ſuffiroit.

Il ſeroit inutile d'employer plus de tems à rapporter tous les Problêmes que la formule de M. de Maupertuis réſout avec une facili-té ſinguliere. Il y en a deux cependant dont nous ne pouvons nous empêcher de parler ; du premier, parce qu'il vient par une voye très détournée & eſt preſque ſurprenant ; du ſecond, parce qu'il eſt nouveau.

Tout le monde ſait que la direction de Mortier qui chaſſe la Bombe le plus loin qu'il ſoit poſſible, eſt celle qui fait un angle de 45 degrés. Là ſe réuniſſent ou deviennent infiniment proches les deux jets differens & diſtans l'un de l'autre, produits par chacune des autres directions. Cela a été démontré bien des fois, mais preſque toujours d'une maniere aſſez pénible. M. de Maupertuis dégage de ſon Equation l'expreſſion indéter-minée de l'Abſciſſe, & puiſqu'il s'agit de la rendre la plus grande qu'il ſoit poſſible, il le fait par la Règle connue de la Géometrie moderne, & il lui vient une Equation qui au premier coup d'œil peut paroitre impoſſi-ble, mais qui ne le ſera pas, pourvu qu'on prenne la Tangente de l'angle du jet pour 1. Or ſi elle eſt 1, elle ſera égale au Rayon que l'on a ſuppoſé 1, & dans le cas de cette é-galité l'angle eſt de 45 degrés. Donc c'eſt ſous cet angle que le jet a la plus grande é-tendue horizontale poſſible.

Par cette même Règle *des plus grands & plus petits*, M. de Maupertuis détermine la moin-

moindre charge qui puiſſe porter une Bombe à un point donné, ce qui étoit néceſſaire pour épargner la dépenſe inutile de poudre, & n'avoit pourtant pas été encore trouvé, ni même cherché peut-être.

Pour faire l'uſage le plus ſolide de la Baliſtique Analytique de M. de Maupertuis, il en faudroit prendre les principes pour conſtruire des Tables, qui dirigeroient les Bombardiers dans tous les cas.

*SUR LES MOUVEMENS FAITS DANS DES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

DEPUIS que l'Aſtronomie n'eſt plus ſimple Aſtronomie, mais Aſtronomie Phyſique, les plus grands Géometres ſe ſont fort occupés à rechercher la Méchanique des Mouvemens céleſtes, & à trouver des formules Algébriques qui les repréſentaſſent. De-là eſt née toute la ſublime & fine Théorie des Forces Centrales, parce que les Aſtres dont le cours ſe rapporte toujours à un point, ſoit centre, ſoit foyer, pris au dedans de leurs Orbites, ont dû être conſiderés comme tirés perpétuellement vers ce point par quelque force, qu'on a appellée leur Peſanteur.

S'ils ſe meuvent dans un Vuide, ainſi que l'a

* V. les M. p. 546.

l'a cru M. Newton, il ſuit de la Règle de Kepler, qu'il eſt certain qu'ils obſervent, que leurs Orbites ſont des Ellipſes, dont le Soleil eſt un des Foyers, & leurs tendances au Soleil ou peſanteurs varient ſelon la raiſon renverſée des quarrés de leurs diſtances à ce foyer.

Mais il n'eſt rien moins que ſûr qu'ils ſe meuvent dans un Vuide, & quand même il le ſeroit, les Géometres ſe piqueroient encore, à cauſe de la difficulté, de déterminer ce qui arriveroit dans le Plein, ou dans des Milieux réſiſtans. Cette réſiſtance dépendroit de deux principes, 1°. de la denſité du Milieu, ſoit toujours la même, ſoit inégale dans ſes differentes couches ou parties, 2°. de la vîteſſe même de l'Aſtre ou Mobile, car on ſait qu'à une plus grande vîteſſe du Mobile le Milieu oppoſe une plus grande réſiſtance, & plus grande ſelon quelque puiſſance de cette vîteſſe. C'a été l'objet d'une très ſubtile recherche de M. Bernoulli, dont nous avons parlé en 1711 *.

Il y concevoit les Milieux comme ſimplement réſiſtans, & d'ailleurs en repos. Mais s'ils ſe meuvent eux-mêmes, ce qui ne leur fera rien perdre de leur réſiſtance, s'ils ont une vîteſſe differente de celle du Mobile, s'ils ont auſſi une force centrale qui ſe rapportera à un autre point que la ſienne, on voit qu'il ſe formera une étrange complication. M. Bouguer s'y eſt engagé, ne fût-ce que parce qu'on n'y avoit pas touché juſqu'à préſent.

* p. 111. & ſuiv.

Dans le Vuide, le Mobile décrit une certaine Courbe avec des vîteſſes qui varient ſelon les diſtances du foyer. Si le Milieu eſt réſiſtant, ce mouvement qu'on peut appeller *primitif*, eſt alteré & dans la vîteſſe & dans la direction de chaque inſtant; dans la vîteſſe, parce que la réſiſtance la diminue toujours ſelon une certaine loi; dans la direction, parce que l'action de la réſiſtance du Milieu s'exerçant par des lignes droites qui ne ſont pas les mêmes que celles des directions inſtantanées du Mobile, il eſt obligé de prendre des lignes moyennes, & d'autant plus que la differente denſité des couches l'oblige encore à des détours, pareils à ceux des Réfractions.

Mais quand le Milieu ſe meut, & dans les circonſtances que nous venons de marquer, la vîteſſe, & la direction du mouvement primitif ſont encore beaucoup plus alterées. Puiſque le Milieu circule ou plus généralement décrit une Courbe autour d'un point different de celui autour duquel le Mobile décrit la ſienne, & puiſqu'il a une vîteſſe differente, il ne peut que changer ſans ceſſe les directions primitives du Mobile, & en augmenter ou diminuer les vîteſſes, le tout ſans préjudice des alterations qui naiſſent d'ailleurs de la ſeule réſiſtance. De plus il influe auſſi par ſa force centrifuge ſur celle qu'avoit primitivement le Mobile, il la favoriſe, ou s'y oppoſe en partie, & cela plus ou moins ſelon les differentes combinaiſons.

Le grand nombre d'élémens qui entrent dans

dans cette recherche étant tous exprimés algébriquement de la maniere la plus générale, M. Bouguer en tire deux formules, dont l'une eſt pour la peſanteur, ou tendance du Mobile à ſon foyer, telle qu'elle réſultera du concours de tous ces élémens; l'autre pour la denſité du milieu, telle qu'il faudra qu'elle ſoit par ce même concours.

Ces formules, quoique ſimples, vu le ſujet, ſont cependant aſſez chargées. Tout y eſt indéterminé, Courbes décrites tant par le Milieu, que par le Mobile, angles de ces deux Courbes entre elles, vîteſſes, forces centrales excepté la loi qui les règle, réſiſtances ſelon une puiſſance quelconque des vîteſſes, &c. en un mot ce n'eſt qu'un aſſemblage de rapports néceſſaires, indépendans des grandeurs abſolues, & qui recevront toutes celles qu'on voudra.

La Courbe décrite par le Mobile & la vîteſſe variable dont il la décrit, ſont les effets de l'action combinée de tous les élémens qu'on ſuppoſe ici, & dont on ne connoit pas l'abſolu, de ſorte que quand cette Courbe & cette vîteſſe ſeroient données, ou connues par obſervation, comme cela eſt poſſible en Aſtronomie, on ſeroit pourtant encore bien éloigné d'en pouvoir rien conclurre pour la peſanteur du Mobile, ou pour la denſité du Milieu. Il faudroit faire des ſuppoſitions, qui ne pourroient être que plus ou moins vraiſemblables.

En ſuppoſant que le Mobile décrive une Logarithmique Spirale, & de plus que les vîteſſes du Mobile, celles du Milieu, & les

impulsions de ce Milieu fluïde sur le Mobile solide, soient toutes en même raison que les differentes distances au centre de cette Logarithmique, M. Bouguer trouve aisément par ses deux Formules que la pesanteur du Mobile sera toujours comme ces mêmes distances, & que la densité du Milieu sera partout la même.

Il est remarquable qu'en ce cas-là le Mobile monteroit à l'infini le long de sa Courbe, & ne pourroit jamais redescendre ; car, s'il redescendoit, la formule de la densité la donneroit négative, or une densité négative n'est pas concevable. On voit encore assez d'ailleurs que ce cas-là n'est guere possible, & que du moins il ne s'appliqueroit à rien de connu. Mais on trouve toujours la Géometrie beaucoup plus riche que la Physique.

Plusieurs Philosophes croyent que la pesanteur des Planetes vers le Foyer de leurs Orbites n'est que l'effet de la Force centrifuge des Milieux fluïdes où elles nagent. Les Formules de M. Bouguer admettront cette idée, il n'y aura qu'à y traiter de zero ce que nous avons appellé la pesanteur primitive du Mobile, qui n'en aura alors qu'une plus simple, ou exprimée plus simplement. En joignant à cela que le Mobile décrive un Cercle, & le Milieu fluïde ou Tourbillon un autre Cercle excentrique au premier d'une quantité déterminée, M. Bouguer tire de ses Formules le rapport des vîtesses & des densités du Milieu aux differentes distances du Mobile au point où sa pesanteur se rapporte, car elle se rapporte en ce cas, non au centre du Cercle que le Mobile décrit, mais à celui du Cercle

cle décrit par le Milieu, puiſque toute la peſanteur du Mobile vient de la Force centrifuge du Milieu.

Si l'on tire une droite par ces deux centres, elle ſera ce qu'on appelle en Aſtronomie la ligne *des Apſides*, & l'une de ſes extrémités ſera la plus grande diſtance du Mobile au centre de ſa peſanteur, l'autre, ſa moindre diſtance. M. Bouguer trouve que la vîteſſe du Mobile & celle du Milieu fluïde, inégales par-tout ailleurs, ſeront égales aux deux extrémités de la ligne des Apſides, & que cela arriveroit encore, quand même le Mobile n'auroit pas un mouvement uniforme, tel qu'on le ſuppoſe ici, parce qu'il eſt circulaire, pourvu cependant que la plus grande & la moindre vîteſſe du mouvement variable du Mobile fuſſent aux deux extrémités de la ligne des Apſides.

Ce qu'il y a de plus ſingulier dans l'hypotheſe, ou dans les hypotheſes préſentes, c'eſt que des deux côtés de la ligne des Apſides, qui coupe en deux moitiés égales le Cercle décrit par le Mobile, les vîteſſes & les denſités du Milieu, néceſſaires pour ce mouvement circulaire du Mobile, ne ſont pas égales; de ſorte que s'il faut qu'elles le ſoient, comme il eſt très naturel & preſque indiſpenſable de le concevoir, le 2^{d} demi-cercle ne pourra plus être décrit par le Mobile, mais ſeulement quelque autre Courbe, quoique peu differente, ſi l'on veut.

Indépendamment de cette vue qui nait des Formules de M. Bouguer, on peut s'aſſurer que les deux moités de l'Orbite du Mobile, ſé-

ſéparées par la ligne des Apſides, ne doivent pas appartenir à la même Courbe. Les differentes couches du Milieu décrivent toujours des Cercles concentriques, dont les ſupérieures montent ou tendent à monter par rapport aux inférieures. Le Mobile parti du point de ſon Orbite le plus éloigné du centre de ſa peſanteur, qui eſt le même que celui des couches du Milieu, deſcend donc par rapport à ce centre dans la 1re moitié de ſon cours, & paſſant d'une couche ſupérieure dans une inférieure, rencontre toujours des couches qui tendent à monter, & s'oppoſent en partie au mouvement qu'il avoit reçu du Milieu même vers le centre. Ce ſera le contraire dans la 2de moitié de l'Orbite, où en montant il trouvera des couches qui montent auſſi. Il n'eſt donc pas pouſſé dans les deux moitiés par une force égale, & par conſéquent il ne peut pas décrire de part & d'autre une Courbe préciſément la même.

Cependant on ſuppoſe ordinairement en Aſtronomie qu'il la décrit, & cela eſt aſſez conforme aux obſervations. Auſſi ne prétend-on pas tirer encore de la Théorie de M. Bouguer le vrai Syſtême de la Nature; ce n'eſt qu'un moyen que l'on fournit, d'éprouver promptement & ſurement ce qui s'enſuivra ou des faits obſervés, ou des ſuppoſitions vraiſemblables qu'on imaginera. On a une Pierre de Touche, en attendant l'Or.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires Une

* Une Machine de M. d'Onzembray pour mesure sur Mer l'angle de la ligne du Vent & de la Quille du Vaisseau, &c.

CEtte année parut un Livre de M. Pitot, intitulé *la Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux réduite en Pratique, ou les Principes & les Règles pour naviguer le plus avantageusement qu'il est possible.*

Nous avons rendu compte en 1714 † d'un Livre de M. Bernoulli sur le même sujet. C'est le sort des bons Ouvrages, de ceux sur-tout qui, comme celui-là, renferment beaucoup de choses en peu d'espace, d'être suivis par d'autres, qui les dévelopent, qui en étendent les vues, qui même y en ajoutent de nouvelles, & portent encore les connoissances à un plus haut point, ou de clarté ou de perfection. C'est ce que fait le Livre de M. Pitot. D'ailleurs M. Bernoulli avoit desiré des Tables pour la commodité de la Pratique, mais sans en donner, & M. Pitot en donne de beaucoup plus étendues que celles que M. Bernoulli avoit desirées. Elles sont ici telles que les Pilotes, avec leurs connoissances ordinaires, en pourront aisément faire usage. Comme nous ne prétendons pas répéter ce qui a été dit en 1714 avec assez d'étendue sur la Théorie de la Navigation, ni même nous engager particulierement dans ce qu'elle peut avoir de nouveau

* p. 385. † p. 137. & suiv.

veau de la part de M. Pitot, nous ne nous attacherons qu'à ce qui ſe rapporte le plus immédiatement à la conſtruction de ſes Tables.

Si, ſans ſe propoſer une certaine Route déterminée, il n'étoit queſtion que de faire en ſorte qu'un Vaiſſeau fendît l'eau avec la plus grande vîteſſe poſſible, il eſt clair que ce Vaiſſeau étant ſuppoſé de la figure ordinaire, mais avec une ſeule Voile platte, il ne faudroit que mettre cette Voile dans une poſition perpendiculaire à la ligne du Vent, & la Quille du Vaiſſeau dans cette même ligne. Si, par exemple le Vent étoit Eſt, la Voile poſée Nord & Sud, recevroit toute l'impreſſion de ſa force abſolue, & la Quille étant poſée Eſt & Oueſt, le Vaiſſeau fendroit l'eau directement par ſa Proue qui eſt ſa pointe, & l'endroit qui fend l'eau avec la plus grande facilité. Alors l'angle de la ligne du Vent, ou ſimplement du Vent, avec la Quille ſeroit de 180 degrés, puiſque ces deux lignes concourroient en une, & l'angle du Vent & de la Voile ſeroit de 90. Le Vent s'appelleroit *Vent arriere*, ou *Vent en poupe*.

Mais un Vaiſſeau n'a pas pour une Voile, il en a pluſieurs dont les poſitions doivent être à peu près paralleles, & quand le Vent eſt perpendiculaire à la premiere Voile qui lui eſt expoſée, elle le dérobe néceſſairement à toutes celles qui ſont derriere elle; & par conſéquent ſi l'on veut profiter de toutes les Voiles, il faut abſolument prendre le Vent de côté, & le faire tomber ſur toutes ſous le même angle aigu. Le moins aigu ſera le plus avantageux, puiſque le droit, s'il étoit poſſible, ſe-

ſeroit le plus avantageux de tous. Tant que l'angle du Vent & de la Voile ne va que depuis 90, qui eſt ſon terme impoſſible, juſqu'à 81 ou 82, on dit que le Vent eſt arriere.

Il eſt fort different qu'une Voile ſoit pouſſée par un Vent qui lui ſoit perpendiculaire, ou par un oblique. Dans le premier cas, le Vent agit ſur elle de toute ſa force abſolue; dans le ſecond, il n'agit que ſelon ce qu'il a de perpendiculaire à la Voile dans ſon impulſion oblique; c'eſt ſelon la direction de cette perpendiculaire à la Voile, qui a été appellée *ligne de la force mouvante*, qu'il tend à faire aller le Vaiſſeau.

Si le Vent étoit perpendiculaire à la Voile, la ligne de la force mouvante étant la même que celle de la Quille, le Vaiſſeau iroit donc ſelon ſa Quille, & fendroit l'eau avec la plus grande facilité, & par conſéquent avec la plus grande vîteſſe poſſible. Mais quand le Vent eſt oblique, il n'arrive preſque jamais que la ligne de la force mouvante ſoit la même que celle de la Quille, & il faut que le Vaiſſeau prenne une direction moyenne entre ces deux lignes, & une vîteſſe moindre que celle qu'il eût eue, mais la plus grande qu'il ſe puiſſe par rapport aux circonſtances.

La plus grande difficulté qu'il y ait à trouver les rapports des differentes vîteſſes que peut avoir un Vaiſſeau mu, comme il l'eſt toujours, par des vents obliques aux Voiles, conſiſte à connoitre la valeur des lignes des forces mouvantes. Pour cela M. Pitot prend un petit circuit qui paroît plus commode: il éva-

évalue la force de la Réſiſtance de l'eau, qui, ſelon qu'il a été dit en 1714, eſt toujours égale à la force du Vent, & agit par la même ligne.

La ligne par laquelle agit la Réſiſtance de l'eau doit donc être conçue dans une direction qui ſeroit perpendiculaire à la Voile ou aux Voiles. Cette perpendiculaire aux Voiles eſt, ſelon ce que nous venons de dire, inclinée à la direction du chemin que fera le Vaiſſeau, & par conſéquent elle peut & doit ſe décompoſer en deux forces laterales, dont l'une ſera parallele à ce chemin, l'autre perpendiculaire. On calcule ces deux forces laterales pour tous les angles qu'elles peuvent faire entre elles. Plus la laterale parallele au chemin eſt grande par rapport à l'autre, plus l'Eau réſiſte au mouvement du Vaiſſeau, & enfin elle y réſiſte de toute la force poſſible quand la laterale perpendiculaire eſt nulle par rapport à la parallele, & la parallele par conſéquent égale à la force totale, ce qui ne pourroit arriver que dans le cas où le Vent ſeroit perpendiculaire à la Voile, & parallele au chemin du Vaiſſeau.

En mettant au-lieu de la Réſiſtance de l'Eau la force du Vent, on voit par-là toutes les variations que peut avoir de ce chef la force du Vent, & par conſéquent la vîteſſe du Vaiſſeau. Je dis *de ce chef*, car la ligne de la force mouvante varie encore d'ailleurs en elle-même. Sa valeur abſolue dépend de l'angle d'incidence du Vent ſur la Voile, cette valeur eſt d'autant plus grande que le Sinus de

cet

cet angle, ou plutôt le quarré de ce Sinus, eſt plus grand.

Reprenons maintenant la conſideration de ces angles du Vent ſur les Voiles. Depuis l'angle de 81 ou 82 juſqu'à 66 ou 67, le Vent n'eſt plus arriere, il eſt *largue*, & il eſt clair qu'il va toujours diminuant de force, ou imprimant une moindre vîteſſe au Vaiſſeau. Depuis 66 ou 67, c'eſt un *Vent de Bouline*, & la vîteſſe du Vaiſſeau eſt encore moindre.

Ce Vent largue & le Vent de Bouline ne diffèrent que de degré par rapport à la vîteſſe du Vaiſſeau. Mais ils diffèrent eſſentiellement par rapport à un autre effet très conſiderable. Tant que le Vent eſt largue, le Vaiſſeau s'éloigne du lieu d'où vient le Vent, du point de l'Horizon d'où il part, ou eſt cenſé partir, & l'on dit que le Vaiſſeau *fuit* ou *perd au Vent*. Quand le Vent eſt de Bouline, le Vaiſſeau s'approche du lieu d'où vient le Vent, & l'on dit qu'il *va* ou *gagne au Vent*. On entend aſſez qu'il ne va pas directement vers le point de l'Horizon d'où le Vent part, mais qu'il s'en approche par une ligne inclinée à celle du Vent. Plus l'angle de ces deux lignes eſt petit, plus le Vaiſſeau *ſerre* le Vent, mais il ne peut pas le ſerrer juſqu'à ſe mettre dans la même ligne, la Voile ne recevroit plus aucune impulſion du Vent; il y a un angle ou cette impulſion ſeroit ſi petite que le Vaiſſeau *s'abattroit*, & c'eſt-là le terme où le Vent de Bouline finit.

La figure du Vaiſſeau, que nous n'avons point encore conſiderée, fait beaucoup à ſa vîteſſe, puiſque plus il eſt pointu par la Proue

ou

ou l'*avant*, plus il a de facilité à fendre l'eau. M. Pitot ſuppoſe, comme avoit fait M. Bernoulli, qu'une coupe horizontale du Vaiſſeau, qu'il faut encore ſuppoſer ſemblable à toutes les autres, a ſa circonference formée de deux Arcs circulaires ſemblables & égaux, qui font entre eux à la Proue un angle curviligne d'autant plus grand que ces Arcs ſont d'un plus grand nombre de degrés de leur Cercle, car il eſt viſible que s'ils étoient de 90, ils feroient entre eux à la Proue un angle de 180, c'eſt-à-dire, qu'en cet endroit ils ſeroient poſés l'un au bout de l'autre en ligne droite, & que le Vaiſſeau n'auroit point de pointe. Pour lui en donner une ſuffiſante, M. Pitot ne prend point des Arcs qui faſſent entre eux un angle curviligne plus grand que 60; & d'un autre côté pour conſerver au Vaiſſeau la largeur néceſſaire, il ne prend point des Arcs, dont l'angle curviligne ſoit moindre que 20.

Selon ces differentes figures la Réſiſtance de l'Eau, & par conſéquent la force du Vent & la vîteſſe du Vaiſſeau, ſont differentes. La ligne du mouvement du Vaiſſeau étant la même, l'Eau frappe differemment ou ſous differens angles les parties de differens Arcs, à cauſe de leur differente poſition, & ſa force totale eſt differemment décompoſée en deux forces laterales. Quand le chemin du Vaiſſeau eſt dans la ligne de la Quille, il arrive que les deux forces laterales perpendiculaires priſes des deux côtés de la Proue à diſtances égales, ſont égales & directement oppoſées, d'où il ſuit qu'elles ſe détruiſent l'une l'autre, & qu'il ne reſte que les forces paralleles corres-

pon-

pondantes. Il eſt aiſé de voir en général les conſéquences qui naiſſent de-là pour la vîteſſe du Vaiſſeau.

Il eſt clair que cette vîteſſe dépend enfin de la vîteſſe abſolue du Vent, c'eſt-à-dire, de l'eſpace plus ou moins grand qu'il parcourt dans un tems déterminé, comme une ſeconde. Cela ſe peut connoître par quelque Machine, & ce ſera une expérience fondamentale.

Pour raſſembler tout, la vîteſſe du Vaiſſeau dépend donc, 1° de la vîteſſe abſolue du Vent, 2° de l'angle d'incidence du Vent ſur les Voiles, 3° de la grandeur de la ſuperficie des Voiles expoſées au Vent, 4° de la figure du Vaiſſeau, qui modifie la réſiſtance de l'eau, ou, ce qui revient au même, l'action du Vent.

Mais il ne s'agit pas dans la Navigation de faire un chemin quelconque avec la plus grande vîteſſe poſſible, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'ici; il s'agit de faire avec cette condition un chemin déterminé, une certaine Route. La Route doit entrer dans toute la Théorie, & dans tous les Calculs, dont elle eſt un Elément principal. La plus grande vîteſſe poſſible ne ſera plus que celle qu'elle permettra.

Le Rumb de Vent eſt toujours connu, c'eſt-à-dire, la ligne droite tirée du point de l'Horizon, d'où le Vent part, juſqu'au Vaiſſeau. Si cette ligne étoit la même que celle de la Route qu'on veut faire, ce qui eſt un cas unique, nous avons vu qu'il vaudroit mieux prendre le Vent de côté, & par conſéquent oblique à la Route. Ainſi on peut comp-

compter que le Rumb de Vent, & la Route font toujours un angle, & cet angle eſt connu, ou donné.

Cela poſé, le Vent fait un angle aigu avec la Voile. Le moins aigu, ou le plus approchant du droit, ſera le plus avantageux, à ne rien conſiderer de plus, & je ſuppoſe qu'il ait été déterminé. De-là il ſuit que la Voile aura néceſſairement une certaine poſition par rapport à la Quille, ou fera un certain angle avec elle. Il faudroit pour le mieux parfait que la Route fût dans la ligne de la Quille; mais la poſition de la Voile par rapport à la Quille ayant été déterminée, & par conſéquent celle de la ligne de la force mouvante par rapport à la Quille, puiſque cette ligne eſt toujours perpendiculaire à la Voile, il peut arriver, & il arrive le plus ſouvent que la direction de la ligne de la force mouvante eſt trop éloignée de celle de la Quille, & de la Route qui ſe feroit ſelon la Quille, ce qui diminueroit beaucoup la force dont le Vaiſſeau ſeroit pouſſé. Il faut donc, pour regagner de la force du Vent, changer l'angle de la Voile & de la Quille, & pour cela changer auſſi celui du Vent ſur la Voile, ce qui fera perdre quelque choſe de la grandeur de l'angle d'incidence du Vent, & diminuera ſa force à cet égard. Il y a là un mêlange d'avantages & de deſavantages, qui produit néceſſairement un état, un point où tout étant compenſé, il ſe trouvera le plus grand avantage poſſible, & la Géometrie moderne le détermine par des Règles de calcul connues.

L'an-

L'angle du Rumb de Vent, & de la Route qu'on veut faire, étant toujours connu, on détermine donc quel ſera, pour faire cette Route, l'angle le plus avantageux, tant du Vent ſur la Voile, que de la Voile avec la Quille. Ces deux angles étant trouvés, il arrive rarement que la Route ſoit exactement ſur la ligne de la Quille; mais ces deux lignes ne s'écartent l'une de l'autre que le moins, ou ne font que le moindre angle de *dérive*, qu'il eſt poſſible, & ſi on vouloit gagner en diminuant cet angle, on perdroit davantage d'ailleurs.

Les deux angles les plus avantageux, celui du Vent ſur la Voile, & celui de la Voile avec la Quille, & même celui de la dérive, qui en réſulte, changent, comme il eſt bien naturel de le juger, pour chaque angle different du Rumb de Vent avec la Route. Un Vent arriere, un Vent largue, un Vent de Bouline, & tous ceux qui dans chacune de ces trois eſpeces ne diffèrent entre eux que de degré, demandent une Voile differemment poſée & par rapport à eux, & par rapport à la Quille, & en même tems les dérives deviennent differentes. Il eſt évident que le Vent arriere parfait, & qu'on ne prend pourtant pas, étant celui dont le Rumb fait avec la Route l'angle de 180, & auquel par conſéquent la Voile dans ſa plus avantageuſe poſition ſeroit perpendiculaire, & perpendiculaire auſſi à la Quille, tous les autres Vents pris depuis celui-là, ſelon l'ordre qu'on vient de les nommer, demanderont toujours pour les deux ſortes d'angles les plus avantageux

des angles décroiſſans depuis 90.

Il y a plus. Tout ce que nous venons de voir qui change par le changement de l'angle du Rumb de Vent avec la Route, change auſſi par la differente figure du Vaiſſeau. On a vu par la Théorie combien cette figure influe ſur la vîteſſe, & pour le faire voir par un exemple bien ſenſible, il eſt ſûr qu'un Vaiſſeau, qui aura la Proue plus aiguë, pourra ſe ſervir de tel Vent de Bouline, dont un autre ne ſe ſerviroit pas. Cela vient de ce que dans le Vaiſſeau qui a la Proue moins aiguë, elle a trop peu d'avantage ſur le côté pour fendre l'eau; par conſéquent elle ne détermine pas aſſez le Vaiſſeau à ſuivre une ligne où il éprouveroit moins de réſiſtance, & il ne peut, à cauſe de la foibleſſe du Vent ſuppoſé, ſurmonter la réſiſtance qu'il éprouve. Puiſqu'une certaine figure de Vaiſſeau peut rendre inutile un certain Vent, qui ne le ſeroit pas ſans cela, la figure eſt un Elément indiſpenſable, qui doit entrer auſſi-bien que le Vent, dans toute la conſideration, & dans tous les calculs du mouvement & de la vîteſſe du Vaiſſeau.

Ainſi M. Pitot a conſtruit des Tables où en ſuppoſant une certaine figure de Vaiſſeau, ou, ce qui eſt le même, un certain angle curviligne de la Proue depuis 20 juſqu'à 60 degrés, il donne pour chacune de ces figures les poſitions les plus avantageuſes de la Voile, tant par rapport au Vent que par rapport à la Quille, & les differentes vîteſſes réſultantes, qui répondent aux differens angles donnés du Rumb de Vent, & de la Route.

Les

Les angles de la Proue depuis 20 juſqu'à 60 ne ſont pris que de 5 en 5, parce que les nombres moyens ne produiront pas des differences aſſez ſenſibles. M. Pitot a même ajouté les angles correſpondans les plus avantageux que puiſſe avoir le Gouvernail avec la Route, pour *virer vent devant ou vent arriere.*

Par le ſeul coup d'œil de ces Tables on voit pluſieurs déterminations importantes; par exemple, quel eſt pour chaque figue de Vaiſſeau le dernier Vent de Bouline dont on puiſſe ſe ſervir, ou juſqu'à quel point on peut ſerrer le Vent; que les Vaiſſeaux à Proue plus pointue ſont ceux qui le peuvent ſerrer de plus près, & il eſt aiſé d'en voir la raiſon; que dans ceux dont la Proue n'auroit qu'un angle de 20 degrés, la Route pouvant ſe faire ſous un angle de 24° 30′ avec le Vent, elle ne peut plus ſe faire que ſous un angle de 69 dans ceux dont la Proue auroit un angle de 60; que les Dérives ſont d'autant plus grandes que l'angle du Vent avec la Route eſt plus petit, & l'angle de la Proue plus grand; que l'angle du Vent avec la Route étant de 69 degrés pour deux Vaiſſeaux, dont l'un n'auroit l'angle de la Proue que de 20 degrés, & l'autre de 60, le premier n'auroit que 1 de Dérive, & le ſecond 20; que la plus grande vîteſſe d'un Vaiſſeau à Proue de 20 degrés peut être plus de trois fois plus grande que la plus petite; & qu'un Vaiſſeau à Proue de 60, ne peut avoir la plus grande vîteſſe qu'un peu plus que double de la plus petite, &c. Pluſieurs de ces ſortes de déter-

minations, qui ſont nées des principes & des calculs de M. Pitot, ſe ſont trouvées d'accord avec les obſervations & les expériences qu'il a pu avoir des habiles gens de Mer.

Il ne prétend pas avoir encore arrêté bien ſurement les differentes figures des Vaiſſeaux, & il promet d'en faire une recherche particuliere: mais il y a bien de l'apparence qu'une plus grande exactitude ſur ce point produira plutôt des difficultés de Théorie, qu'un changement conſiderable dans la Pratique. En attendant on a des Tables que l'on n'avoit pas eues juſqu'ici, & qui ont couté beaucoup de travail pour mettre les Pilotes & les Matelots en état de travailler fort peu, en faiſant tout pour le mieux, ſi cependant il arrive qu'ils puiſſent s'y réſoudre. La Théorie avance toujours beaucoup plus que la Pratique, parce que l'une n'eſt qu'entre les mains de gens d'eſprit, & ardens pour la perfection de leurs Sciences, au lieu que l'autre n'eſt maniée que par des gens ordinairement très groſſiers, & fort indifferens pour la perfection, quelque intereſſante qu'elle pût être pour eux-mêmes, comme elle l'eſt dans la Navigation.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXXI.

I.

UN Projet de M. Gallon pour lancer les Vaiſſeaux à la Mer avec moins d'inconvéniens & plus de facilité que par la pratique ordinaire. On conſtruira un Baſſin ſemblable à ceux de Breſt & de Rochefort, qui ſervent actuellement à placer les Vaiſſeaux pour les radouber, & les carener. Il ſera creuſé en ſorte que l'Eau de la Mer y entre par deux Portes, & y ſoit toujours à une certaine profondeur que l'on déterminera; la ſurface de la Mer, & celle de l'Eau de ce Baſſin, ſeront donc de niveau. Les bords en ſeront beaucoup plus élevés que ce niveau, & le Baſſin pourra contenir beaucoup plus d'eau quand il le faudra. A ſon extrémité la plus éloignée de la Mer, on fera un ſecond Baſſin dont le bas ou le fond ſera un peu plus élevé que le niveau de la Mer, & dont les bords iront auſſi haut que ceux du premier. Ce ſera dans ce ſecond Baſſin que l'on conſtruira le Vaiſſeau à ſec, & ſans aucune incommodité. Lorſqu'il ne s'agira plus que de le lancer, on fermera les Portes du premier Baſſin, & par le moyen de pluſieurs Corps de Pompe placés

cés auprès des Portes, & que des Hommes ou des Moulins à vent feront jouer, on remplira d'eau tout le vuide que laisse le premier Bassin jusqu'à l'extrémité supérieure de ses bords, & tout le second Bassin entier, & on les remplira en même tems, parce qu'ils n'ont rien qui les sépare. Alors le Vaisseau qui étoit dans le second se trouvera naturellement à flot, pourvu qu'il ait toute l'eau qu'il doit tirer, & on le fera passer très facilement dans le premier Bassin. Quand il y sera, on ouvrira plusieurs Sabords, pratiqués dans les Portes alors fermées, & quand on en aura laissé écouler assez d'eau pour mettre la surface de ce Bassin au niveau de celle de la Mer, il n'y aura plus qu'à ouvrir les Portes, qui ne feront aucune résistance, puisqu'elles n'auront aucune charge d'eau, & le Vaisseau sortira de ce Bassin avec autant de facilité que de l'autre. L'Auteur donne ce Projet principalement pour les Ports de la Méditerranée, qui sont exempts de Flux & de Reflux. Il a paru nouveau.

II.

Une Machine de M. du Buisson, Ingénieur, pour empêcher que les Monnoyeurs en mettant les Pieces sur les Quarrés du Balancier pour y être marquées, ne courent le risque d'avoir les doigts écrasés. Quoique l'accident soit très rare, il mérite d'être prévenu. A chaque coup du Balancier, une Piece viendra se placer d'elle-même à l'endroit où elle doit recevoir le coup, & cela peut encore

être

être plus utile dans les cas où l'on manqueroit de Monnoyeurs assez adroits pour mettre les Pieces sur le Quarré. Malgré quelques objections qu'on peut faire sur cette Machine, elle a paru simple, & ingénieusement imaginée.

III.

Une Machine à élever l'Eau, de M. Jean-Baptiste le Brun. Pourvu que l'on ait une chûte d'eau, soit naturelle, soit procurée par art, l'Eau à l'aide de cette Machine, & sans aucun Moteur étranger, s'éleve d'elle-même à une hauteur considerable. Quand elle est élevée, il faut qu'il y en ait une certaine quantité qui redescende pour agir de nouveau sur la Machine, & contribuer avec la chûte de la source à entretenir le mouvement; le reste de l'eau montée est destiné aux usages qu'on aura eus en vue, & c'est le produit ou le profit de la Machine.

Elle est exécutée à Sève, où l'on a vu qu'une Eau qui tomboit de 9 ½ pieds de hauteur, étoit portée à 32 pieds, & par conséquent à 22 ½ pieds au-dessus de sa source, qu'il s'élevoit 120 Muids d'eau par jour, & qu'on en avoit 6 pour le profit, ou $\frac{1}{20}$.

Il a paru que cette Machine étoit nouvelle, très ingénieusement inventée, & exécutée, qu'elle avoit peu de frottemens parce que le Piston & les Soupapes étoient toujours entre deux eaux, & n'avoient point de Colomne à soutenir, qu'elle pouvoit être très utilement établie dans tous les lieux où l'on

avoit déja une chûte d'eau, que selon les circonstances on pourroit aisément avoir un plus grand profit que $\frac{1}{20}$ de l'eau élevée, & qu'enfin l'Inventeur étoit très capable de donner à sa Machine toute la perfection qu'elle pourroit encore recevoir.

IV.

Un Instrument présenté par M. de Mean, où il a réuni les usages de plusieurs Instrumens déja connus, du Quartier de Réduction, du Cadran Solaire Horizontal, du Vertical Méridional, & qui sert pour trouver la Méridienne, & la Déclinaison de l'Aiguille. Le fondement en est une Table de multiplication, par laquelle se font toutes les principales Règles d'Arithmetique. Quoiqu'on ne puisse pas attendre de cet Instrument une grande précision pour ce qui concerne l'Astronomie & la Navigation, il peut être cependant de quelque utilité à cause de son petit volume, qui le rend aisé à porter par-tout avec soi. Il a paru d'ailleurs qu'on n'avoit pas encore pensé à tous les usages auxquels M. de Mean a fait voir qu'on pouvoit appliquer la Table de multiplication, ce qui mérite l'attention des Mathématiciens, & prouve les connoissances & l'intelligence de l'Auteur.

V.

Deux Chaises roulantes du Sieur Maillard, Maitre Menuisier pour les Carosses du Roi. Elles sont un peu differentes de construction;

un

un Homme assis dedans ou derriere, les fait mouvoir en tournant deux Manivelles, qui font jouer le Rouage, on avance & on recule avec la même facilité, & on peut tourner fort vite. Des Chaises dont l'Histoire de l'Académie a parlé dans les Histoires de 1710* & 1711†, & celle qui est décrite par Mathurin Jousse dans son Traité de Serrurerie, ne sont que pour aller dans des Appartemens; & celles-ci peuvent faire de plus grands voyages, étant à grandes Roues, comme celles qui sont tirées par des Chevaux; elles sont aussi differentes des autres par le Rouage. Celle que M. Ozanam a donnée dans ses Récréations Mathématiques, quoiqu'à grandes Roues, a été trouvée aussi d'une construction differente, & moins commode, tant pour le recul, que pour l'application de la force de l'Homme.

ELOGE
DE M. GEOFFROY.

ETIENNE-FRANÇOIS GEOFFROY naquit à Paris le 13 Février 1672, de Matthieu-François Geoffroy, Marchand Apotiquaire, ancien Echevin, & ancien Consul, & de Louise de Vaux, fille d'un Chirurgien, célèbre en son tems. Le bisayeul pater-

* p. 186. † p. 131.

ternel de M. Geoffroy avoit été auſſi premier Echevin de Paris, & alors on ne choiſiſſoit que des Bourgeois d'ancienne famille, & d'une réputation bien nette, eſpece de nobleſſe qui devroit bien valoir celle dont la preuve ne conſiſte que dans les filiations.

Si nous diſions que l'éducation d'un jeune homme a été telle que quand il fut en Phyſique, il ſe tenoit chez ſon Pere des Conferences règlées, où M. Caſſini apportoit ſes Planiſpheres, le P. Sébaſtien ſes Machines, M. Joblot ſes Pierres d'Aiman, où M. du Verney faiſoit des diſſections, & M. Homberg des opérations de Chimie, où ſe rendoient du moins par curioſité pluſieurs autres Savans fameux, & de jeunes gens qui portoient de beaux noms; qu'enfin ces Conferences parurent ſi bien entendues, & ſi utiles, qu'elles furent le modele & l'époque de l'établiſſement des expériences de Phyſique dans les Colleges; ſans doute on croiroit qu'il s'agiſſoit de l'éducation d'un fils de Miniſtre, deſtiné pour le moins aux grandes dignités de l'Egliſe: cependant tout cela fut fait pour le jeune Geoffroy, que ſon Pere ne deſtinoit qu'à lui ſucceder dans ſa profeſſion. Mais il ſavoit combien de connoiſſances demande la Pharmacie embraſſée dans toute ſon étendue; il l'aimoit, & par goût, & parce qu'elle lui réuſſiſſoit fort, & il croyoit ne pouvoir mieux faire que de fournir à ſon fils les moyens de pourſuivre avec plus d'avantage la carriere où lui-même auroit vieilli.

Après cette premiere étude de Phyſique générale, M. Geoffroy fit des Cours particuliers,

culiers, de Botanique, & de Chimie, & même d'Anatomie, quoique cette Science ne fût pas de son objet principal. Il s'en écartoit encore davantage dans ses heures de délassement, où l'on est le maitre de choisir ses plaisirs. Il tournoit, il travailloit des Verres de Lunettes, il exécutoit des Machines en petit, il apprenoit l'Italien de l'Abbé Roselli, si connu par le Roman de l'*Infortuné Napolitain*.

En 1692, son Pere l'envoya à Montpellier pour y apprendre la Pharmacie chez un habile Apotiquaire, qui de son côté envoya son fils à Paris chez M. Geoffroy: échange bien entendu, puisque l'un & l'autre de ces jeunes gens en laissant dans la maison paternelle ce qu'il étoit bien sûr d'y retrouver toujours, alloit chercher dans une maison étrangere ce qu'il n'eût pas trouvé chez lui.

M. Geoffroy suivit les plus habiles Professeurs de la fameuse Ecole de Montpellier, & il vit presque naitre alors dans cette ville un grand nom qui s'est toujours accru depuis, & qui par lui-même, & sans nul secours étranger, s'est élevé à la premiere place.

Avant que de revenir à Paris, M. Geoffroy voyagea dans les Provinces Méridionales du Royaume, & alla voir les Ports de l'Océan, car il embrassoit aussi ce qui n'étoit que de pure curiosité. Il en eût peut-être été bien puni à S. Malo où il se trouva enfermé en 1693, dans le tems du Bombardement des Anglois, si la terrible Machine Infernale, qui menaçoit d'abîmer tout, n'eût manqué son effet. M. le Comte de Tallard, depuis

Duc, Pair, & Maréchal de France, ayant été nommé au commencement de 1698, à l'Ambaſſade extraordinaire d'Angleterre, il choiſit M. Geoffroy, qui n'étoit point Médecin, pour avoir ſoin de ſa ſanté, & il ne crut point que cette confiance donnée au mérite dépourvu de titre, fût trop hardie. M. Geoffroy, qui ſavoit voyager, ne manqua pas de profiter du ſéjour de Londres: il gagna l'amitié de la plupart des Illuſtres d'un Païs, qui en produit tant, & principalement celle de M. le Chevalier Sloane, & en moins de ſix mois il devint leur confrere par une place qu'ils lui donnerent dans la Société Royale.

De-là il paſſa en Hollande, où il vit d'autres Savans, fit d'autres obſervations, acquit de nouvelles connoiſſances. Il ſe préſenta encore à lui l'occaſion de faire un voyage agréable, celui d'Italie, où il alla en 1700 avec M. l'Abbé de Louvois, en qualité de ſon Médecin, ſelon le langage de M. Geoffroy, & en qualité d'Ami, ſelon le langage de cet Abbé, car ils avoient tous deux le mérite de ne pas parler de même.

Le grand objet de M. Geoffroy étoit toujours l'Hiſtoire Naturelle, & la Matiere Médicinale, & il étoit d'autant plus obligé à porter ſes vues de ce côté-là, que ſon pere avoit deſſein de lui laiſſer ſa place & ſon établiſſement. Dès 1693 il avoit ſubi l'examen pour la Pharmacie, & fait ſon Chef-d'œuvre: cependant ce n'étoit point là le fond de ſon intention, il vouloit être Médecin, & n'oſoit le déclarer. Il faiſoit des études équivoques, qui convenoient également au

plan

plan de ſon pere & au ſien: telle étoit la Matiere Médicinale, qu'un habile Apotiquaire ne ſauroit trop connoitre, & que ſouvent un habile Médecin ne connoit pas aſſez.

Enfin quand le tems fut venu de ne pouvoir plus ſoutenir la diſſimulation, & de prendre un parti déciſif, il ſe déclara, & le pere ſe rendit. Il avoit deſtiné à la Médecine ſon ſecond fils, qui eſt aujourd'hui l'un des Chimiſtes de cette Académie; celui-là prit la Pharmacie au-lieu de ſon Ainé. Cette légere tranſpoſition dut être aſſez indifferente au pere, mais enfin ce n'étoit pas-là ſon premier projet, & il apprit combien la Nature qu'il n'avoit pas aſſez conſultée ſur ſes enfans, eſt jalouſe de ſes droits.

M. Geoffroy ſe mit donc ſur les Bancs de Médecine, & fut reçu Bachelier en 1702. Sa premiere Theſe fut extrêmement retardée, parce que M. Fagon, premier Médecin, qui devoit y préſider, & qui avoit coutume de commettre pour la Préſidence, voulut préſider en perſonne, honneur qui ſe fit acheter par des délais. M. Geoffroy, qui avoit fait ſa Theſe lui-même, quoique ſelon l'uſage établi elle dût être l'ouvrage du Préſident, avoit choiſi cette Queſtion, *Si le Médecin eſt en même tems un Méchanicien Chimiſte*? On ſent aſſez qu'il avoit interêt de conclurre pour l'affirmative, au hazard de ne pas comprendre tous les Médecins dans ſa définition. Il compoſa pareillement ſes deux autres Theſes de Bachelier, & à plus forte raiſon celles dont il fut Préſident après avoir été reçu Docteur en 1704. Il prenoit toujours

jours des sujets utiles ou intéressans; celle où il demandoit *si l'Homme a commencé par être Ver*, piqua tellement la curiosité des Dames, & des Dames du plus haut rang, qu'il fallut la traduire en François, pour les initier dans des mysteres, dont elles n'avoient pas la Théorie. On assure que toutes les Theses sorties de sa main n'ont pas seulement été regardées dans nos Ecoles comme des Traités presque complets sur les sujets choisis; mais qu'elles se sont trouvées plus au goût des Etrangers, qu'un grand nombre d'autres, où ils se plaignent que le soin dominant a été celui de l'élégance du stile, & de la belle Latinité.

Il ne se pressa point de se jetter dans la pratique, dès qu'il en eut le droit; il s'enferma pendant dix ans dans son Cabinet, & il voulut être sûr d'un grand fonds de connoissances, avant que de s'en permettre l'usage. Les Médecins ont entre eux ce qu'ils appellent les bons principes, & puisqu'ils sont les bons, ils ne sont pas ceux de tout le monde. Les Confreres de M. Geoffroy conviennent qu'il les possedoit parfaitement. Son caractere doux, circonspect, moderé, & peut-être même un peu timide, le rendoit fort attentif à écouter la Nature, à ne la pas troubler par des remedes sous prétexte de l'aider, & à ne l'aider qu'à propos, & autant qu'elle le demandoit. Une chose singuliere lui fit tort dans les commencemens: il s'affectionnoit trop pour ses Malades, & leur état lui donnoit un air triste & affligé qui les allarmoit; on en reconnut enfin le principe,

&

& on lui fut gré d'une tendreſſe ſi rare, & ſi chere à ceux qui ſouffrent.

Perſuadé qu'un Médecin appartient également à tous les Malades, il ne faiſoit nulle difference entre les bonnes pratiques & les mauvaiſes, entre les brillantes & les obſcures. Il ne recherchoit rien, & ne rejettoit rien. De-là il eſt aiſé de conclurre que ce qui dominoit dans le nombre de ſes pratiques, c'étoient les obſcures, ou les mauvaiſes, & d'autant plus que ſes premiers engagemens lui étoient ſacrés, & qu'il n'eût pas voulu les rompre, ou s'en acquitter légerement, pour courir aux occaſions les plus flatteuſes qui ſeroient ſurvenues. D'ailleurs ſouverainement éloigné de tout faſte, il n'étoit point de ceux qui ſavent aider à leur propre réputation, & qui ont l'art de ſuggerer tout bas à la Renommée, ce qu'ils veulent qu'elle répéte tout haut avec ſes cent bouches. Cependant le vrai avoit percé à la longue, & M. Geoffroy étoit bien connu. Dans les grandes affaires de Médecine, ceux qui s'étoient ſaiſis des premiers poſtes l'appelloient preſque toujours en conſultation; il étoit celui dont tous les autres vouloient emprunter des lumieres. Ciceron conclud que les Romains étoient le plus vaillant Peuple du monde, de ce que chaque Peuple ſe donnoit le premier rang pour la valeur, & accordoit toujours le ſecond aux Romains.

En 1709, le Roi lui donna la place de Profeſſeur en Médecine au Collège Royal, vacante par la mort de M. de Tournefort. Il entreprit de dicter à ſes Auditeurs toute l'Hiſtoire

toire de la Matiere Médicinale, ſur laquelle il avoit depuis longtems amaſſé de grandes proviſions. Tout le Regne Minéral a été expédié, c'eſt-à-dire, tous les Minéraux qui ſont en uſage dans la Médecine, & c'eſt ce qu'on a juſqu'à préſent ſur ce ſujet de plus recherché, de plus certain, & de plus complet. Il en étoit au Regne Végétal, & comme il ſuivoit l'ordre Alphabétique, il en eſt reſté à la *Meliſſe*, qui quoiqu'aſſez avancée dans l'Alphabet, laiſſe après elle un grand vuide, & beaucoup de regret aux curieux de ces ſortes de matieres. Il n'avoit point touché au Regne Animal, mais du moins tout ce qu'il a dicté s'eſt trouvé en très bon ordre dans ſes papiers, & on eſpere que ſa famille le donnera au Public.

M. Fagon, qui étoit toujours demeuré titulaire de la Charge de Profeſſeur en Chimie au Jardin Royal, la faiſoit exercer par quelqu'un qu'il choiſiſſoit. M. de S^t. Yon, à qui il avoit donné cet emploi, n'ayant pu le remplir en 1707, à cauſe de ſes infirmités, M. Geoffroy eut ſa place, & s'en acquitta ſi bien que dans la ſuite M. Fagon ſe démit abſolument de la charge en ſa faveur. Cela arriva en 1712. M. Fagon, pour mettre en œuvre M. Geoffroy tout entier, lui demanda qu'aux leçons ordinaires de Chimie, il en joignît ſur la Matiere Médicinale, ce qui, dans une même ſéance ajoutoit deux heures, & quelquefois trois, à deux autres heures déja employées. M. Geoffroy y conſentit, emporté par ſon zèle, & ſans doute auſſi par un certain ſentiment de gloire, qui agit,

agit, & qui doit agir sur les ames les plus éloignées de la vanité; il étoit soutenu par le plaisir de voir que de si longues séances, loin de rebuter les Auditeurs, ne les rendoient que plus assidus, & plus attentifs: mais enfin il consulta trop peu les interêts de sa santé, qui étoit naturellement foible, & qui en souffrit.

La Faculté de Médecine, qui se choisit tous les deux ans un Chef qu'on appelle Doyen, crut en 1726 se trouver dans des circonstances où il lui en falloit un, qui, quoique digne de l'être, ne fît aucun ombrage à sa liberté, & qui aimât mieux sa Compagnie que sa place. M. Geoffroy fut élu: mais comme tous les membres d'une République ne sont pas également Républicains, quelques-uns attaquerent son élection par des irrégularités prétendues, & lui-même auroit été volontiers de leur parti; mais l'élection fut confirmée par le jugement de la Cour.

Ses deux années de Décanat finies, il fut continué, & cela par les suffrages mêmes qui auparavant lui avoient été contraires. On sentoit un nouveau besoin qu'on avoit de lui. Il s'étoit élevé un Procès entre les Médecins & les Chirurgiens, espece de guerre civile, qui divisoit les Citoyens d'un même Etat; & il falloit ou du zèle pour la soutenir, ou de la douceur pour la terminer, & même en la soutenant il falloit toujours de la douceur avec le zèle. On lui fit un honneur singulier; il y a sous le Doyen un Censeur, qui est son Lieutenant, & ce Censeur est tou-

toujours le Doyen qui vient de ſortir de place. On ſupprima le titre de Cenſeur pour les deux années du nouveau Décanat de M. Geoffroy, & on le laiſſa le maitre de choiſir ceux qu'il voudroit pour l'aider. Ces témoignages d'eſtime de la part de ſa Compagnie, qu'il n'auroit pas recherchés par ambition, il les ſentit vivement par un principe de reconnoiſſance, d'autant plus fort qu'on eſt plus dégagé de paſſions tumultueuſes. Il ſe livra ſans ménagement aux travaux extraordinaires du ſecond Décanat, qui joints à ceux qu'exigeoient ſa profeſſion, & ſes differentes places, ruïnerent abſolument ſa ſanté, & au commencement de 1730 il tomba accablé de fatigues. Il eut cependant le courage de mettre la derniere main à un ouvrage que ſes prédéceſſeurs Doyens avoient jugé néceſſaire, mais qu'ils n'avoient pas fini : c'eſt un Recueil des Médicamens compoſés les plus uſités, que les Pharmaciens doivent tenir toujours prêts.

Nous ne l'avons point encore repréſenté comme Académicien, parce que nos Hiſtoires imprimées font foi qu'il n'a pas rempli ce devoir avec moins d'exactitude que les autres, ſi ce n'eſt dans les quatre dernieres années, où le Décanat étoit une diſpenſe aſſez légitime. Il donna en 1718 un Syſtême ſingulier & une Table des Affinités ou Rapports des differentes ſubſtances en Chimie. Ces Affinités firent de la peine à quelques-uns, qui craignirent que ce ne fuſſent des Attractions déguiſées, d'autant plus dangereuſes, que d'habiles gens ont déja ſu leur don-

donner des formes ſéduiſantes : mais enfin on reconnut qu'on pouvoit paſſer par deſſus ce ſcrupule, & admettre la Table de M. Geoffroy, qui bien entendue & amenée à toute la préciſion néceſſaire, pouvoit devenir une loi fondamentale des opérations de Chimie, & guider avec ſuccès ceux qui travaillent.

Il étoit entré dans cette Compagnie dès l'an 1699, & il eſt mort le 6 Janvier 1731.

ELOGE

DE M. RUYSCH.

FREDERIC RUYSCH naquit à la Haye le 23 Mars 1638, de Henri Ruyſch Secretaire des Etats-Généraux, & d'Anne Van Berghem. La famille des Ruyſch étoit d'Amsterdam, où depuis 1365 elle avoit continuellement occupé les premieres Magiſtratures juſqu'en 1576, que la guerre contre l'Eſpagne apporta du changement à ſa fortune.

M. Ruyſch ſe deſtina à la Médecine, & il commença par s'appliquer à la Matiere Médicinale, aux Plantes, aux Animaux ou parties d'Animaux, aux Minéraux qui y appartiennent, aux opérations de Chimie, aux diſſections Anatomiques; & de tout cela il ſe fit de bonne heure un Cabinet déja digne des regards & de l'attention des Connoiſſeurs. Il étoit tout entier à ce qu'il avoit entre-

pris;

pris; peu de ſommeil avec beaucoup de ſanté, point de ces amuſemens inutiles, qui paſſent pour des délaſſemens néceſſaires, nul autre plaiſir que ſon travail; & quand il ſe maria en 1661, ce fut en grande partie pour être entierement ſoulagé des ſoins domeſtiques, ce qui lui réuſſit aſſez aiſément dans le Païs où il vivoit.

En ce tems-là vint à Leyde un Anatomiſte aſſez fameux, nommé *Bilſius*, que le Roi d'Eſpagne avoit envoyé profeſſer à Louvain. Ce Docteur traitoit avec très peu de conſideration ceux qui avoient juſque-là le plus brillé dans cette Science, & préféroit de beaucoup, & hautement ſes découvertes aux leurs, principalement ſur ce qui regarde le mouvement de la Bile, de la Lymphe, du Chile, de la Graiſſe. M^rs. de le Boe ou Sylvius, & van Horne, Profeſſeurs à Leyde, qui auroient voulu réprimer la vanité de cet Etranger, crurent ne le pouvoir ſans le ſecours du jeune Ruyſch qui avoit donné plus de tems qu'eux à des diſſections fines & délicates. De la Haye, où il demeuroit, il venoit les nuits à Leyde leur apporter ſes préparations, & leur mettre en main dequoi étonner Bilſius; & il retournoit bien vîte à la Haye pour travailler à de nouvelles préparations, deſtinées au même uſage.

Après avoir fourni en ſecret des armes contre Bilſius, il vint enfin à ſe battre avec lui à viſage découvert, car ceux qu'il avoit aidés n'avoient pas prétendu le tenir toujours caché. Il avoit dit que la réſiſtance qu'il ſentoit en ſoufflant les Vaiſſeaux Lymphatiques d'un

d'un certain ſens, lui faiſoit croire qu'il s'y trouvoit des Valvules, qu'il n'avoit pourtant pas encore vues, & il n'étoit pas le ſeul qui eût eu cette penſée. Bilſius nia ces Valvules avec la derniere aſſurance, & même avec mépris pour ceux qui les jugeoient ſeulement poſſibles. M. Ruyſch fit ſi bien par ſon adreſſe ſinguliere qu'il les découvrit, & au nombre de plus de deux-mille, & les démontra, à la grande ſatisfaction de ceux qui étoient bien aiſes de voir confondre des déciſions téméraires, & ſuperbes. L'Adverſaire, qui ſe tenant bien ſûr qu'il ne verroit pas, avoit promis de ſe rendre s'il voyoit, fit effectivement tout ſon poſſible pour ne pas voir; & quand il y fut forcé, il ſe ſauva par un endroit qu'on n'avoit pas prévu, il dit qu'il connoiſſoit bien ces Valvules, mais qu'il n'avoit pas jugé à propos de le déclarer. M. Ruyſch dans un très petit Volume qu'il donna en 1605, & qui eſt le premier des ſiens, a fait l'hiſtoire détaillée de cette conteſtation, où le vaincu, qui pouvoit l'être ſans honte, & même avec honneur, trouva moyen de l'être honteuſement.

M. Ruyſch fut dès l'an 1664 Docteur en Médecine dans l'Univerſité de Leyde, & il eut preſque auſſi-tôt après une occaſion, qui n'étoit que trop déciſive, de prouver combien il méritoit cette dignité. La Peſte ravagea la Hollande, & il ſe dévoua aux Peſtiferés de la Haye, ſa Patrie: début qui, quelque glorieux qu'il ſoit, ne ſera pas envié.

Mais

Mais ſa grande occupation, celle qui a rendu ſon nom ſi célèbre, a été de porter l'Anatomie à une perfection juſque-là inconnue. On s'étoit longtems contenté des premiers Inſtrumens, qui s'étoient d'abord offerts comme d'eux-mêmes, & qui ne ſervoient guere qu'à ſéparer des parties ſolides, dont on obſervoit la ſtructure particuliere, ou la diſpoſition qu'elles avoient entre elles. Reynier de Graaf, ami intime de M. Ruyſch, fut le premier, qui pour voir le mouvement du ſang dans les Vaiſſeaux, & les routes qu'il ſuit pendant la vie, inventa une nouvelle eſpece de ſeringue par où il injectoit dans les Vaiſſeaux une matiere colorée, qui marquoit tout le chemin qu'elle faiſoit, & par conſéquent celui du Sang. Cette nouveauté fut d'abord approuvée, mais enſuite on l'abandonna, parce que la matiere injectée s'échapoit continuellement, & que l'injection devenoit bien-tôt inutile.

Jean Swammerdam remédia au défaut de l'invention de Graaf. Il penſa très heureuſement qu'il falloit prendre une matiere chaude, qui en ſe refroidiſſant à meſure qu'elle couloit dans les Vaiſſeaux, s'y épaiſsît de ſorte qu'arrivée à leur extrémité elle ceſſât de couler: ce qui demande, comme on voit, une grande préciſion, tant pour la nature particuliere de la matiere qu'on employera, que pour le juſte degré de feu qu'il faudra lui donner, & le plus ou moins de force, dont on la pouſſera. Par ce moyen Swammerdam rendoit viſibles pour la premiere fois les Arteres & les Veines Capillaires de la Face;

ce; mais il ne ſuivit pas lui-même bien loin ſa nouvelle invention. Une grande piété, qui vint à l'occuper entierement, l'en empêcha, & ne le rendit pourtant pas aſſez indifferent ſur ſon ſecret, pour en faire part à M. Ruyſch ſon ami, qui en étoit extrêmement curieux.

Il le chercha donc de ſon côté, & le trouva pour le moins, car il y a beaucoup d'apparence que ce qu'il trouva étoit encore plus parfait que ce qu'avoit Swammerdam lui-même. Les parties étoient injectées de façon que les dernieres ramifications des Vaiſſeaux, plus fines que des fils d'Araignées, devenoient viſibles, &, ce qui eſt encore plus étonnant, ne l'étoient pas quelquefois ſans Microſcope. Quelle devoit être la matiere aſſez déliée pour pénétrer dans de pareils canaux, & en même tems aſſez ſolide pour s'y durcir?

On voyoit de petites parties, qui ne s'apperçoivent ni dans le vivant, ni dans le mort tout frais.

Des cadavres d'Enfans étoient injectés tout entiers; l'opération n'eût guére été poſſible dans les autres: cependant en 1666 il entreprit par ordre des Etats Généraux le Cadavre déja fort gâté de Guillaume Bercley, Vice-Amiral Anglois tué à la Bataille donnée le 11 Juin entre les Flottes d'Angleterre & de Hollande, & on le renvoya en Angleterre, traité comme auroit pu l'être le plus petit Cadavre. Les Etats Généraux récompenſerent ce travail d'une maniere digne d'eux, & du travail même.

Tout

Tout ce qui étoit injecté conſervoit ſa conſiſtance, ſa molleſſe, ſa flexibilité, & même s'embelliſſoit avec le tems, parce que la couleur en devenoit plus vive juſqu'à un certain point.

Les Cadavres, quoiqu'avec tous leurs Viſceres, n'avoit point de mauvaiſe odeur; au contraire ils en prenoient une agréable, quand même ils euſſent ſenti fort mauvais avant l'opération.

Tout ſe garantiſſoit de la corruption par le ſecret de M. Ruyſch. Une fort longue vie lui a procuré le plaiſir de ne voir aucune de ſes Pieces ſe gâter par les ans, & de ne pouvoir fixer de terme à leur durée. Tous ces Morts ſans deſſechement apparent, ſans rides, avec un teint fleuri, & des membres ſouples, étoient preſque des Reſſuſcités, ils ne paroiſſoient qu'endormis, tout prêts à parler quand ils ſe réveilleroient. Les Momies de M. Ruyſch prolongeoient en quelque ſorte la vie, au-lieu que celles de l'ancienne Egypte ne prolongeoient que la mort.

Quand ces prodiges commencerent à faire du bruit, ils trouverent, ſelon une Loi bien établie de tout tems, beaucoup d'Incrédules ou de Jaloux. Ils détruiſoient par quantité de raiſonnemens les faits qu'on leur avançoit; quelques-uns diſoient en propres termes, qu'*ils ſe laiſſeroient plutôt crever les yeux, que de croire de pareilles fables.* A tous leurs diſcours M. Ruyſch répondoit ſimplement, *Venez & voyez*; ſon Cabinet étoit toujours prêt à leur parler, & à raiſonner avec eux.

Ces

Ces deux mots étoient devenus ſon Refrain perpétuel, ſon Cri de guerre.

Un Profeſſeur en Médecine lui écrivit bien gravement, qu'il ſeroit mieux de renoncer à toutes ces nouveautés, & de s'attacher à l'ancienne doctrine ſi ſolidement établie, & qui renfermoit tout. Comme le Novateur ne ſe rendoit point, le Docteur redoubla ſes Lettres, & lui dit enfin que tout ce qu'il faiſoit dérogeoit à la dignité de Profeſſeur. M. Ruyſch répondit, *Venez & voyez.*

Il a caché le nom de ce Profeſſeur ſi délicat ſur cette dignité, mais il n'a pas ménagé de même ceux de Mrs. Rau & Bidloo, célèbres tous les deux dans l'Anatomie, & qui s'étoient hautement déclarés contre lui, Bidloo ſur-tout. Celui-ci ſe vantoit d'avoir, & même avant Ruyſch, le ſecret de prépare & de conſerver les Cadavres, & ſur cela M. Ruyſch lui demande pourquoi donc il n'a pas vu telles & telles choſes, pourquoi il a gâté ſes Tables Anatomiques, par des fautes qu'il lui marque, &c. Juſque-là, tout eſt dans les règles, & Ruyſch paroît avoir tout l'avantage : mais il faut avouer qu'il en perd une partie pour la forme, quand ſur ce que Bidloo l'avoit traité de Boucher ſubtil, il répond qu'il aime mieux être *Lanio ſubtilis* que *Leno famoſus.* Le jeu des mots Latins peut l'avoir tenté, mais c'étoit aller trop rudement aux mœurs de ſon Adverſaire, dont il ne s'agiſſoit point Il eſt vrai auſſi qu'on ne ſait quel nom donner à Bidloo, lorſqu'il s'emporte juſqu'à appeller Ruyſch *le plus miſerable des Anatomiſtes.* Sera-ce donc toujours un écueil

pour la vertu des Hommes, qu'un ſimple combat d'eſprit ou de ſavoir?

Après un premier feu, quelquefois cependant aſſez long, eſſuyé de la part de l'Ignorance ou de l'Envie, la Vérité demeure ordinairement victorieuſe. Comment eût-on fait pour ne pas ſentir à la fin les avantages de l'invention de M. Ruyſch ? Les Sujets néceſſaires pour les diſſections, & que la ſuperſtition populaire rend toujours très rares, périſſoient en peu de jours entre les mains des Anatomiſtes; & lui, il ſavoit les rendre d'un uſage éternel. L'Anatomie ne portoit plus avec elle ce dégoût, & cette horreur, qui ne pouvoient être ſurmontés que par une extrême paſſion. On ne pouvoit auparavant faire les démonſtrations qu'en Hiver; les Etés les plus chauds y étoient devenus également propres, pourvu que les jours fuſſent également clairs. Enfin l'Anatomie, auſſi-bien que l'Aſtronomie, étoit parvenue à offrir aux Hommes des objets tout nouveaux, dont la vue leur paroiſſoit interdite.

Et comme dans l'une & l'autre de ces Sciences, il eſt impoſſible de mieux voir ſans découvrir, on ne ſera pas ſurpris que M. Ruyſch ait beaucoup découvert. Nous en renvoyons le détail à ſes Ouvrages; une Artere Bronchiale inconnue aux plus grands Scrutateurs du Poumon; le Périoſte des Oſſelets de l'Organe de l'Ouïe qui paroiſſoient nuds; les Ligamens des Articulations de ces Oſſelets; la Subſtance Corticale du Cerveau uniquement compoſée de Vaiſſeaux infiniment ramifiés, & non pas Glanduleuſe, comme on le croyoit;

plu-

pluſieurs autres parties qui paſſoient pareillement pour Glanduleuſes, réduites à n'être que des tiſſus de Vaiſſeaux, toujours ſimples dans chacune, & qui ne differoient que par leur longueur, leur diametre, les Courbes décrites dans leur cours, la diſtance de l'extrémité de ce cours à l'origine du mouvement de la liqueur, differences d'où devoient naitre les differentes Sécrétions, ou filtrations, &c. Cependant il faut avouer, & il l'avouoit ſans peine, qu'il n'avoit pas tout vu. Quelquefois il tombe dans des difficultés, où il ne feint pas d'avoir recours, ſoit à la volonté de Dieu, qui opere ſans méchaniſme, ſoit au deſſein qu'il a eu de nous cacher le méchaniſme. Un premier Voile, qui couvroit l'Iſis des Egyptiens, a été enlevé depuis un tems; un ſecond, ſi l'on veut, l'eſt auſſi de nos jours; un troiſieme ne le ſera pas, s'il eſt le dernier.

M. Ruyſch, outre les fonctions de Médecin & de Profeſſeur en Anatomie, avoit encore été chargé par les Bourgmeſtres d'Amſterdam, où étoit ſon domicile, de l'inſpection de tous ceux qui avoient été tués ou bleſſés dans des querelles particulieres, pour en faire ſon rapport aux Juges. De plus, par des vues d'un bon Gouvernement, on avoit créé pour lui une place de Profeſſeur ou Maitre des Sages-femmes, qui ſouvent n'étoient pas aſſez inſtruites. Elles ſe hâtoient, par exemple, de tirer, & même avec violence, le Placenta lorſqu'il tardoit à venir, & elles aimoient mieux le mettre en pieces, ce qui cauſoit ſouvent la mort. Il

leur apprit, quoiqu'avec peine, à l'attendre ſans impatience, ou à n'aider que doucement à ſa ſortie, parce qu'un Muſcle Orbiculaire, qu'il avoit découvert au fond de la Matrice, le pouſſoit naturellement en dehors, & pouvoit même ſuffire pour le chaſſer entierement.

Il eſt aiſé de juger combien dans ſes differentes fonctions, il lui tomboit entre les mains de faits remarquables, & avec quel ſoin s'en emparoit un homme ſi curieux de ramaſſer, & ſi habile à conſerver.

Enfin il étoit Profeſſeur en Botanique, & l'on peut bien croire qu'il ne démentoit pas dans cette occupation, ſon caractere naturel. Le grand commerce des Hollandois lui fourniſſoit des Plantes de tous les Climats de l'Univers. Il les diſſéquoit avec la même adreſſe que les Animaux, & dégageant entierement leurs Vaiſſeaux de la Pulpe ou Parenchime, il montroit à découvert tout ce qui faiſoit leur vie. Les Animaux & les Plantes étoient également embaumés, & ſûrs de la même durée.

Son Cabinet, où tout alloit ſe raſſembler, devint ſi abondant & ſi riche, qu'on l'eût pris pour le Tréſor ſavant d'un Souverain. Mais non-content de la richeſſe, & de la rareté, il voulut encore y joindre l'agrément, & égayer le ſpectacle. Il mêloit des bouquets de Plantes & des Coquillages à de triſtes Squéletes, & animoit le tout par des Inſcriptions, ou des Vers pris des meilleurs Poëtes Latins.

C'étoit pour les Etrangers une des plus grandes merveilles des Païs-Bas, que ce Cabinet

binet de M. Ruyſch. Les Savans ſeuls l'admiroient dignement, tout le reſte vouloit ſeulement ſe vanter de l'avoir vu. Les Généraux d'Armée, les Ambaſſadeurs, les Princes, les Electeurs, les Rois y venoient comme les autres, & ces grands titres prouvent du moins la grande célébrité. Quand le Czar Pierre I. vint en Hollande pour la premiere fois en 1698, il fut frappé, tranſporté à cette vue. Et en effet quelle ſurpriſe, & quel plaiſir pour un Génie naturellement auſſi avide du Vrai, qu'un pareil Spectacle, où il n'avoit point été conduit par degrés! Il baiſa avec tendreſſe le Corps d'un petit Enfant, encore aimable, & qui ſembloit lui ſourire. Il ne pouvoit ſortir de ce lieu, ni ſe laſſer d'y recevoir des inſtructions, & il dînoit à la Table très frugale de ſon Maitre, pour paſſer les journées entieres avec lui. A ſon ſecond voyage en 1717, il acheta le Cabinet, & l'envoya à Petersbourg: préſent des plus utiles qu'il pût faire à la Moſcovie, qui ſe trouvoit tout d'un coup, & ſans peine, en poſſeſſion de ce qui avoit couté tant de travaux à un des plus habiles hommes des Nations Savantes.

Auſſi-tôt après M. Ruyſch, âgé de 79 ans, recommença courageuſement un Cabinet nouveau. Sa ſanté toujours ferme le lui permettoit, le goût & l'habitude l'y obligeoient. Ce ſecond travail devoit même lui être plus facile, & plus agréable que le premier. Il ne perdoit plus de tems en tâtonnemens, & en épreuves, il étoit ſûr de ſes moyens, & du ſuccès. D'ailleurs des choſes rares, qui

autrefois lui auroient échappé, ou qu'il n'auroit obtenues qu'avec peine, venoient alors s'offrir d'elles-mêmes à lui.

En 1727, il fut choisi par cette Académie, pour être un de ses Associés Etrangers. Il étoit Membre aussi de l'Académie Léopoldine des Curieux de la Nature, & de la Société Royale d'Angleterre.

Il eut le malheur en 1728, de se casser l'Os de la Cuisse par une chûte. Il ne pouvoit plus guere marcher, sans être soutenu par quelqu'un: mais du reste il n'en fut pas moins sain de corps & d'esprit jusqu'en 1731, qu'il perdit en peu de tems toute sa vigueur qui s'étoit maintenue sans altération sensible. Il mourut le 22 Février, âgé de plus de 92 ans, & n'ayant eu sur une si longue carriere qu'environ un mois d'infirmité. Peu de tems avant sa mort, il avoit fini le Catalogue de son second Cabinet qu'il avoit rendu fort ample en 14 ans. Beaucoup de grands Hommes n'ont pas assez vécu pour voir la fin des contradictions injustes, & desagréables, qu'ils s'étoient attirées par leur mérite, & leur nom seul a joui des honneurs qui leur étoient dûs. Pour lui il en a joui en personne, grace à sa bonne constitution, qui l'a fait survivre à l'Envie.

Il a donné un grand nombre d'Ouvrages, ses 16 Epitres Problématiques, les 3 Décades de ses *Adversaria Anatomico-Medico-Chirurgica*, ses 11 *Trésors*, &c. Tout cela est le produit d'une très longue vie, dont tous les momens ont été occupés du même objet, faits nouveaux, observations rares, réflexions

xions de Théorie, remarques de Pratique; tout est écrit d'un stile simple & concis, dont toutes les paroles signifient, & qui n'a pour but que l'instruction sans étalage. Le plus souvent, en parlant de ses découvertes, il ne se regarde que comme l'Instrument, dont il a plu à Dieu de se servir, pour manifester au genre-humain des vérités utiles; & ce ton si humble, & si Chrétien, ne peut être suspect dans un homme, qui n'étoit obligé à le prendre, ni par son état, ni par l'exemple des autres Auteurs de découvertes.

Encore une singularité de ses Ouvrages. Il a publié ses *Adversaria* en Hollandois & en Latin sur deux colomnes, l'un étant la traduction de l'autre. Il y a des matieres qu'il n'est permis qu'aux Physiciens de traiter sans envelope, & dans les termes propres. Quand il les traite, ce n'est qu'en Latin, & on s'apperçoit d'un vuide dans la colomne Hollandoise. Il n'a pas voulu présenter des images dangereuses à ceux ou à celles qui n'en avoient pas besoin.

ELOGE

DE M. LE PRESIDENT DE MAISONS.

JEAN-RENÉ DE LONGUEIL naquit à Paris le 15 Juillet 1699, de Claude de Longueil Marquis de Maiſons, Préſident du Parlement, & de Charlotte Roque de Varangeville.

On ſait que la Maiſon de Longueil eſt diſtinguée par ſon ancienneté, tant dans l'Epée que dans la Robbe, & plus encore par les dons de l'eſprit, qui s'y ſont aſſez perpétués pour lui donner un caractere général, & former en faveur du nom une prévention agréable.

Le jeune M. de Maiſons, à cauſe de la délicateſſe de ſa ſanté, fut élevé dans la maiſon paternelle. On aſſure qu'à 12 ans il ne trouvoit plus de difficultés dans les Poëtes Latins, & ſentoit toutes les beautés des François: car à quoi ſert d'entendre avec beaucoup de peine des Auteurs dans une Langue étrangere, quand on ne ſait pas juger, comme il arrive ſouvent, de ceux qu'on lit dans la Langue que l'on parle? La partie de l'Education qui regarde le Goût, extrêmement négligée juſqu'ici, ne le fut pas à l'égard de M. de Maiſons. On pourroit lui reprocher de s'être fait un goût trop ſévère, mais le plaiſir de critiquer peut être pardonné à la grande jeuneſſe.

A

A l'âge de 14 ans, il fit un Cours de Phyſique, mais de vraye Phyſique, & il y entra avec cette ardeur qui annonce le génie. Il ſe plaiſoit à faire lui-même les expériences, ce qui inſtruit beaucoup plus que de les laiſſer faire à des gens plus exercés, & d'en être ſimple ſpectateur. On eſt obligé d'entrer dans des détails, dont l'importance & les ſuites ne ſont bien connues que de ceux qui y ont prêté leurs mains.

On le mit à 15 ans dans la Juriſprudence qui devoit être ſon grand objet, & il en embraſſa l'étude d'une maniere à contenter une famille accoutumée à fournir de bons ſujets pour une importante place. Ce fut alors qu'il perdit ſon Pere, Magiſtrat très conſideré, & dans ſa Compagnie, & dans le Public, & à qui il n'a manqué qu'une plus longue vie pour monter encore à une plus haute conſideration. Le feu Roi eut la bonté de reparer autant qu'il le pouvoit le malheur du fils, & il lui accorda la Charge de Préſident du Parlement, *dans l'eſperance*, lui dit-il, *qu'il le ſerviroit avec la même fidelité qu'avoient fait ſes Ancêtres.* Cette grace a une époque remarquable, elle fut la derniere d'un ſi long Regne.

La Régence ne fut pas moins favorable à M. de Maiſons. Il eut par grace ſinguliere voix & ſéance à ſa place de Préſident, dès l'âge de 18 ans.

Il travailla à mériter tout ce qu'il avoit obtenu, & le mérita en effet par ſon application aux affaires, par la pénétration qu'il y faiſoit déja paroitre, par une droiture inflexi-

flexible dans l'adminiſtration de la Juſtice.

Cependant il conſervoit toujours du goût pour la Phyſique. Ceux à qui il n'eſt permis de prendre les Sciences que pour le délaſſement ou pour l'ornement, ne peuvent choiſir ni des délaſſemens plus nobles, ni des ornemens qui ſiéent mieux. Il ſe fit à Maiſons un Jardin de Plantes rares, & un Laboratoire de Chimie, dignes tous les deux d'un Lieu où tout ce qui n'auroit pas été magnifique auroit eu fort mauvaiſe grace. Il eſt ſorti du Jardin le ſeul Caffé, que l'on ſache, qui ait encore pu venir à maturité en France, & on aſſure qu'il n'a pas moins de parfum que celui de Moka. M. de Maiſons a fait lui-même dans le Laboratoire, le Bleu de Pruſſe, le plus parfait que l'on ait encore dans cette eſpece de Couleur. Il avoit auſſi depuis peu fait préparer des lieux pour les Expériences de M. Newton ſur la Lumiere, qui ne ſont pas aiſées à répéter, & qui peut-être euſſent été pouſſées plus loin. Nous ne nous intereſſons pas tant à ſon Cabinet de Médailles, quoique très curieux; mais nous ne laiſſons pas de bien connoître tout le prix de l'étendue & de la variété de ſes connoiſſances.

Avec tous les droits qu'il avoit par rapport à nous, il deſira d'être un de nos Honoraires, & il le fut vers la fin d'Août 1726. Le Roi le nomma Préſident de l'Académie pour l'année 1730. Il marqua par un redoublement d'aſſiduité qu'il ne regardoit pas ce titre comme un vain titre d'honneur, & il le marqua encore mieux dans les occaſions où il

il fut queſtion de quelque interêt général de la Compagnie. Alors un Corps ne peut guere ſe mouvoir par lui-même, toute ſon action, toute ſa vie réſide dans ſon Chef, & le nôtre s'acquitta de ſes fonctions avec une ardeur & un zèle qui nous firent bien ſentir l'avantage de le poſſeder. Il prenoit une habitude, qui lui devoit être utile dans des fonctions pareilles, & plus importantes, auxquelles il étoit deſtiné, mais dont il a été privé par une fin trop prompte.

Il mourut de la petite Vérole le 13 Septembre 1731, ne laiſſant qu'un fils de la fille unique de M. d'Angervilliers Secretaire d'Etat.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRE'S DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCC. XXXI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
faites à Aix par M. DE MONTVALON, *Conseiller au Parlement d'Aix, comparées avec celles qui ont été faites à Paris en* 1730.

Par M. CASSINI.

Observations sur la quantité de Pluye.

	A Paris.		A Aix.	
EN Janvier...	0P	0l 1/6	0P	3l 14/24
Fevrier...	1	4	2	2 2/24
Mars.....	1	5 1/6	2	3 11/24
Avril....	1	6	1	8 16/24
Mai.....	1	3 2/6	1	1 4/24
Juin.....	2	6 3/6	1	4 22/24

	A Paris.	A Aix.
Juillet.....	2P 1l 1/6	0P 1l 6/24
Août.....	0 8 1/6	0 5 5/24
Septembre.	1 3 1/6	0 8 16/24
Octobre...	1 9 2/6	1 1 5/24
Novembre.	1 1 2/6	0 4 12/24
Décembre.	0 11 1/6	0 0
Pluye tombée à Paris en 1730.	16 0 1/3	Somme de la Pluye tombée à Aix en 1730. 11 9 5/12

Il paroît par ces Obſervations comparées enſemble, qu'il n'eſt tombé à Aix que 11 pouc. 9 lign. ½ de pluye, 4 pouc. 3 lignes moins qu'à Paris, au-lieu que l'année précédent il en étoit tombé à Aix 18 pouc. 3 lign. ⅓, un pouce & 3 lign. plus qu'à Paris, & que dans l'année 1728 il y en avoit eu à Aix 24 pouc. 9 lign. ½, 8 pouces 8 lignes plus qu'à Paris; d'où l'on voit qu'il y a eu bien plus de variation dans la quantité de pluye à Aix qu'à Paris pendant les trois années dernieres, puiſqu'à Paris, de la plus grande à la plus petite, il n'y a eu qu'un pouce de difference, au-lieu qu'à Aix il y en a eu plus de douze.

A l'égard de la diſtribution de la pluye dans chaque ſaiſon, elle a été auſſi fort differente dans ces deux Villes, puiſque dans les trois premiers mois de l'année elle a été à Aix de 4 pouc. 9 lign. ½, plus grande de près de 2 pouces qu'à Paris; au-lieu que dans les mois de Juin, Juillet & Août, dans leſquels

il

l tombe ordinairement le plus de pluye à Paris, il n'y en a eu à Aix qu'un pouce 11 lign. ½, 3 pouc. 4 lign. moins qu'à Paris.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le plus grand froid eſt arrivé à Aix le 22 anvier, le Thermometre y étant deſcendu ar un vent de Nord-Eſt à 21 degrés, qui épondent environ à 25 degrés du Thermometre de l'Obſervatoire.

A Paris le plus grand froid eſt arrivé par n vent de Nord-Eſt le 27 Janvier à 23 legrés, c'eſt-à-dire, 2 degrés ou environ plus as que le 22 Janvier à Aix.

La plus grande chaleur eſt arrivée à Aix le 4 Août, le Thermometre étant le matin à $6^{d}\frac{1}{2}$, & le ſoir à 2 heures & demie à $84^{d}\frac{1}{2}$, e qui peut répondre à 81 ou $81^{d}\frac{1}{2}$ de celui e l'Obſervatoire. Il faiſoit alors un vent 'Oueſt-Sud-Oueſt qui eſt toujours chaud en e païs, & fond plus vîte la glace ou la neige en Hyver que le vent de Sud-Eſt, au-lieu ue les plus grands froids ſe font ſentir ordinairement par un vent de Nord-Eſt ou Eſt-Nord-Eſt, comme il arriva en 1709.

A Paris la plus grande chaleur eſt arrivée ar un vent de Sud-Oueſt le 5 Août, où le Thermometre étoit le matin à 63 degrés, & monté à 3 heures après midi à 76 degrés, 'eſt-à-dire, 5 à 6 degrés plus bas que le 11 oût à Aix.

Sur le Barometre.

A Aix la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Décembre à 27 pouces 10 lignes, elle étoit ce jour-là à Paris de 28 pouc. 3 lign. & la plus grande hauteur y a été observée le 22 Janvier de 28 pouc. 5 lign. $\frac{1}{2}$ dans le tems qu'elle n'étoit à Aix que de 27 pouces 5 lignes.

A Aix la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 9 Mars à 26 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, elle étoit le 10 Mars de 26 pouces 9 lign. $\frac{1}{4}$, & le 11 de 26 pouc. 9 lign. avec une difference seulement de $\frac{3}{4}$ de ligne pendant ces trois jours.

A Paris la plus petite hauteur du Barometre a été observée de 27 pouc. 2 lign. le 9 Mars, qui est le même jour que le Barometre à été le plus bas à Aix, & il est resté à Paris à la même élévation le 10 & le 11 du même mois. Ainsi la difference de hauteur du Barometre dans ces deux Villes seroit de 5 lignes, de même qu'elle résulte de l'Observation du 31 Décembre.

Pour pouvoir réduire au niveau de la Mer les Observations du Barometre faites à Aix, qui n'en est éloignée que de 4 lieues, M. de Montvalon est allé le 30 Mai de l'année 1730 au bord de la Mer, où il a observé la hauteur du Barometre précisément de 28 pouces. Il a réiteré cette expérience trois fois sur trois Tuyaux differens sans s'en éloigner d'un quart de ligne. Cette hauteur fut observée en même tems à Aix de 27 pouc. 4 lign. avec une diffe-

difference de 8 lignes, ce qui, suivant les règles prescrites dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, donneroit l'élévation d'Aix au-dessus du niveau de la Mer d'environ 85 toises. A Paris, qui est éloigné d'environ 40 lieues de la Mer, l'élévation de la Tour où l'on observe le Barometre, n'a été jugée que d'environ 45 toises; ainsi la hauteur du Barometre y doit être plus grande d'environ 4 lignes qu'à Aix, ce qui ne differe que d'une ligne des Observations des 9, 10 & 11 Mars.

M. de Montvalon ayant pris une hauteur moyenne entre toutes celles du Barometre pendant l'année 1730, l'a trouvée de 27 pouc. 4 lign. $\frac{11}{24}$; & comme la difference entre la hauteur du Barometre à Aix & au niveau de la Mer a été déterminée de 8 lignes, il s'ensuit que si cette difference est constante, la hauteur moyenne au niveau de la Mer à dû être pendant l'année 1730 de 28 pouc. o ligne $\frac{11}{24}$. Il doit réiterer cette expérience dans la belle saison, pour essayer de déterminer la hauteur moyenne du Barometre au niveau de la Mer, & pouvoir la comparer aux hauteurs moyennes observées en divers païs.

Il espere par ce moyen connoître les hauteurs de divers païs au-dessus du niveau de la Mer, ce qu'il juge être peut-être l'usage le plus utile des Barometres, ou du moins sur lequel l'on peut le plus compter.

Dans le grand nombre d'expériences que M. de Montvalon a faites sur le Barometre, l remarque qu'une petite bulle d'air qui s'est ntroduite dans un de ses Barometres, & qui

en ſépare le Mercure d'une ligne de diſtance, paroît lumineuſe pendant la nuit pour peu qu'il ſoit ſecoué. Il paroît en même tems une autre lumiere au haut du même Mercure: ainſi voilà deux eſpeces de Phoſphore, l'un dans l'air comprimé, celui-ci eſt très-vif, l'autre dans le vuide.

M. de Montvalon obſerva à Aix, le 15 Février, un Phénomene très remarquable. Il commença ſur la fin du Crépuſcule du ſoir, à l'Oueſt-Sud-Oueſt, par une Lumiere aſſez claire, élevée d'environ 25 degrés ſur l'horizon, ſemblable à celle qui échaperoit à travers des nuages qui couvriroient la Lune. Il ſortoit de cette lumiere une eſpece d'Arc-en-ciel élevé de près de 80 degrés au Méridien, & de 6 ou 7 degrés de largeur, d'une couleur rouge comme du ſang, ſi ce n'eſt auprès de la lumiere qui ſembloit le produire, & auprès du Méridien où il étoit tout-à-fait imperceptible à 10 degrés de diſtance de part & d'autre. Cette bande circulaire ſe terminoit à l'Eſt-Sud-Eſt, & ſe perdoit en s'élargiſſant dans un nuage rougeâtre dont l'horizon étoit couvert juſqu'à la hauteur de 15 à 18 degrés depuis l'Eſt-Nord-Eſt juſqu'au Sud-Sud-Eſt, ce qui reſſembloit aſſez à l'éclat d'un incendie dont la flamme ſeroit cachée à nos yeux. Ce Phénomene reſta dans le même état ou à peu près juſqu'à 10 heures du ſoir qu'il commença à s'affoiblir, & diſparut entierement à 11 heures.

Cette lumiere a été vue à peu près de la même maniere en divers endroits de Provence & de Languedoc, & on apperçut le même

même jour à Paris une grande lumiere, quoique le Ciel fût couvert.

Le 7 Mars, on apperçut à Toulouſe un autre Phenomene qui arriva à 7 heures du ſoir, & finit environ à minuit: on vit près de l'horizon à l'Occident deux Arcs lumineux qui traverſoient tout l'hémiſphere méridional, s'élevoient du côté du Midi à la hauteur de 40 degrés, & ſe joignoient aux extrémités. Ces deux Arcs avoient environ 15 degrés de largeur vers le milieu, & leur lumiere étoit ſi vive, que les yeux avoient de la peine à les contempler.

Nous avons rendu compte à l'Académie, d'une Lumiere qui fut apperçue à Paris & aux environs le 7 Octobre, vers le Nord-Eſt. Le même jour on en obſerva une en même tems, en divers endroits de la France plus méridionaux. A Toulouſe & aux environs, ſur les 7 heures ½ du ſoir, on vit une petite lumiere fort vive à l'endroit où le Soleil s'étoit couché; cette lumiere s'augmenta peu-à-peu, & devint fort éclatante; elle étoit dirigée au Nord-Oueſt, changeoit ſouvent de figure, s'élevoit ſur l'horizon par intervalle, & s'abaiſſoit en même tems. Elle jettoit des flâmes vives & legeres, qui étoient quelquefois ondoyantes. Sur les 9 heures cette lumiere occupa un eſpace d'environ 50 degrés, elle demeura dans cette ſituation juſqu'à 11h ½ qu'elle s'éleva inſenſiblement à la hauteur de plus de 40 degrés, & ſe diviſa en trois bandes preſque paralleles entre elles, dont les extrémités étoient cannelées & jettoient un grand nombre de flâmes qui s'é-

tendoient par tout le Ciel, & éclairoient toute la Campagne, où l'on pouvoit lire très distinctement une Lettre; à minuit & demi une de ces bandes, qui étoit du côté de l'Orient, forma une queue semblable à celle d'une Comete, où l'on distinguoit une infinité de couleurs, comme rouge, bleu, jaune, vert, &c. Ce Phénomene dura jusqu'à $4^h \frac{1}{2}$.

Quoique cette lumiere ait paru le même jour & à la même heure que celle que l'on a vue à Paris, il n'y a point d'apparence que ce soit la même, puisqu'à Paris on l'apperçut vers le Nord-Est, & qu'elle se dissipa entierement à 9^h du soir; au-lieu qu'à Toulouse, qui n'est pas fort éloigné du Méridien de Paris, & où elle auroit dû paroitre vers la même région, on la vit au Nord-Ouest, où elle forma diverses apparences jusqu'au lendemain matin à $4^h \frac{1}{2}$. Ainsi on peut juger que ces deux lumieres differentes ont été causées en même tems par la même disposition ou température de l'air, & qu'elles ont duré plus longtems dans l'endroit où il y avoit une plus grande quantité de matiere propre à s'enflâmer.

On remarquera ici, que ces lumieres qui étoient autrefois fréquentes dans le Nord, & plus rares dans ces païs-ci, ont commencé l'année 1730 à se faire appercevoir plus souvent & avec plus d'éclat dans les Païs méridionaux.

OBSERVATIONS Aſtronomiques & Météorologiques faites à Marſeille par le P. Pezenas, Profeſſeur d'Hydrographie, pendant l'année 1730.

Le P. Pezenas, Jéſuite, Profeſſeur d'Hydrographie à Marſeille, a envoyé à M. le Comte de Maurepas pluſieurs Obſervations Aſtronomiques & Météorologiques qu'il y a faites pendant l'année 1730, dans ſon Obſervatoire, qui eſt élevé de 24 toiſes ſur le niveau de la Mer.

Entre ces Obſervations il y en a deux d'Eclipſe de Lune.

La premiere du 8 Août 1729, dont le commencement eſt arrivé à . . . . . 11^h 31$'$ 32$''$
L'Immerſion totale à 12 32 0
Le commencement de l'Emerſion à 14 10 32
Et la fin à 15 11 24

La ſeconde, du 2 Fevrier 1730, dont le commencement eſt arrivé à . . . . . 15^h 2$'$ 0$''$
Et la fin à 16 58 0

Cette Eclipſe n'a pas pu être obſervée à Paris, où on ne l'a vue que l'eſpace de quelques ſecondes à 3^h 20$'$ & à 4^h 35$'$, ſans avoir eu le loiſir d'en déterminer la quantité.

Entre les Obſervations Météorologiques, le P. Pezenas rapporte celles de la Lumiere céleſte du 15 Fevrier 1730, qui paroiſſoit appuyée du côté de l'Oueſt ſur quelques brouillards à la hauteur de 2 ou 3 degrés. Elle s'étendoit obliquement à peu près ſuivant la

position du Zodiaque, & formoit une espece de ceintre large par ses deux extrémités de 10 à 12 degrés: cette lumiere étoit beaucoup plus blanche & plus dense que la Voye de lait du côté de l'Oüest; elle étoit un peu interrompue au milieu du Ciel, où elle se terminoit en differentes pointes ou lances lumineuses qui ne parurent pas tout le tems de l'Observation. La base de cette lumiere étoit plus large au Nord-Est, où elle paroissoit d'un rouge clair qui éclairoit toute la Campagne; elle passoit par le cœur du Lion & par l'Ecrevisse, où elle couvroit un peu Jupiter. Elle rasoit l'épaule supérieure d'Orion, & passoit par les Pléiades, paroissant dirigée vers le Soleil. Cette lumiere n'empêchoit pas de voir les plus petites Etoiles, même au Nord-Est où elle étoit plus dense. Elle s'affoiblit du côté du Nord-Est sur les 8 heures, elle parut plus vive sur les 9 heures qu'elle prit de nouvelles forces jusqu'à 10 heures que l'horizon parut de ce côté-là très éclairci. Elle diminua ensuite, & elle cessa presque entierement sur les 11 heures.

Le P. Pezenas a aussi observé pendant les six derniers mois de l'année 1730, la quantité de Pluye qui est tombée à Marseille, par le moyen d'une Cuvette de Fer-blanc qui a quatre pieds de surface, & d'un petit Vase cubique de deux pouces de diametre, dont six remplis d'eau mesurent une ligne de hauteur sur la surface de la grande Cuvette.

Ob-

Observations sur la quantité de Pluye, à Marseille.

En Juillet	0P	0l $\frac{1}{3}$
Août	1	0 $\frac{1}{3}$
Septembre	0	7
Octobre	0	11 $\frac{1}{12}$
Novembre	0	2 $\frac{1}{6}$
Décembre	0	2

Somme de la Pluye tombée à Marseille pendant les six derniers mois de 1730 . . . . . 2P 10l $\frac{11}{12}$.

Il en étoit tombé pendant le même tems à Aix . . . . . 2 8 $\frac{5}{6}$.

Ainsi la quantité de Pluye tombée à Aix pendant les six derniers mois de 1730 ne diffère que de 2 lignes de celle qui est tombée à Marseille. Il paroît même qu'elle y a été distribuée assez uniformément dans chacune de ces deux Villes.

Le P. Pezenas a aussi observé à Marseille, pendant l'année 1730, la hauteur du Barometre placé dans la Salle de l'Observatoire, qui, comme on l'a dit ci-dessus, est élevée de 24 toises au-dessus du niveau de la Mer.

Observations sur le Barometre.

A Marseille la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Décembre 1730 de . . . . . 28P 2l $\frac{1}{4}$.

Le Barometre étoit ce jour-là à Aix à sa plus grande hauteur, où il fut ob-

ſervé de 27p 10l

Ainſi la difference de hauteur entre Aix & Marſeille a été de 0. 4 3/4

A Marſeille la plus petite hauteur du Barometre a été obſervée le 11 Mars de 27 2

Il fut obſervé à Aix deux jours auparavant à ſa plus petite hauteur de... 26 8 1/2

Et le 11 Mars de 26 9

De ſorte que la difference entre la plus petite hauteur obſervée à Marſeille & à Aix dans deux jours differens a été de.. 0 5l 1/2

Et le 11 Mars de.. . . . . 0 5

fort approchante de celle que l'on a trouvée par la plus grande hauteur du Barometre.

Le 29 Décembre 1729, le P. Pezenas obſerva à Marſeille la Déclinaiſon de l'Aimant de 14d 50l vers le Nord-Oueſt.

EXAMEN DES LIGNES DU QUATRIEME ORDRE.

TROISIEME PARTIE DE LA SECTION I.

Dans laquelle on traite des Oſculations, des Lemniſcates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle eſpece de point multiple inviſible, dont les Lignes du quatrieme ordre ſont ſuſceptibles.

Par M. L'Abbé DE BRAGELONGNE.

LEs Oſculations & les Lemniſcates infiniment petites, dont on va parler dans ce Mémoire, ſont des eſpeces de points multiples qui ont beaucoup plus de rapport avec les points doubles qu'avec les points triples, auxquels ſeuls nous avions deſtiné cette troiſieme Partie. Il étoit donc naturel que le Mémoire imprimé en 1730, page 517 & ſuivantes, renfermât la Théorie de ces Oſculations & de ces Lemniſcates infiniment petites, & en même tems l'application de cette Théorie aux lignes du 4me ordre. Mais comme j'étois obligé, en quelque ſorte, de ne donner à mon ſecond Mémoire qu'une certaine étendue, & que cette Théorie, jointe à la matiere qui devoit néceſſairement y entrer, excedoit de beaucoup les bornes dans leſquelles je me trouvois renfermé; j'ai cru qu'il

étoit plus à propos de renvoyer à la tête de la troiſieme Partie tout ce qui concerne ces deux eſpeces de points multiples, que de faire, dans la ſeconde Partie de cette Section, quelques retranchemens qui auroient pu cauſer de l'obſcurité dans la ſuite de ce Traité.

Ainſi on va commencer ce troiſieme Mémoire par une matiere qui devroit naturellement être à la fin du ſecond; par la Théorie de deux points multiples, qui ont beaucoup de choſes communes avec les points doubles & ſur-tout avec les points de rebrouſſement, mais qui n'ont rien de commun avec les points triples, ſi ce n'eſt que les lignes Algébriques ne commencent d'en être ſuſceptibles que dans le 4me ordre.

Après cela nous ferons voir comment on applique aux lignes du 4me ordre, la Théorie contenue dans les Art. 53 & 54 du premier Mémoire, où l'on a donné des règles pour connoitre ſi un point donné ſur une ligne donnée, eſt triple, & de quelle eſpece de triplicité il eſt.

Enfin nous traiterons d'une nouvelle eſpece de point multiple que je nomme le *Lemniſceros infiniment petit*: c'eſt un point triple, lequel, quoiqu'inviſible ſur le plan & quoiqu'adhérant à la courbe, eſt très different de celui dont on a parlé dans les Art. 59 & 60 du premier Mémoire.

Nous nommons celui-ci *Lemniſceros infiniment petit*, parce qu'il eſt produit par un entrelacement de la Courbe, qui ſe fait dans un eſpace infiniment petit, pareil à ces entre-

la-

lacemens qu'on appelle vulgairement *Lacs d'amour.*

Si on ne l'a pas annoncé dans la premiere Partie de cette Section, c'eſt parce que, le Lemniſceros ſuppoſant trois interſections de la même courbe à certaines diſtances les unes des autres, on a cru qu'il falloit démontrer qu'une ligne du quatrieme ordre pouvoit avoir trois interſections, avant de faire voir que ces interſections, en devenant infiniment près les unes des autres, pouvoient former, dans de certains cas, ce que l'on appelle ici un *Lemniſceros infiniment petit*; & ce n'eſt que par les Articles 83 & 84 du ſecond Mémoire, qu'on a démontré qu'il pouvoit y avoir trois points d'interſection ſur une même ligne du 4me ordre. Ainſi on s'eſt vu obligé, en quelque façon, de rejetter la Théorie des *Lemniſceros infiniment petits*, juſqu'à la troiſieme Partie de cette Section, dont les Articles doivent ſuivre le même ordre que ceux des Mémoires précédens, puiſqu'elle en eſt la ſuite.

DEFINITION ET EXPLICATION.

CXII. Tous les Géometres conviennent aujourd'hui, comme nous l'avons déja dit pluſieurs fois, que la Tangente d'une courbe n'eſt autre choſe qu'une ligne droite qui coupe cette courbe en deux points infiniment près l'un de l'autre. Sur cette idée, il eſt aiſé de voir qu'une courbe, qui en touche une autre, la coupe en deux points infiniment près l'un de l'autre, enſorte que ces deux points ſont communs, & à la courbe tou-

touchée, & à la courbe touchante.

Ainſi, lorſqu'une courbe ſe touche elle-même, elle paſſe deux fois par un point du plan ſur lequel elle eſt décrite, & deux fois par un autre point, du même plan, infiniment près du premier. Le lieu où cette courbe ſe touche elle-même, ſera nommé ici l'*Oſculation* de la Courbe.

COROLLAIRE I.

CXIII. De-là il eſt aiſé de conclure, 1°. Que l'Oſculation d'une courbe eſt équivalente à deux points d'interſection infiniment près l'un de l'autre. 2°. Que la tangente à l'Oſculation d'une courbe quelconque eſt équivalente à une ſécante en deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, ou, ce qui eſt la même choſe, à une ſécante en quatre points ſimples. 3°. Que les lignes du 4me ordre ſont ſuſceptibles d'Oſculation: car, puiſque ces lignes peuvent avoir juſqu'à trois points doubles *, s'il arrive que deux de ces points doubles ſoient des points d'interſection infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Oſculation. 4°. Mais en même tems, il eſt évident que les lignes du 3me ordre †, & à plus forte raiſon celles du 2^d^, ne ſauroient avoir d'Oſculation.

COROLLAIRE II.

CXIV. De-là il eſt aiſé de conclure encore,

* *Art.* 83. 2 *Mem.* † *Art.* 36. & 42. 1. *Mem.*

re, qu'une ligne du 4me ordre ne ſauroit jamais avoir plus d'une Oſculation: car, puiſqu'une Oſculation eſt équivalente à deux points doubles *, deux Oſculations doivent être équivalentes à quatre points doubles, & par conſéquent une courbe qui a deux Oſculations a réellement quatre points doubles, qui pris deux à deux ſont infiniment près l'un de l'autre: or, par l'Art. 110 du ſecond Mémoire, une ligne du 4me ordre ne ſauroit avoir quatre points doubles; donc une ligne du 4me ordre ne ſauroit jamais avoir deux Oſculations.

COROLLAIRE III.

CXV. Il n'eſt pas moins évident que la *tangente à l'Oſculation* d'une ligne du 4me ordre ne ſauroit rencontrer ſa courbe en un autre point: car, cette tangente étant équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres †, ſi elle rencontroit ſa courbe en quelque autre point, elle ſeroit ſécante en cinq points: or, il eſt impoſſible ‡ qu'une droite ſoit ſécante, en cinq points, d'une ligne du 4me ordre. Donc, &c.

COROLLAIRE IV.

CXVI. Il eſt viſible ⊥ qu'une tangente BT, en un point d'oſculation B d'une courbe quelconque $MBmNBn$, eſt tangente en B de la branche MBm, & tangente en ce même point B de la branche NBn, enſorte qu'elle

* *Art.* 113. *n.* 1. † *Art.* 113. *n.* 2.
‡ *Art.* 33. 1. *Mem.* ⊥ Fig. 59.

le eſt deux fois tangente de la courbe *M B m N b n* en un même point *B*; donc la ſeconde differentiation de l'équation de cette courbe (faite ſuivant ce qui eſt dit dans l'Art. 63 du ſecond Memoire) doit fournir deux valeurs, égales & de même ſigne, du rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe en ce point d'oſculation. Propriété qui convient auſſi au point de rebrouſſement ſimple, comme on l'a remarqué dans l'Art. 52 du premier Mémoire.

COROLLAIRE V.

CXVII. La tangente au point de rebrouſſement ſimple n'étant équivalente qu'à une ſécante en trois points infiniment près les uns des autres, comme on l'a démontré dans les Art. 19 & 35 * du premier Mémoire, & la tangente à l'Oſculation étant équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres †; il eſt évident qu'après avoir trouvé, par l'Art. 63 du ſecond Mémoire, pour un point multiple donné, dont on ignore la nature, deux tangentes qui tombent exactement l'une ſur l'autre, ce point pouvant être ou un Rebrouſſement, ou une Oſculation ‡, il eſt évident, dis-je, que l'on connoitra la véritable nature de ce point, en traitant cette double tangente comme une ſécante de la courbe: car ſi cette double tangente, conſiderée comme une ſécante, ſe trouve ſécante en quatre points infiniment près

* *n.* 5. † *Art.* 113. *n.* 2. ‡ *Art. préced.*

près les uns des autres, le point multiple en queſtion ſera une Oſculation (*Art.* 113. *n.* 2.) ſi elle ne ſe trouve que ſécante en trois points infiniment près les uns des autres, le point multiple en queſtion ne ſera qu'un point de rebrouſſement (*Art.* 19. I. *Mem.*) Donc, quoique le calcul analytique ait quelque choſe de commun & aux points de rebrouſſement, & aux points d'oſculation, néanmoins ce même calcul fera toujours connoître ſi le point en queſtion eſt un Rebrouſſement ou une Oſculation.

EXEMPLE.

CXVIII. On demande quel eſt le point multiple de la courbe $ANBmMBn$, (Fig. 59.) dans laquelle le rapport des abſciſſes AQ (x) aux ordonnées QM (y) eſt exprimé par l'Equation marquée ici par (D).

$$(D)\ 4y^4 - 5cy^3 - \sqrt{7cx - 6ca}\times y^2 - \sqrt{3cx^2 - 4cax + ca}\,a\times y = cx^3 - 2cax^2 + ca^2x.$$

Il eſt viſible (par l'Art. 81. du ſecond Mémoire) que cette Equation déſigne une courbe qui paſſe deux fois par un point B de ſon axe AQ, (diſtant de A, origine de cet axe, de la grandeur $AB = a$); puiſque dans le dernier membre de cette Equation égalé à zero (c'eſt-à-dire, dans $cx^3 - 2cax^2 + ca^2x = 0$) il y a deux racines égales & de même ſigne (qui ſont $x - a = 0$ & $x - a = 0$), &

que cette grandeur $(x-a)$ eſt un diviſeur exact du pénultieme membre de cette même Equation (c'eſt-à-dire, de $3cx^2-4cax+caa$).

Cela poſé, il eſt clair (*Art.* 46. *premier Mem.*) qu'il faut différentier deux fois l'Equation donnée, pour avoir en ce point B, le rapport du (dy) au (dx) ou, ce qui eſt la même choſe, pour connoitre les tangentes de la courbe en ce point. Cette double differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit marquée ici par Σ.

$$\Sigma \ldots \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\sqrt{6cx+14cy-4ca}\times dy}{24y^2-15cy-7cx+6ca\times dx} - \frac{\sqrt{3cy+3cx-2ca}}{24y^2-15cy-7cx+6ca} = 0.$$

On rendra cette Equation differentielle, propre au point multiple B, en y ſubſtituant, au-lieu des indéterminées (x) & (y), leurs valeurs en ce même point B, qui ſont $x=a$ & $y=0$: or cette ſubſtitution donne $\frac{dy^2}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+1=0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx}=-1$, & $\frac{dy}{dx}=-1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe au point multiple B, tombent exactement l'une ſur l'autre (en faiſant avec l'axe AB & une droite QT, parallele aux ordonnées, un triangle iſoſcele BQT). D'où il ſuit que le point multiple B, de la courbe en queſtion,

eſt ou * un Rebrouſſement, ou bien † une Oſculation.

Mais puiſque la droite BT, double tangente de la courbe en B, fait, avec l'axe AB & les droites QT paralleles aux ordonnées, des triangles iſoſceles comme BQT, il eſt clair que l'Equation $u=a-x$ eſt l'Equation de cette droite BT, par rapport à l'axe AQ; donc toutes les fois que (y) ordonnée de la courbe deviendra $=u=a-x$, la courbe en queſtion & la droite BT ſe rencontreront. Ainſi la ſubſtitution de $(a-x)$ au-lieu de l'indéterminée (y), dans l'Eqation marquée (D), doit ‡ donner une égalité du quatrieme degré, dans laquelle il n'y ait que des (x) & des conſtantes, dont les racines ſeront les expreſſions des abſciſſes correſpondantes aux points de rencontre de la courbe en queſtion & de la droite BT; or cette ſubſtitution donne l'égalité $x^4-4ax^3+6aaxx-4a^3x+a^4=0$, dont les quatre racines $x=a$, $x=a$, $x=a$, & $x=a$, ſont égales & de même ſigne: donc les quatre points de rencontre de la courbe $ANBmMBn$ & de la droite BT, tangente au point multiple B, tombent tous quatre en B: donc la tangente BT eſt, en B, équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres: donc le point multiple B n'eſt pas un point de rebrouſſement, car s'il étoit un Rebrouſſement, la tangente BT ne ſeroit équivalente, en B, qu'à une ſécante en trois points infiniment près

* *Art.* 63. *ſecond Mem.* † *Art.* 116.
‡ *Art.* 35. *premier Mém.*

près le uns des autres *. Donc ce point multiple B eſt une Oſculation †. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXIX. 1°. Si de tous les points de la courbe $ANBmMBn$, on mène des droites comme Mm & Nn, paralleles à la tangente BT de la courbe au point d'oſculation B, & terminées de part & d'autre par la courbe, ces droites ſeront coupées par l'axe AQ en deux parties égales, en des points comme P & p: d'où il ſuit que cet axe AQ eſt un diametre de la courbe $ANBmMBn$.

2°. Si par le point A, origine des abſciſſes, on mène une droite AT, parallele à la tangente BT du point d'oſculation B, cette droite AT ſera tangente de la courbe $ANBmMBn$ au ſommet A de l'axe AQ.

3°. Toutes les droites, comme mPM, menées parallelement à la tangente BT, du côté des (x) poſitifs, rencontrent toujours la courbe en deux points, à quelque diſtance qu'elles ſoient de l'origine A de l'axe AQ. D'où il ſuit que cette courbe s'étend à l'infini de part & d'autre de l'axe, du côté où les (x) ſont poſitifs.

4°. Les droites menées parallelement à la tangente BT, du côté des (x) négatifs, ne rencontrent jamais la courbe, à quelque diſtance qu'elles ſoient de l'origine A de l'axe AQ. D'où il ſuit que la courbe $ANBmMBn$ ne

* *Art. 19. premier Mém.* † *Art. 117.*

ne s'étend pas au-delà du point *A* par rapport au point *B*.

5°. De-là il eſt aiſé de conclure que cette courbe eſt compoſée de deux branches infinies *B M*, *B m*, qui s'uniſſent en *B*, ſommet d'une ſinuoſité *M B m*, & qui y baiſent une ovale *A N B n*, qui fait partie de la courbe, & y eſt adhérente par le moyen de l'oſculation *B*.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici pluſieurs autres exemples d'Oſculations priſes parmi les lignes du 4me. ordre, mais je crois que l'exemple précédent ſuffit pour faire connoître de quelle maniere on doit manier l'Analyſe pour reconnoître les Oſculations, des autres points multiples, dont les lignes algébriques ſont ſuſceptibles.

DEFINITION ET EXPLICATION.

CXX. On a remarqué dès le commencement de ce Traité * que les lignes du 4me. ordre, ſoit qu'elles s'étendent à l'infini, ſoit qu'elles rentrent en elles-mêmes, peuvent avoir des *Lemniſcates conjuguées*: on en a même déja vu un exemple dans l'Art. 104 du ſecond Mémoire. Ces Lemniſcates conjuguées peuvent être infiniment petites, & alors elles forment un certain point multiple inviſible, mais conjugué, dont nous n'avons pas encore parlé; c'eſt ce que je nommerai dans la

* *Art. 2, 1, Mém.*

la ſuite *Lemniſcate infiniment petite conjuguée*, ou bien, *Lemniſcate inviſible*, parce qu'effectivement, lorſque la courbe eſt tracée, cette Lemniſcate ne paroît pas, quoiqu'elle exiſte réellement, & quoique ſon exiſtence ſe faſſe ſentir par l'Equation qui exprime la nature de la courbe.

REMARQUES.

CXXI. Il eſt aiſé de voir, 1°. Qu'une Lemniſcate finie $GEB\epsilon GFA\phi G$* n'eſt autre choſe que deux ovales finies, & infiniment près l'une de l'autre qui ſe nouent en G, point d'interſection de cette Lemniſcate; de même une Lemniſcate infiniment petite n'eſt autre choſe que deux ovales infiniment petites & infiniment près l'une de l'autre, nouées enſemble par une interſection, qui ne differe des autres interſections qu'en ce que les portions de courbe qui s'y nouent ſont inviſibles à cauſe de leur infinie petiteſſe.

2°. Puiſque les deux tangentes à l'interſection, d'un *Folium* infiniment petit, ne forment entre elles qu'un angle infiniment petit †; il eſt clair que les angles TGA, tGA (formés par les tangentes GT, GT au nœud G de la Lemniſcate $GEB\epsilon GFA\phi G$, & par la doite GA qu'on peut nommer le parametre de cette Lemniſcate) ſeront infiniment petits, ſi cette Lemniſcate eſt infiniment petite; d'où il faut conclure que les tangentes à l'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite ſe confondent enſemble, par rapport au

* Fig. 60. † Art. 7, & 20. premier Mém.

au fini, n'y ayant point de grandeur finie assez petite pour exprimer le sinus de l'angle qu'elles forment entre elles.

COROLLAIRE I.

CXXII. Puisque les Lemniscates infiniment petites sont formées par la réunion de deux ovales infiniment petites qui se nouent ensemble [a], il est visible, 1°. Qu'une Lemniscate infiniment petite est équivalente à deux points doubles invisibles infiniment près l'un de l'autre. 2°. Que les lignes du 4me ordre peuvent avoir des Lemniscates infiniment petites conjuguées; car puisque ces lignes peuvent avoir deux points doubles invisibles sur la même droite [b], s'il arrive que ces deux points doubles invisibles soient infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Lemniscate invisible [c]. 3°. Que les lignes du 3me ordre ne sauroient avoir de Lemniscates invisibles, par la raison qu'elles ne sauroient jamais avoir plus d'un point double [d]. 4°. Que les lignes du 2d ordre ne pouvant pas avoir de points doubles, elles ne peuvent, à plus forte raison, avoir de Lemniscates invisibles.

COROLLAIRE II.

CXXIII. De-là il est aisé de conclure encore, qu'une ligne du 4me ordre ne sauroit ja-

a *Art. précéd. n.* 1. b *Art.* 38. *n.* 3. *prem. Mém.*
c *Art. précéd.* d *Art.* 42. *prem. Mém.*

jamais avoir plus d'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée: car puiſqu'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée eſt équivalente à deux points doubles inviſibles [a], il eſt clair que deux Lemniſcates infiniment petites conjuguées ſont équivalentes à quatre points doubles inviſibles; donc une courbe qui a deux Lemniſcates infiniment petites conjuguées, a quatre points doubles: or une ligne du 4me ordre ne ſauroit jamais avoir quatre points doubles [b]: donc une ligne du 4me ordre ne ſauroit jamais avoir deux Lemniſcates infiniment petites conjuguées.

COROLLAIRE III.

CXXIV. Puiſque l'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée ne differe pas [c] eſſentiellement des autres points d'interſection, il eſt évident que pour avoir, à l'interſection de ces eſpeces de Lemniſcates, les rapports de l'ordonnée aux ſoutangentes de la courbe, il faut differentier [d] deux fois l'Equation de la courbe (ſuivant la méthode de l'Art. 163 de l'Analyſe des infiniment-petits.) Mais il n'eſt pas moins évident que la ſeconde differentiation doit fournir alors deux valeurs réelles, égales & de même ſigne, du rapport de l'ordonnée aux deux ſoutangentes, puiſque [e] dans tout point d'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, les deux tangentes ſont ſenſées, par

a *Art.* 121. b *Art.* 109. & 110. *ſecond. Mém.*
c *Art.* 121. *n.* 1. d *Art.* 46. *prem. Mém.*
e *Art.* 121. *n.* 2.

par rapport au fini, ſe confondre enſemble. Propriété qui convient auſſi & au point de rebrouſſement ſimple, comme on l'a dit dans l'Art. 52 du premier Mémoire, & au point d'oſculation, ſuivant l'Art. 116 de celui-ci.

COROLLAIRE IV.

CXXV. *Il* ſuit encore des Art. 121 & 122, & de ce que les Lemniſcates infiniment petites ſont compoſées de deux *Folium* égaux, que la tangente à l'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, eſt équivalente à une ſécante en quatre points; car l'interſection de toute Lemniſcate, dont les *Folium* ſont égaux entre eux, eſt une interſection de la 3me eſpece; or les tangentes à l'interſection de la 3me eſpece ſont équivalentes à des ſécantes en quatre points infiniment près les uns des autres [a]; donc les tangentes à l'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite ſont équivalentes à des ſécantes en quatre points ſimples infiniment près les uns des autres. Propriété qui convient auſſi aux points d'oſculation [b], mais qui ne convient pas aux Rebrouſſemens ordinaires, dont les tangentes ne ſont équivalentes qu'à des ſécantes en trois points ſimples infiniment près les uns des autres [c].

COROLLAIRE V.

CXXVI. Il ſuit encore [d] de l'Art. 120, c'eſt-

a *Art.* 51. *n.* 3. *prem. Mém.* b *Art.* 116.
c *Art.* 35. *n.* 5. *prem. Mém.* d Fig. 61.

c'eſt-à-dire, de ce que l'on ſuppoſe que la Lemniſcate infiniment petite eſt conjuguée, il ſuit, dis-je, qu'entre cette Lemniſcate & un point quelconque C de la courbe MCm, à laquelle elle eſt conjuguée, il doit y avoir, ſur l'axe GC, des abſciſſes réelles, comme GC, auxquelles il n'y a que des ordonnées imaginaires qui puiſſent correſpondre : car de ce qu'une Lemniſcate eſt conjuguée, il s'enſuit qu'il y a un eſpace vuide entre elle & la courbe à laquelle elle eſt conjuguée.

REMARQUE.

CXXVII. De-là nait la difference qui doit ſe trouver par le calcul analytique entre un point de rebrouſſement ordinaire, une Oſculation, & une Lemniſcate infiniment petite. Car quoique ces trois points ayent cela de commun, que dans les uns & dans les autres les deux tangentes ne font entre elles qu'un angle infiniment petit, enſorte que par rapport au fini ces deux tangentes ſont ſenſées tomber l'une ſur l'autre ; quoique ce ſoit, dis-je, le calcul analytique qui donne cette propriété commune à ces trois points multiples, néanmoins ce calcul fera connoitre, 1°. Si cette double tangente, dont la poſition par rapport à l'axe a été découverte, eſt équivalente à une ſécante en trois points ſimples infiniment près les uns des autres, ou bien à une ſécante en quatre points ſimples infiniment près les uns des autres. Dans le premier cas, le point multiple en queſtion ſe-

ſeroit un Rebrouſſement [a]: dans le ſecond cas, ce ſeroit ou une Oſculation [b], ou une Lemniſcate infiniment petite conjuguée [c]. 2°. Ce même calcul fera connoitre dans le ſecond cas, où il reſte encore de l'ambiguïté, ſi les ordonnées, qu'on imagine entre le point multiple en queſtion & un autre point quelconque C de la courbe, ſont des ordonnées réelles, ou imaginaires: car ſi elles ſont réelles, le point multiple en queſtion eſt une Oſculation [d]; ſi elles ſont imaginaires, c'eſt une Lemniſcate infiniment petite conjuguée [e]. C'eſt ce que l'on va voir par l'Exemple ſuivant.

EXEMPLE.

CXXVIII. On demande quel eſt le point multiple de la courbe $MC\,m$ [f], dont la nature eſt exprimée par l'Equation ſuivante marquée (1) dans laquelle l'indéterminée (x) exprime les abſciſſes GQ, & l'indéterminée (y) les ordonnées QM, faiſant avec l'axe GQ des angles droits GQM.

$$(1)\ldots y^4+by^3-\left|\overline{3bx-bb}\times yy+3b\overline{x^2-2bbx}.\right.y=bx^3-bbxx.$$

Il eſt évident (par l'Art. 81 du 2d Mémoire) que cette Equation déſigne une courbe qui paſſe deux fois par le point G, origine de ſon axe, puiſque dans le dernier membre de cette Equation égalé à zero (c'eſt-à-dire, dans $bx^3-bbxx=0$) il y a deux racines réelles égales & de mêmes ſignes (qui ſont $x=0$

a *Art.* 35. *n.* 5. *prem. Mém.* b *Art.* 116.
c *Art.* 125. d *Art.* 116. e *Art. précéd.*
f Fig. 61.

$x=0$ & $x=0$), & que cette grandeur (x) eſt un diviſeur exact du pénultieme membre de cette même Equation (c'eſt-à-dire de $3bx^2-2bbx$.) Lem.

Cela poſé, il eſt clair (*Art.* 46. *premier Mém.*) qu'il faut differentier deux fois l'Equation donnée pour avoir, en ce point G, le rapport du (dy) au (dx), ou (ce qui eſt la même choſe) pour connoitre les tangentes de la courbe en ce point. Cette double differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit marquée ici par (Σ).

$$(\Sigma)\ \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\overline{|6by-6bx+2bb.\ dy}}{6yy+3by-3bx+bb.\ dx} + \frac{3by-3bx+bb}{6yy+3by-3bx+bb} = 0.$$

On rendra cette Equation differentielle propre au point multiple G, en y ſubſtituant, au-lieu des indéterminées (x) & (y), leurs valeurs en ce même point G, qui ſont $x=0$ & $y=0$: or cette ſubſtitution donne $\frac{dy^2}{dx^2}-2\times\frac{dy}{dx}+1=0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx}=1$ & $\frac{dy}{dx}=1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe, au point multiple G, tombent l'une ſur l'autre (en faiſant avec l'axe GQ un angle de 45 degrés); d'où il ſuit que ce point multiple G eſt ou un Rebrouſſement (*Art.* 52. *premier Mém.*) ou une Oſculation (*Art.* 116.) ou une

Lemniſcate infiniment petite conjuguée [a].

Mais toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL entre ce point G & le point C (diſtant de G de la grandeur $GC=b$) où la courbe rencontre ſon axe, étant des ordonnées imaginaires, il s'enſuit que le point multiple G eſt abſolument ſéparé & iſolé de la courbe MCm, à laquelle il appartient, & par conſéquent [b] que ce point multiple eſt une Lemniſcate infiniment petite. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

SCHOLIES.

CXXIX. Puiſque l'Oſculation eſt équivalente à deux points d'interſection [c], & que la Lemniſcate infiniment petite conjuguée vaut autant que deux points doubles inviſibles [d], il eſt évident, 1°. Qu'une ligne du 4me ordre, qui a une Oſculation, peut encore avoir un point double: de même celle qui a une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, peut avoir en même tems un point double: c'eſt une ſuite de l'Art. 83 du ſecond Mémoire, où nous avons prouvé qu'une ligne du 4me ordre pouvoit avoir trois points doubles. 2°. Il n'eſt pas moins évident qu'une ligne du 4me ordre, qui a ou une Oſculation ou une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, ne ſauroit avoir de point triple; car puiſqu'une ligne du 4me ordre, qui a un point double, ne ſauroit avoir de point tri-

a *Art.* 125. b *Art. précéd.*
c *Art.* 113. d *Art.* 122. *n.* 11.

triple [a], à plus forte raiſon celle qui a deux points doubles, ne ſauroit avoir de point triple: or une Oſculation & une Lemniſcate infininiment petite conjuguée ſont l'une & l'autre équivalentes à deux points doubles [b]. Donc &c.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici quantité d'Exemples de Lignes du 4me ordre qui ont en même tems & un point d'Oſculation & un point double, ou bien une Lemniſcate infiniment petite conjuguée & un point double. Telles ſont, par exemple, les courbes déſignées par les Equations $y^4 - 2bxyy = x^4 + 2bx^3 + bbxx$, *&* $y^4 - \frac{1}{2}bxyy + x^4 - 2bx^3 + bbxx = 0$. *La premiere déſigne une ligne du 4me ordre qui a une Oſculation à ſon origine & une interſection ſur ſon axe, diſtante de l'origine des indéterminées* x *&* y *d'une grandeur* $= -b$. *La ſeconde déſigne une ligne du 4me ordre qui a une Lemniſcate infiniment petite conjuguée à ſon origine, & un point d'interſection ſur ſon axe diſtant de la Lemniſcate infiniment petite conjuguée d'une grandeur* $= +b$. *Mais je craindrois, en m'y arrêtant davantage, d'allonger inutilement ce Mémoire: ainſi je paſſe à ce qui concerne les points triples, & en premier lieu à cette eſpece de point triple que nous avons nommé le Lemniſceros infiniment petit.*

REMARQUE.

CXXX. On a vu, dans le ſecond Mémoire

[a] *Art. 44 premier Mém.* [b] *Art. 113. & 122.*

re, qu'une ligne du 4me ordre, ſoit qu'elle rentre en elle-même, ſoit qu'elle s'étende à l'infini, peut avoir juſqu'à trois points d'interſection : on en a même donné des exemples dans les Art. 84 & 86, où l'on a fait voir que les courbes *MRBKEVCRFφBVm** & *ERBKfVCReφBVF* † avoient trois points d'interſection, & que ces trois interſections venoient à la ſuite d'un entrelacement que nous avons nommé *Lemniſceros* ‡ à cauſe de ſa reſſemblance avec cet entrelacement qu'on nomme vulgairement *Las-d'Amour*.

Si les droites *BA*, *BC* & *Kφ* ‡, qui ſont, pour ainſi dire, les parametres, ou les droites qui meſurent la hauteur & la largeur du Lemniſceros *RBKEVCRFφBV*, ſont toutes trois infiniment petites, il eſt viſible non ſeulement que les trois points d'interſection ſont infiniment près les uns des autres, mais encore, que l'entrelacement des branches de la courbe ſe fait dans un eſpace infiniment petit.

DEFINITION.

CXXXI. Ainſi, ce que je nomme *Lemniſceros infiniment petit* eſt un entrelacement des branches de la courbe, qui ſe fait dans un eſpace infiniment petit, lorſque les trois parametres *BA*, *BC*, *Kφ*, de cet entrelacement, ſont infiniment petits.

Co-

* Fig. 62. † Fig. 63.
‡ Art. 85. *ſecond Mém.* ‡ Fig. 62. & 63.

COROLLAIRE I.

CXXXII. Il eſt évident, 1°. Que le Lemniſceros infiniment petit eſt un point triple: car lorſque le parametre BC d'un Lemniſceros fini $VB\varphi FCRCVEKB$ * devient $= 0$, il eſt évident que les points B & C tombent exactement l'un ſur l'autre, & par conſéquent que la courbe a un point triple en B, puiſqu'elle paſſe alors trois fois par ce point B: or dans tout Lemniſceros infiniment petit le parametre BC devient infiniment petit, ou $= 0$ †; donc dans tout Lemniſceros infiniment petit il y a un point triple.

2°. Il n'eſt pas moins évident que la triplicité du Lemniſceros infiniment petit, eſt inviſible lorſque la courbe eſt décrite: car le Lemniſceros étant infiniment petit, ou, ce qui eſt la même choſe ‡, les droites BA, $K\varphi$, étant infiniment petites, il eſt clair que l'entrelacement de la courbe eſt inviſible; or c'eſt cet entrelacement des branches de la courbe qui cauſe la triplicité du point B; donc cette triplicité eſt inviſible, puiſque l'entrelacement n'eſt pas viſible.

COROLLAIRE II.

CXXXIII. Lorſque les droites BC, BA & $K\phi$ ſont infiniment petites, il eſt évident que les tangentes des trois points C, K, φ, ſont infiniment près les unes des autres. D'où

* Fig. 62. † *Art. précéd.* ‡ *Art. précéd.*

D'où il ſuit que dans tous les Lemniſceros infiniment petits, il y a trois tangentes, qui ſont infiniment près les unes des autres, c'eſt-à-dire, trois tangentes qui, par rapport au fini, ſont ſenſées tomber les unes ſur les autres.

COROLLAIRE III.

CXXXIV. *Puiſque le Lemniſceros infiniment petit eſt un point triple* *, *il eſt clair qu'il faut differentier trois fois l'Equation de la courbe* † *pour avoir, en ce point, le rapport de l'ordonnée aux ſoutangentes de la courbe; mais puiſque les trois tangentes de la courbe, en ce point, ſe confondent enſemble par rapport au fini* ‡, *il eſt viſible que la troiſieme differentiation doit donner, pour ces ſortes de points triples, trois valeurs réelles, égales & de même ſigne, de la fraction* $\frac{du}{dz}$, c'eſt-à-dire, du rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe en ce point.

REMARQUES.

CXXXV. De-là nait la difference qui doit ſe trouver, dans le calcul algébrique, entre les quatre eſpeces de points triples, dont nous avons parlé juſqu'ici, ſavoir, entre les Lemniſceros infiniment petits; les points triples d'interſection; les points de rebrouſſement par-leſquels il paſſe une 3me branche de la

* *Art.* 132. † *Art.* 46. *premier Mém.* ‡ *Art. précéd.*

la courbe; & enfin entre les points triples inviſibles formés par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe. Car, 1°. dans les points triples d'interſection, la troiſieme differentation doit fournir trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{du}{dx}$ [a]. 2°. Dans les Rebrouſſemens, par leſquels il paſſe une troiſieme branche de la courbe, des trois valeurs de $\frac{du}{dx}$, il doit y en avoir deux égales entre elles & de même ſigne, & une troiſieme inégale [b]. 3°. Dans les points triples formés par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite, des trois valeurs de $\frac{du}{dx}$, il doit y en avoir deux imaginaires & une réelle [c]. 4°. Enfin dans le point triple, que l'on nomme ici le *Lemniſceros infiniment petit*, la troiſieme differentiation doit fournir trois valeurs réelles égales, & de même ſigne, du rapport $\frac{du}{dx}$ [d]. Donc chaque eſpece de point triple eſt diſtingué dans le calcul analytique par un caractere different: donc il eſt aiſé de reconnoitre, par le calcul ſeul, & avant de ſuppoſer la courbe décrite, de quelle eſpece eſt un point triple donné ſur cette courbe.

PRO-

a *Art.* 54. *premier Mém.* b *Art. id.* c *Art. id.*
d *Art.* 134.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

CXXXVI. *Toutes les lignes du 4me ordre (telle que* MGDGCGmμEBFN*) *dont la nature eſt exprimée par une Equation particuliere qui peut ſe rapporter à l'Equation générale, marquée ici par* (30), *dans laquelle* (z) *exprime les abſciſſes* GQ, *&* (u) *les ordonnées* QM, *ont un point triple à l'origine* G *de leur axe.*

$$(30)\ldots \Delta u^4 + \overline{Qz} + A \times u^3 + \overline{Bzz} + \overline{cz} \times u^2 + \overline{Ez^3} + \overline{Fz^2} \times u + Kz^4 + Lz^1 = 0.$$

DEMONSTRATION.

Lorſque le point Q tombe en G, alors GQ (z) étant $=0$, l'égalité marquée par (L), dans l'Art. 49. du premier Mémoire, eſt telle qu'on la voit ici.

$$(L)\ldots \Delta u^4 + Au^3 = 0.$$

Cette égalité ayant trois racines égales & de même ſigne, qui ſont $u=0, u=0,$ & $u=0$, il eſt viſible qu'il y a au point G, trois ordonnées égales & de même ſigne. Mais quand l'ordonnée $QM=0$, l'égalité marquée par (A), dans le même Art. 49, qui donne les valeurs des abſciſſes GQ (z), lorſque les ordonnées QM (u) ſont égales à une des racines de l'égalité (L), cette égalité, dis-je, eſt telle qu'on la voit ici en (A).

(A)

* Fig. 64.

$$(A)\ldots\ Kz^4 + Lz^3 = 0.$$

Or cette seconde égalité ayant encore trois racines égales & de même signe, qui sont $z=0$, $z=0$, & $z=0$, il est visible qu'il y a au point G, non-seulement trois ordonnées égales & de même signe, comme on vient de le voir, mais encore trois abscisses égales & de même signe, savoir $z=0$, $z=0$ & $z=0$. Donc * il doit y avoir en G, ou un point triple auquel GQ & GL soient sécantes, ou bien un point double auquel GQ & GL soient tangentes.

Mais en substituant, dans l'égalité marquée par (K) Art. 33. du premier Mémoire, en substituant, dis-je, dans cette égalité, au-lieu des coëfficiens 1, q, α, β, γ, δ, ε, η, λ, μ, ν, ρ, π, φ, σ, leurs valeurs Δ, Q, A, B, C, o, E, F, o, o, K, L, o, o, o, o, & au-lieu des indéterminées (t) & (s), les indéterminées (z) & (u), & au-lieu de l'exposant indéfini n, l'exposant défini (4), on a l'égalité marquée ici par $(2K)$, dont les racines réelles donnent les quatre points auxquels la courbe $MGDGCGM\mu EBFm$ est coupée par une ligne droite quelconque GM qui passe par l'origine G des abscisses GQ.

$$(2K)\ldots\ \left\{\begin{matrix}+\Delta b^4\\ +Qb^3\\ +Bb^2\\ +Eb\\ +K\end{matrix}\right\} z^4 \left\{\begin{matrix}+Ab^3\\ +Cb^2\\ +Fb\\ +L\end{matrix}\right\} z^3 = 0.$$

Or cette égalité, ayant trois racines égales à

* Art. 53. premier Mém.

à zero, il eſt évident que la ſécante GM rencontre, en G, trois points de la courbe $MGDGCGm\mu EBFN$, tandis que l'axe GQ, & l'ordonnée principale GL rencontrent auſſi en G trois points de la même courbe. Donc [a] le point G eſt un point triple, & cela, dans toutes les courbes $MGDGCG m\mu EBFN$, dont la nature peut être exprimée par l'Equation marquée (30) dans l'expoſé de ce Théoreme. *C. Q. F. D.*

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

CXXXVII. *Les mêmes choſes étant poſées: déterminer ſi le point triple* G, *de la courbe en queſtion (dont la nature eſt exprimée par l'Equation* (30), *eſt un point triple d'interſection* [b] *de trois branches; ou s'il eſt un point triple formé par le rebrouſſement de deux branches & le paſſage d'une troiſieme branche par ce point de rebrouſſement* [c]; *ou ſi c'eſt un point triple inviſible, produit par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe* [d]; *ou enfin ſi c'eſt un point triple inviſible, cauſé par l'entrelacement des branches de la courbe en forme de Lemniſceros* [e].

SOLUTION.

On cherchera d'abord quel eſt le rapport de

a *Art. id.* b Fig. 64. c Fig. 65.
d Fig. 66. e Fig. 67.

de (du) à (dz) au point G, origine de la courbe, & pour cela, le point G étant un point triple, on commencera par differentier trois fois l'Equation marquée (*Art. précéd.*) par (30), selon la méthode de M. Bernoulli: la troiſieme differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit ici marquée par (Σ):

$$(\Sigma)\ldots \left\{\begin{matrix}+4\Delta u\\ +Qz\\ +A\end{matrix}\right\} du^3 \left\{\begin{matrix}+2Bz\\ +3Qu\\ +C\end{matrix}\right\} du^2\,dz \left\{\begin{matrix}+2Bu\\ +3Ez\\ +F\end{matrix}\right\} du\,dz^2 \left\{\begin{matrix}+Eu\\ +4Kz\\ +L\end{matrix}\right\} dz^3 = 0.$$

Cela fait, on rendra cette Equation propre au point G, en y ſubſtituant, au lieu des indéterminées (z) & (u), leurs valeurs en ce même point G, qui ſont (*Art précéd.*) $z=0$, & $u=0$; ainſi l'Equation (Σ), étant devenue telle qu'on la voit ici en (P),

$$(P)\ldots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{F\,dz^2}{L\,du^2} + \frac{C\,dz}{L\,du} + \frac{A}{L} = 0$$

exprimera le rapport de (du) à (dz), ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe au point triple G.

Mais ce rapport de l'ordonnée à la ſoutangente, au point triple G, c'eſt-à-dire, $\frac{dz}{du}$ étant ici élevé juſqu'à la 3me puiſſance, il eſt manifeſte qu'il doit y a-

voir

voir quatre differens cas. Car, 1°. Si l'Equation (*P*) a trois racines réelles & inégales, c'eſt-à-dire, ſi elle fournit trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{dz}{du}$, la courbe aura trois tangentes réelles & diſtinctes au point triple *G*, & par conſéquent [a] ce point triple *G* ſera formé par l'interſection de trois branches.

2°. Si, des trois racines réelles de l'égalité marquée (*P*), il y en a deux égales & de même ſigne, la troiſieme étant inégale, des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux qui tomberont exactement l'une ſur l'autre, & ne feront plus qu'une même tangente, tandis que la troiſieme demeurera diſtincte, & dans ce cas [b] le point triple *G* ſera produit par le Rebrouſſement d'une branche & l'interſection d'une autre branche de la même courbe.

3°. Si des trois racines de l'égalité (*P*), il y en a deux imaginaires, la troiſieme étant néceſſairement réelle, il eſt viſible que des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux imaginaires & une réelle, d'où il [c] ſuit que le point triple *G* ſera alors un point triple cauſé par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe.

4°. Enfin, ſi les trois racines de l'égalité (*P*) ſont réelles, égales & de même ſigne, les trois tangentes de la courbe au point triple

a *Art.* 22. *n.* 1. & *Art.* 54. *premier Mém.*
b *Art.* 22. *n.* 2. & *Art.* 54. c *Art. id. n.* 3. & *Art.* 54.

ple G, tomberont les unes sur les autres, & dans ce dernier cas [a] le point triple G sera un de ces points triples invisibles que nous avons nommé *Lemnisceros infiniment petit*, à cause de l'entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit ; entrelacement dont on a donné la Théorie dans les Art. 131 & 132 de ce Mémoire.

Donc par le moyen de l'Equation $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} + \frac{A}{L} = 0$, on déterminera toujours la nature du point triple G ; ou, ce qui est la même chose, on connoitra si ce point triple G est causé par l'intersection de trois branches [b] : ou par le rebroussement de deux branches, & le passage d'une troisieme branche, de la même courbe, par ce point de rebroussement [c] : ou bien s'il est un point triple invisible, produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe [d] : ou enfin si c'est un Lemniscéros infiniment petit [e]. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRRE I.

CXXXVIII. Lorsque le coëfficient (A) de l'Equation marquée par (30) dans l'exposé de l'Art. 136, est égal à zero, l'ordonnée principale GL est une des tangentes de la cour-

a *Art.* 134. & 135. b Fig. 64. c Fig. 65.
d Fig. 66. e Fig. 67.

courbe au point triple G : car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} = 0$, dont une des racines eſt $\frac{dz}{du} = 0$; or tous les Géometres conviennent que ce rapport donne une tangente parallele aux ordonnées. Donc, &c.

COROLLAIRE II.

CXXXIX. Lorſque les coëfficiens (A) & (C) de l'Equation marquée par (30) dans l'Art. 136, ſont l'un & l'autre égaux à zero, il n'eſt pas moins évident qu'il y a alors, au point triple G, un rebrouſſement dont la tangente ſe confond avec l'ordonnée principale: car en ce cas on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} = 0$, d'où l'on tire $\frac{dz^2}{du^2} = 0$, ce qui fait voir qu'il y a, en G, deux tangentes qui tombent l'une ſur l'autre, en ſe confondant avec l'ordonnée principale GL. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

CXL. Lorſque les coëfficiens A, C, F, de l'Equation marquée (30) dans l'Art. 136, ſont tous trois égaux à zero, il y a, au point G, un *Lemniſceros infiniment petit*, dont la tangente ſe confond avec l'ordonnée principale GL: car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, d'on l'on voit

voit que les trois tangentes se confondent ensemble & avec la droite GL.

EXEMPLE I.

CXLI. Soit la courbe $MGDGCGmN EBFn$ *, dans laquelle le rapport des abscisses GQ (z) aux ordonnées QM (y) est exprimé par l'Equation

$$u^4 - 2z^2u^2 + 2bzu^2 - z^4 - 5bz^3 = 0.$$

Je dis que cette courbe a un point triple à l'origine G de son axe, & que ce point triple est formé par l'intersection de trois branches MGD, mGC, $\varphi G\epsilon$, qui se coupent en ce même point G.

Il est visible que l'Equation donnée n'est qu'un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans la 11me Proposition †, & que l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = -2$, $C = 2b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, & $L = -5b$. Or on a démontré que toutes les lignes du 4me ordre, dont la nature pouvoit se rapporter à l'Equation marquée par (30), avoient un point triple à l'origine G de leur axe. Donc, puisque l'Equation donnée n'est qu'un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30), il s'en enfuit que la courbe $MGDGCGmNEBFn$, dont cette Equation donnée exprime la nature, a un point triple à l'origine G de son axe. *Ce qu'il falloit faire voir en premier lieu.*

Mais il n'est pas moins évident, par l'Art. 137,

* Fig. 64. † *Art.* 136.

137, que ce point triple G eſt cauſé par l'interſection de trois branches. Car ſi l'on ſubſtitue dans l'Equation differentielle (P) de l'Art. 137, au-lieu des coëfficiens A, C, F, L, leurs valeurs 0, $2b$, 0, & $-5b$, on a l'égalité $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{2dz}{5du} = 0$, qui a trois racines réelles & inégales, ſavoir $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm\frac{V2}{V5}$: d'où il ſuit qu'il y a trois tangentes au point triple G, & par conſéquent que ce point triple G * eſt cauſé par l'interſection de trois branches qui ſe croiſent en G. *Ce qu'il falloit faire voir en ſecond lieu par cet Exemple.*

COROLLAIRE.

CXLII. Il ſuit de-là, 1°. Que des trois branches qui paſſent par le point G, il y en a une qui coupe l'axe GQ parallelement à l'ordonnée principale GL à cauſe de $\frac{dz}{du} = 0$: enſorte que la tangente de cette branche, au point triple G, ſe confond avec l'ordonnée principale GL. 2°. Que les deux autres branches MGD & mGC coupent cet axe obliquement au point G, à cauſe de $\frac{dz}{du} = \pm\frac{V2}{V5}$. Donc en prenant ſur l'axe GQ, du côté où les (z) ſont poſitifs, le point θ, tel que $G\theta$ ſoit $= V2$, & ſur une droite θT, parallele à l'ordonnée principale GL, de part & d'autre

* *Art.* 137. *n.* 1.

tre du point θ, les points T & t, tels que θT & θt ſoient l'une & l'autre $= v\,5$, les droites TG, tG, ſeront les deux autres tangentes de la courbe au point triple G.

REMARQUE.

CXLIII. Il eſt aiſé de s'appercevoir, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGDGCGmNEBFn$, puiſque l'on a toujours $u = \pm\sqrt{zz - bz} \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}$.

2°. Si l'on prend ſur ce diametre GQ, du côté où les (z) ſont négatifs, le point B, tel que GB ſoit $= 5\,b$, ce point B ſera celui où la courbe coupe ſon diametre parallement à l'ordonnée principale GL.

3°. Si l'on prend ſur le diametre GQ, du côté où les (z) ſont négatifs, le point Ω, tel que $G\Omega$ ſoit $= b$; ſi par le point Ω on mène la droite $E\Omega F$ parallele aux ordonnées QM; ſi l'on prend ſur cette droite, de part & d'autre du point Ω, les points E & F, tels que ΩE & ΩF ſoient l'une & l'autre $= b\,v\,2$: les points E & F ſeront deux des points de la courbe où les tangentes ſont paralleles à l'ordonnée principale GL; enſorte que cette droite $E\Omega F$ eſt tangente de la courbe aux points E & F.

4°. Si l'on prend ſur le diametre GQ, du côté où les (z) ſont négatifs, le point π, tel que $G\pi$ ſoit $= \frac{1}{2}b$; ſi par le point π on mène la droite $C\pi D$ parallele aux ordonnées QM; ſi l'on prend ſur cette parallele $C\pi D$, de part & d'autre du point π, les points C & D,

D, tels que πC & πD soient l'une & l'autre $= \frac{1}{2}b\sqrt{3}$: les points C & D seront deux des points de la courbe en question auxquels les tangentes sont paralleles aux ordonnées QM; ensorte que cette même droite $C\pi D$ est tangente de la courbe aux points C & D.

5°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL au-delà du point B, par rapport au point G, ne rencontrent la courbe qu'en deux points, à quelque distance que ces droites soient du point G. Mais celles qui sont menées parallelement à l'ordonnée principale, entre les points B & Ω, rencontrent la courbe en quatre points. D'où il suit, 1°. Que cette courbe a deux branches BEN, BFn, qui s'étendent à l'infini, le long de l'axe GQ, du côté où les (z) sont négatifs. 2°. Que ces deux branches se réuniſſent au point B, où elles coupent l'axe parallelement aux ordonnées. 3°. Que ces deux branches, avant de se réunir, forment deux sinuosités nFB, NEB.

6°. Toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale GL, au-delà du point triple G, par rapport au point B, & à quelque distance qu'elles soient du point G, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; d'où il suit que cette courbe n'a que deux branches GM & Gm qui s'étendent à l'infini le long de l'axe GQ, du côté où les (z) sont positifs.

7°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL entre les points G & π, rencontrent la courbe en qua-

quatre points : car dès que $(-z)$ eſt $< \frac{1}{2}b$, les 4 racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ ſont réelles. D'où il ſuit que les deux branches infinies MG, mG, après s'être coupées en G, paſſent la premiere dans l'angle $lG\pi$, la ſeconde dans l'angle $LG\pi$, où elles touchent la droite $D\pi C$, la premiere au point D, la ſeconde au point C : après quoi elles reviennent, l'une de D en G par ε, l'autre de C en G par φ, ſe joindre au point G, où elles touchent l'ordonnée principale GL, en formant ainſi deux *Folium* $GD\varepsilon$ & $GC\varphi G$.

8°. Les droites menées parallelement à l'ordonnée principale entre les points Ω & π, ne rencontrent jamais la courbe : car dès que $(-z)$ eſt plus grand que $\frac{1}{2}b$, & cependant plus petit que b, les quatre racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ ſont imaginaires ; d'où il ſuit que les deux branches infinies BEN, BFn, (dont on a parlé dans le nomb. 5. de cet Art.) ſont entierement ſéparées des branches infinies $G\varepsilon DGM$, $G\phi CGm$.

EXEMPLE II.

CXLIV. Soit la courbe $MGmNGn$, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'Equation $u^4 + bzzu - 2z^4 = 0$; il eſt viſible que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, puiſque l'Equation donnée eſt un

un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans l'Art. 136.

Mais il n'eſt pas moins évident, que ce point triple eſt produit par le Rebrouſſement G d'une portion de courbe MGm & le paſſage, en ce même point G, d'une autre branche NGn de la même courbe. Car puiſque l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = b$, $K = -2$ & $L = 0$, l'Equation differentielle marquée par (P) dans l'Art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{b\,dz^2}{0\,du^2} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$, & $\frac{dz}{du} = -\frac{b}{0}$; d'où il ſuit, 1°. Que des trois tangentes de la courbe au point triple G, il y en a deux qui tombent l'une ſur l'autre, en ſe confondant avec l'ordonnée principale GL, ce qui fait voir qu'il y a un point de Rebrouſſement en G, auquel GL eſt tangente *. 2°. Que la troiſieme tangente de la courbe au point G eſt infinie, & ſe confond avec l'axe GQ, ce qui déſigne une branche † NGn qui paſſe par le point de Rebrouſſement G. Donc le point triple G de la courbe en queſtion eſt produit par le Rebrouſſement d'une portion de courbe MGm & le paſſage d'une autre branche NGn, de la même courbe, par le point de Rebrouſſement G. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

RE-

* *Art.* 137. *n.* 2. † *Art. id.*

REMARQUES.

CXLV. On remarquera, 1°. Que l'ordonnée principale GL eſt le diametre de la courbe $MGmNGn$: car on a toujours $z = \pm \frac{1}{2} \sqrt{bu \pm u\sqrt{8uu + bb}}$.

2°. Que toutes les droites menées parallelement à l'axe GQ, du côté où les (u) ſont poſitifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points, auſſi-bien que celles qui ſont, comme Mm, menées parallelement à l'axe du côté où les (u) ſont négatifs.

3°. Si l'on prend ſur le diametre GL, du côté où les (u) ſont négatifs, le point A, tel que GA ſoit $= \frac{b}{4\sqrt{2}}$, & ſur l'axe GQ, de part & d'autre du point G, les points S & σ, tels que GS & $G\sigma$ ſoient l'une & l'autre $= \frac{b}{4\sqrt{2}\sqrt{2}}$: ſi par les points A & S, & par les points A & σ, on tire les droites indéfinies ASE & $A\sigma\varepsilon$, prolongées de part & d'autre du point A, ces droites ſeront les deux Aſymptotes de la courbe $MGmNGn$. Si l'on prend ſur le même diametre GL, de part & d'autre du point G, les points Ω & φ, tels que $G\Omega$ ou $G\varphi$ ſoient $= \pm \frac{1}{8} b$: ſi, par les points Ω & ϕ, on mène, parallelement à l'axe GQ, les droites $E\Omega\varepsilon$ & $F\varphi f$; les points E, ε, F & f, où ces droites rencontrent la courbe $MGmNGn$, ſont ceux auxquels cet-

cette même courbe eſt coupée par ſes Aſymptotes $fASE$ & $FA\sigma\varepsilon$.

EXEMPLE III.

CXLVI. Soit la courbe $MGmNBn$ *, dans laquelle le rapport des abſciſſes $GQ\,(z)$ aux ordonnées $QM\,(u)$ eſt exprimé par l'Equation $u^4 - bzu^2 - z^4 - 2bz^3 = 0$: il eſt clair que cette Equation n'eſt qu'un cas particulier de l'Equation générale déſignée par (30) dans l'Art. 136; d'où il ſuit, que la courbe en queſtion $MGmNBn$ a un point triple à l'origine G de ſes abſciſſes.

Mais puiſque dans ce cas particulier, on a $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = -b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, $L = -2b$, il eſt viſible que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{2du} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$; or la racine $\frac{dz}{du} = 0$ eſt réelle, & déſigne une tangente en G, qui ſe confond avec l'ordonnée principale GL †, & les racines $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$ ſont des racines imaginaires qui déſignent, en G, deux tangentes imaginaires. Donc des trois tangentes de la courbe, au point triple G, il y en a une réelle & deux imaginaires; donc ‡ ce point triple G, eſt un point triple in-

* Fig. 66. † *Art.* 138. ‡ *Art.* 137. *n.* 1.

inviſible, ou, ce qui eſt la même choſe, la triplicité de ce point eſt cauſée par l'adhéſion en G d'une ovale infiniment petite ſur la branche MGm de la courbe. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXLVII. Il eſt aiſé de s'appercevoir, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGmNBn$, puiſque l'on a toujours

$$u = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2}bz \pm \tfrac{1}{2}z\sqrt{bb+8bz+4zz}}.$$

2°. En prenant, du côté où les abſciſſes GQ ſont négatives, le point B, tel que GB ſoit $= 2b$, il eſt viſible que le point B ſera un point ſimple de la courbe, dont la tangente BT eſt parallele à l'ordonnée principale GL.

3°. Toutes les droites, comme Mm, menées parallelement à l'ordonnée principale GL au delà du point G, du côté où les (z) ſont poſitifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches infinies GM, Gm, qui s'étendent du côté des (z) poſitifs.

4°. Toutes les droites, comme Nn, menées parallelement à l'ordonnée principale GL au-delà du point B, par rapport au point G, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches BN, Bn, qui s'étendent à l'infini du côté des (z) négatifs.

5°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL, entre les points

B & G, ne rencontrent jamais la courbe: car dès que $(-z)$ eſt plus petit que $2b$, les quatre racines $u = \pm \sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb+8bz+4zz}}$ ſont imaginaires; d'où il ſuit que les deux branches infinies GM, Gm, qui s'étendent du côté des abſciſſes poſitives, ſont ſéparées des deux branches infinies BN, Bn, qui s'étendent du côté des abſciſſes négatives, par une portion GB de l'axe GQ, qui eſt $= -2b$.

EXEMPLE IV.

CXLVIII. Soit la courbe $MGmNBn$*, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'Equation $u^4 = z^4 + az^3$, il eſt viſible que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſes abſciſſes, puiſque ſon Equation eſt un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans l'Art. 136.

Mais puiſque l'on a dans cet Exemple $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$ & $L = -a$, il eſt évident que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$, & $\frac{dz}{du} = 0$, qui étant réelles, égales & du même ſigne, déſignent, en G, trois tangentes qui ſe confondent enſemble & avec l'ordonnée principale GL; d'où il ſuit

* Fig. 67.

ſuit * que ce point triple G eſt un *Lemniſcer-ros* infiniment petit... *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXLIX. Il eſt viſible, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGmNBn$, puiſque l'on a toujours $u = \pm\sqrt{\pm z\sqrt{zz+az}}$.

2°. Si l'on prend ſur le diametre GQ, du côté où les (z) ſont négatifs, le point B, tel que GB ſoit $= a$, il eſt évident que le point B eſt un point ſimple de la courbe en queſtion, dont la tangente BT eſt parallele à l'ordonnée principale GL.

3°. On trouvera qu'en ce point ſimple B, la courbe a une inflexion de la ſeconde eſpece †, c'eſt-à-dire, ce que M. de Maupertuis a nommé *point de ſerpentement*, dont la tangente eſt parallele aux ordonnées, comme on vient de le dire.

4°. On remarquera enfin que cette courbe n'eſt compoſée que de quatre branches qui s'étendent à l'infini de part d'autre de l'axe GQ, deux du côté des (z) poſitifs, & les deux autres du côté des (z) négatifs.

EXEMPLE V.

CL. Soit la courbe $MGDGCGmEBFM$ ‡, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux

* *Art.* 137. *n.* 4. † *Art.* 50. *n.* 4. *premier Mém.*
‡ Fig. 68.

aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'Equation $u^4-2zzuu+2bzuu+\frac{5}{4}z^4-2bz^3=0$. Il eſt clair que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, puiſque ſon Equation n'eſt qu'un cas particulier de l'Equation générale marqué par (30) dans l'Art. 136 de ce Mémoire.

Mais puiſque, dans cet Exemple, on a $A=1$, $Q=0$, $A=0$, $B=-2$, $C=2b$, $E=0$, $F=0$, $K=\frac{5}{4}$ & $L=-2b$, il eſt viſible que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3}-\frac{dz}{du}=0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du}=0$, $\frac{dz}{du}=+1$, & $\frac{dz}{du}=-1$. La premiere de ces trois racines fait voir qu'une des tangentes de la courbe, au point triple G, eſt réelle, & qu'elle ſe confond avec l'ordonnée principale GL; d'où il ſuit qu'il y a une branche qui coupe l'axe, au point G, parallelement à l'ordonnée principale. Les deux autres racines $\frac{dz}{du}=\pm 1$, étant réelles, font voir que les deux autres tangentes de la courbe, au point triple G, ſont réelles & obliques à l'ordonnée principale GL, faiſant avec cette droite chacune un angle de 45 degrés, & par conſéquent qu'il y a deux autres branches CGM, DGM, qui coupent l'axe obliquement au point G; d'où il ſuit * que ce point triple G eſt produit par l'interſection de trois branches CGD, DGM, CGM.

* Art. 137. n. 1.

C G M. Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.

REMARQUES.

CLI. On peut remarquer, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGDGC$ $G\ m\ E\ B\ F\ M$, puiſque l'on a toujours

$$u = \pm\sqrt{zz - bz} \pm \tfrac{1}{2} z \sqrt{4bb - zz}.$$

2°. Qu'en prenant ſur le diametre GQ, du côté où les abſciſſes $GQ\ (z)$ ſont poſitives, le point B, tel que GB ſoit $= \frac{8}{5} b$, le point B eſt un point ſimple de la courbe en queſtion où la tangente eſt parallele aux ordonnées $Q\text{-}M$.

3°. Si l'on prend ſur le diametre GQ, de part & d'autre du point triple G, les points Ω & ϖ, tels que $G\Omega$ & $G\varpi$ ſoient l'une & l'autre $= 2b$; ſi, par les points Ω & ϖ, on mène les droites $F\Omega E$, $C\varpi D$, paralleles aux ordonnées; cela fait, ſi l'on prend 1°. ſur la parallele $F\Omega E$, de part & d'autre du point Ω, les points F & E, tels que ΩF & ΩE ſoient l'une & l'autre $= b\sqrt{2}$: les points F & E ſeront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à l'ordonnée principale GL, & en même tems les limites de la courbe du côté où les abſciſſes ſont poſitives. 2°. Si l'on prend ſur la parallele $C\varpi D$, de part & d'autre du point ϖ, les points C & D, tels que ϖC & ϖD ſoient l'une & l'autre $= b\sqrt{6}$: les points C & D ſeront ceux où la courbe touche la parallele $C\varpi D$ & en même tems les limites de la courbe du côté où les abſciſſes ſont négatives.

4°. On.

4°. On trouvera que toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale GL, entre les points G & B, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; mais que les paralleles à cette droite GL, menées entre les points B & Ω, la rencontrent en quatre points. D'où il suit, & de ce qui a été dit dans les nombres précédens, que cette courbe forme, du côté où ses abscisses sont positives, une espece de cœur $GMFBEmG$.

5°. On trouvera de même que toutes les droites, menées parallelement à l'ordonnée principale GL entre les points G & ϖ, rencontrent la courbe en quatre points: d'où il suit, & de ce qui a été dit dans le nomb. 3, que cette courbe forme, du côté où ses abscisses sont négatives, deux especes de *Folium* $G\phi CG$ & $G\varepsilon DG$.

6°. Enfin on trouvera que toutes les droites menées, parallelement aux ordonnées QM, au-delà des points Ω & ϖ, par rapport au point G, ne rencontreront la courbe en aucun point, à quelque distance qu'elles soient des points Ω & ϖ: d'où il suit que la courbe en question ne s'étend pas au-delà des points Ω & ϖ, qu'elle rentre en elle-même, & par conséquent qu'elle n'est composée que de deux *Folium* $G\phi CG$, $G\varepsilon DG$, & de l'espece de cœur $GMFBEmG$: ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllocardie*.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

CLII. *Une ligne du 4me. ordre étant donnée.*

Ou, ce qui eſt la même choſe, l'Equation qui exprime le rapport des ordonnées aux abſciſſes d'un axe quelconque de cette courbe étant donnée, trouver ſi cette courbe a un point triple. (2)

SOLUTION.

Suppoſons que la nature de la courbe en queſtion eſt donnée par l'Equation générale qu'on voit ici marquée par (4*D*) : cette Equation exprime la nature de toutes les lignes du 4me ordre, (*Art.* 31. *premier Mém.*) & par conſéquent ce qu'on dira de cette Equation pourra s'appliquer à toutes les Equations particulieres des lignes du 4me ordre.

$$(4D)\ldots\ \Delta u^4 \left\{ \begin{matrix} +qz \\ +A \end{matrix} \right\} u^3 \left\{ \begin{matrix} +\beta z z^3 \\ +\gamma z \\ +\delta \end{matrix} \right\} u^2 \left\{ \begin{matrix} +\varepsilon z^3 \\ +\eta z^2 \\ +\lambda z \\ +\mu \end{matrix} \right\} u \left\{ \begin{matrix} +\nu z^4 \\ +\rho z^3 \\ +\varpi z^2 \\ +\varphi z \\ +\sigma \end{matrix} \right\} = 0.$$

Si on differentie cette Equation, on aura le rapport de (du) à (dz) exprimé par la fraction marquée ici par (Σ), dont le numérateur & le dénominateur deviendront égaux à zero, dans tous les points multiples de la ligne du 4me ordre. (*Art.* 46. *premier Mém.*

$$(\Sigma)\ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\begin{matrix} qu^3+2\beta z+\gamma\times u^2+3\varepsilon z^2+2\eta z+\lambda\times u+4\nu z^3+3\varepsilon z^2+2\varpi z+\varphi \\ 4u^3+3qz+3A\times u^2+2\beta z z+2\gamma z+2\delta\times u+\varepsilon z^3+\nu z^2+\lambda z+\mu \end{matrix}\right\}$$ les

Si on differentie ſéparément (ſuivant l'Art. 163 de l'Analyſe des Infiniment-petits) le numerateur & le dénominateur de cette fraction, on aura les deux nouvelles fractions marquées ici par (M) & par $(2M)$.

$$(M)\ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\begin{matrix} 2\beta u^2+6\varepsilon z+2\eta\times u+12\nu z^2+6\rho z+2\varpi \\ 3qu^2+4\delta z+2\gamma\times u+3\varepsilon z^2+2\eta z+\lambda \end{matrix}\right\}$$ C 6

$$(2M)\ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\begin{matrix} 3qu^2+4\delta z+2\gamma\times u+3\varepsilon z^2+2\eta z+\lambda \\ 12Au^2+6qz+6A\times u+2\delta z^2+2\gamma z+2\delta \end{matrix}\right\}$$

Or il eſt conſtant (*Art. id.*) que ſi l'on ſubſtitue, dans les fractions (M) & $(2M)$, au-lieu de (z) & de (u), leurs valeurs au point triple, de la ligne du 4me ordre dont la nature eſt exprimée par l'Equation $(4D)$; il eſt conſtant, dis-je, que les numérateurs & les dénominateurs de ces deux fractions deviendront

les uns & les autres égaux à zero. Ainſi la Solution du Problême ſe réduit à trouver quelles ſont les valeurs des indéterminées (z) & (u), qui étant ſubſtituées dans les fractions (M) & $(2M)$, font évanouïr en même tems les numerateurs & les dénominateurs de ces deux fractions.

Pour trouver les valeurs en queſtion des indéterminées (z) & (u), ſoient les trois Equations déſignées * par (A), (B), (C), qui ne diffèrent, ſavoir, la premiere du numerateur de la fraction (M) égalé à zero; la ſeconde du dénominateur de cette fraction, ou (ce qui eſt la même choſe) du numerateur de la fraction $(2M)$ égalé à zero; la troiſieme du dénominateur de la fraction $(2M)$ auſſi égalé à zero; qu'en ce que l'on a mis, au-lieu de l'indéterminée (u), l'indéterminée (y), & qu'on a ôté les communs diviſeurs.

$$(A)\ldots \overline{\zeta y^2 + 3\iota z + \eta} \times y + 6\kappa z^2 + 3\mu z + \varpi = 0.$$

$$(B)\ldots 3\varphi y^2 + \overline{4\zeta z + 2\gamma} \times y + 3\iota z^2 + 2\eta z + \lambda = 0.$$

$$(C)\ldots 6\Delta y^2 + \overline{3\varphi z + 3A} \times y + \zeta z^2 + \gamma z + \delta = 0.$$

Cela poſé, il eſt viſible, 1°. Que les trois Equations (A), (B), (C), déſignent trois lignes du 2d ordre, qui peuvent être conſtruites, toutes les trois, ſur l'axe des (z) de la ligne donnée du 4me ordre, dont la nature eſt exprimée par l'Equation $(4D)$. 2°. Que ces trois lignes du 2d ordre, que je nomme ici

* *V. ces trois Equations quelques lignes plus bas.*

ici les *Courbes auxiliaires* du Problême, peuvent se rencontrer en un même point du plan sur lequel elles sont décrites. 3°. Que le point d'intersection, de ces trois courbes auxiliaires, peut tomber sur un des points de la ligne du 4me ordre.

Or, je dis que la ligne donnée du 4me ordre aura un point triple dans l'endroit où l'intersection des trois courbes auxiliaires tombera. Car 1°. si les trois courbes auxiliaires se coupent en un même point, la substitution des valeurs de l'ordonnée & de l'abscisse correspondante à ce point d'intersection, fait évanouïr tous les termes des Equations (A), (B), (C), & par conséquent tous ceux des numerateurs & des dénominateurs des fractions (M) & $(2M)$, quand l'indéterminée (u) est égale à l'indéterminée (y). 2°. Mais le point d'intersection, des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, il est constant que l'indéterminée (y) des trois Equations (A), (B), (C), est égale, en ce point, à l'indéterminée (u) des fractions marquées par (M) & par $(2M)$. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires (A), (B), (C), tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, fait connoitre les valeurs des indéterminées (z) & (u), qui étant substituées dans les fractions (M) & $(2M)$, font évanouïr les numerateurs & les dénominateurs de ces fractions. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, désigne l'endroit

de cette ligne où eſt ſon point triple.

Or, 1°. il eſt aiſé de connoitre, par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géometrie, non ſeulement ſi les trois courbes auxiliaires, déſignées par les Equations (A), (B), (C), ſe rencontrent en un même point, mais encore quelles ſont les valeurs de l'ordonnée & de l'abſciſſe qui correſpondent à ce point d'interſection.

2°. Il eſt auſſi aiſé de connoitre ſi ce point d'interſection, des trois courbes auxiliaires, tombe ſur la ligne du 4me. ordre: car, dès le moment qu'on a les valeurs de l'abſciſſe & de l'ordonnée communes aux trois courbes auxiliaires, en ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation $(4D)$, au-lieu des indéterminées (z) & (u), ſi la ſubſtitution fait évanouïr tous les termes de l'Equation $(4D)$, il ſera évident que le point commun d'interſection des trois courbes auxiliaires (A), (B), (C), tombe ſur la ligne du 4me. ordre, & par conſéquent que cette ligne a un point triple en cet endroit; au contraire ſi la ſubſtitution ne fait pas évanouïr tous les termes de l'Equation $(4D)$, il ſera évident que l'interſection commune des trois courbes auxiliaires (A), (B), (C), ne tombe pas ſur la ligne du 4me. ordre, & par conſéquent que cette ligne du 4me. ordre n'a aucun point triple.

3°. Enfin ſi les trois courbes auxiliaires (A), (B), (C), ne ſe rencontrent pas toutes les trois en un même point (ce qui

eſt

eſt encore très aiſé de connoitre par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géometrie) la ligne du 4me. ordre, déſignée par l'Equation (4*D*), dent n'aura aucun point triple.

Donc par le moyen des trois Equations *auxiliaires* (*A*), (*B*), (*C*), on connoitra toujours ſi une ligne quelconque du 4me ordre, déſignée par l'Equation (4*D*), a un point triple, & le lieu où il eſt ſitué, ou bien ſi elle n'en a pas. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE I.

CLIII. On demande s'il y a un point triple ſur la courbe *MmBGCBDM* (*fig.* 69.), dans laquelle le rapport des abſciſſes *GP* (z) aux ordonnées *PM* (u) eſt exprimé par l'Equation ſuivante (*Æ*).

$$(Æ)\ldots u^4 - bu^3 \left\{\begin{matrix} +6zz \\ -\frac{17}{5}bz \\ +\frac{11}{25}bb \end{matrix}\right\} u^2 \left\{\begin{matrix} +bzz \\ -\frac{2}{5}b^2z \\ +\frac{1}{25}b^3 \end{matrix}\right\} u \left\{\begin{matrix} +5z^4 \\ -3bz^3 \\ +\frac{3}{5}b^2z^2 \\ -\frac{1}{25}b^3z \end{matrix}\right\} = 0.$$

En comparant cette Equation avec celle qu'on a déſignée dans l'Article précé-

dent par la caractériſtique (4*D*), il eſt évident qu'on a ici $\Delta = 1$, $q = 0$, $A = -b$, $\mathfrak{C} = 6$, $\gamma = -\frac{17}{5}b$, $\delta = \frac{11}{25}bb$, $\varepsilon = 0$, $\eta = b$, $\lambda = -\frac{2}{5}bb$, $\nu = 5$, $\rho = -3b$, $\varpi = \frac{3}{5}bb$: d'où il ſuit que les trois Equations auxiliaires, marquées dans l'Article précédent, par (*A*), (*B*), (*C*), ſont, dans cet Exemple, telles qu'on les voit ici en (*A*), (*B*) & (*C*).

(*A*) ... $y^2 + \frac{1}{6}by + 5z^2 - \frac{3}{2}bz + \frac{1}{10}bb = 0$.

(*B*) ... $z - \frac{17}{60}b \times y = \frac{1}{60}bb - \frac{1}{12}bz$.

(*C*) ... $y^2 - \frac{1}{2}by + zz - \frac{17}{30}bz + \frac{11}{150}bb = 0$.

Le lieu de l'Equation marquée par (*A*) eſt une Ellipſe; celui de la ſeconde marquée par (*B*) eſt une Hyperbole entre ſes Aſymptotes; & celui de la troiſieme eſt encore une Ellipſe.

Or, ſi l'on avoit décrit ſur l'axe *GP*, de la ligne du 4me. ordre *MmBGCBDM*, les trois Sections coniques *, qui ſont les lieux des trois Equations précédentes (*A*), (*B*), (*C*), on verroit que ces trois Sections coniques ſe couperoient mutuellement ſur leur axe *GP*, en un même point *B*, diſtant de *G*, origine des (*z*) de la grandeur $GB = \frac{1}{5}b$: enſorte qu'en ce point *B* de l'axe *GP*, commun aux trois courbes auxiliaires, on a dans les trois courbes $z = \frac{1}{5}b$ & $y = 0$.

Mais cette commune interſection, des trois courbes auxiliaires, tombe auſſi ſur la ligne du 4me. ordre *MmBGCBDM*, dont la nature eſt exprimée par l'Equation (*Æ*); car tous les termes de cette Equation (*Æ*) s'évanouiſſent

* *On n'a point tracé ces trois Sections coniques dans la Figure 69, de crainte de la rendre trop confuſe.*

vanouïſſent, lorſqu'on y ſubſtitue, au-lieu de (z), la valeur $\frac{b}{5}$, & au-lieu de (u), la valeur (zero) qui convient à l'indéterminée (y) au point d'interſection B des trois Sections coniques auxiliaires. dans

Donc il eſt conſtant que la courbe $MmBCBDM$, qu'on ſuppoſe n'être connue que par ſon Equation $(Æ)$, a un point triple ſur ſon axe GP, en un point B, diſtant de G, origine des (z), de la grandeur $GB = \frac{b}{5}$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLIV. Si l'on veut connoître la nature du point triple B, dont on vient de découvrir l'exiſtence & la ſituation ſur la courbe $MmBGCBDM$, on commencera (en conſéquence de l'Art. 54 du premier Mémoire, & de l'Art. 137 de celui-ci), on commencera, dis-je, par differentier trois fois l'Equation $(Æ)$, ſuivant la méthode de M. Bernoulli, il en réſultera l'Equation differentielle marquée ici par (Σ),

$$(\Sigma)\ldots \left\{ \begin{matrix} + \frac{120z}{18b} \end{matrix} \right\} dz^3 \begin{matrix} + \frac{72u}{6b} \end{matrix} \left\} du\,dz^2 \begin{matrix} + \frac{72z}{\frac{102}{5}b} \end{matrix} \right\} du^2\,dz \begin{matrix} + \frac{24u}{6b} \end{matrix} \left\} du^3 = 0.$$

dans laquelle on ſubſtituera au-lieu de (z) & de (u) les valeurs trouvées (par l'Article précédent) de l'abſciſſe & de l'ordonnée correſpondantes au point triple B, qui ſont * $z=\frac{1}{3}b$, & $u=0$. Cette ſubſtitution donne l'égalité marquée ici par (P),

$$(P)\ldots \frac{dz^3}{du^3}+\frac{dz^2}{du^2}-\frac{dz}{du}-1=0,$$

dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du}=1$, $\frac{dz}{du}=-1$, & $\frac{dz}{du}=-1$, ce qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple B, il y en a deux qui tombent exactement l'une ſur l'autre, tandis que la troiſieme tangente θB, coupe les deux premieres, à angles droits. D'où il ſuit, 1°. Que le point triple B, trouvé par l'Article précédent, eſt un Rebrouſſement † par lequel il paſſe une troiſieme branche de la courbe. 2°. Que les tangentes au point triple B, font avec l'axe GP, des angles TBP, & θBP de quarante-cinq degrés.

REMARQUE II.

CLVII. eſt aiſé de prouver, 1°. Que la droite ABT, tangente de la courbe MmB $GCBDM$ au point de rebrouſſement B, eſt le diametre de cette courbe.

2°. Qu'en prenant, ſur ce diametre BA, le point A, tel que BA ſoit $=\frac{b}{\sqrt{2}}$, ſi, par ce-

* *Art.* 153. † *Art.* 137. *n.* 2.

ce point A, on mène, parallelement à la tangente $B\theta$, la droite DBC; ſur laquelle on prenne, de part & d'autre du point A, les parties AD, AC, l'une & l'autre égales à $\frac{b}{\sqrt{2}}$, les points D & C ſeront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à $B\theta$.

3°. Que toutes les droites, menées parallelement à AD entre les points A & B, rencontrent toujours la courbe en quatre points.

4°. Que cette courbe rentre en elle-même, & ne s'étend pas le long de ſon diametre BA au-delà des points A & B, enſorte qu'elle ne forme qu'un double *Folium* $BmMDBBCGnB$, ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllon*, pour la diſtinguer de l'Ovale bifoliée du 4me ordre (*Art.* 99. *ſecond Mém.*)

EXEMPLE II.

CLVI. On demande s'il y a un point triple ſur la courbe $MBmA$ (*Fig.* 70.) dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'Equation (Ω).

$$(\Omega)\ldots\ u^4 - 4bu^3 \begin{Bmatrix} +2zz \\ -6bz \\ +10b^2 \end{Bmatrix} uu \begin{Bmatrix} -4bzz \\ +12bbz \\ -12b^3 \end{Bmatrix} u \begin{Bmatrix} +\frac{5}{4}z^4 \\ -7bz^3 \\ +\frac{31}{2}b^2z^2 \\ -17b^3z \\ +\frac{33}{4}b^4 \end{Bmatrix} = 0.$$

Puiſque dans cet Exemple on a $\Delta = 1, q = 0, A = -4b, \mathfrak{C} = 2, \gamma = -6b, \delta = 10b^2, \varepsilon = 0, \eta = -4b, \lambda = 12b^2, \mu = -12b^3, \nu = \frac{5}{4}, \rho = -7b$ & $\varpi = \frac{31}{2}bb$, il eſt évident * que les Equations des trois courbes *auxiliaires* ſeront telles qu'on les voit ici marquées par (A), (B) & (C).

$(A) \ldots yy - 2by + \frac{15}{4}zz - \frac{21}{2}bz + \frac{31}{4}bb = 0.$

$(B) \ldots zy - \frac{3}{2}by - bz + \frac{3}{2}bb = 0.$

$(C) \ldots yy - 2by + \frac{1}{3}zz - bz + \frac{5}{3}bb = 0.$

Or il eſt viſible, 1°. Que ces trois lignes *auxiliaires*, dont la premiere eſt une Ellipſe, la ſeconde une ligne droite parallele à l'axe GQ, la troiſieme une autre Ellipſe; il eſt, dis-je, évident que ces trois lignes auxiliaires †, étant décrites ſur l'axe GQ de la courbe $MBmA$, ſe rencontrent toutes les trois en un point B, auquel l'abſciſſe GT (z), commune aux trois lignes auxiliaires, eſt $= b$, & où l'ordonnée BT (y) commune aux trois mêmes lignes eſt auſſi $y = b$.

2°. Il eſt conſtant que ce point d'interſection B des trois lignes *auxiliaires*, tombe ſur la ligne du 4me ordre $MBmA$: car la ſubſtitution de b, au-lieu de (z), & celle de b, au-lieu de u, dans l'Equation de la courbe, déſignée ci-deſſus par la caractériſtique (Ω), fait évanouïr tous les termes de cette Equation.

Donc la courbe $MBmA$, dont la nature eſt exprimée par l'Equation (Ω), a un point triple.

* *Art.* 152.

† *On ne les a pas tracées dans la Figure* 70, *dans la crainte d'y cauſer trop de confuſion, mais il eſt aiſé de les ſuppléer.*

triple. Donc ſi l'on prend, ſur l'axe GQ, la partie $GT=b$, & ſur une droite TB, parallele à l'ordonnée principale GL & menée par le point T, la partie $TB=b$, le point B ſera le point triple de cette courbe $MBmA$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLVII. Si l'on veut maintenant connoître la nature de ce point triple B, il faut (*Art.* 54. *premier Mém.* & 137.) differentier trois fois l'Equation (Ω) de cette courbe, il en réſultera l'Equation ſuivante marquée par (Σ),

$$(\Sigma)\ldots\left\{\begin{matrix}+6u\\-6b\end{matrix}\right\}du^3\left\{\begin{matrix}+6z\\-9b\end{matrix}\right\}dzdu^2\left\{\begin{matrix}+6u\\-6b\end{matrix}\right\}dz^2du\left\{\begin{matrix}+\frac{15}{2}z\\-\frac{21}{2}b\end{matrix}\right\}dz^3=0.$$

dans laquelle on ſubſtituera, au-lieu de (z) & de (u), leurs valeurs au point triple B, qui ſont (*Art. précéd.*) $z=b$ & $u=b$. Cette ſubſtitution réduit l'Equation (Σ) à celle que l'on voit ici en (P),

$$(P)\ldots\ldots\frac{dz^3}{du^3}+\frac{dz}{du}=0.$$

dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du}=0$, $\frac{dz}{du}=\sqrt{-1}$ & $\frac{dz}{du}=-\sqrt{-1}$, ce qui fait voir

que des trois tangentes de la courbe au point triple B, il y en a deux imaginaires & une réelle, & par conſéquent que ce point triple B * eſt cauſé par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe. Mais, puiſque la racine réelle, de l'Equation (P), eſt $\frac{dz}{du} = 0$, il eſt viſible que la tangente réelle, du point triple B, eſt parallele à l'ordonnée principale GL, & qu'elle ſe confond par conſéquent avec l'ordonnée particuliere BT.

REMARQUE II.

CLVIII. On peut remarquer ici, au ſujet de cette courbe, 1°. Que la droite BA, menée par le point triple B, parallelement à l'axe GQ, eſt le diametre de la courbe $MBmA$, dont la nature eſt exprimée par l'Equation (Ω) †.

2°. Qu'en prenant ſur le diametre BA, du côté où les (z) ſont poſitifs, le point A, tel que BA ſoit $= \frac{2}{7}b$, le point A eſt celui où la courbe coupe ſon diametre parallelement à l'ordonnée principale GL.

3°. Que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale GL, entre les points B & A, rencontrent toujours la courbe en deux points M & m; au-lieu que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale GL, au-delà du point A, du côté où les abſciſſes ſont

* *Art. 54. premier Mém. & 137. n. 3.* † *Art. 156.*

ſont poſitives, ou au-delà du point B, du côté où les abſciſſes ſont négatives, ou bien entre les droites BT, GL, ne rencontrent jamais la courbe, à quelques diſtances qu'elles ſoient des points A & B. D'où il ſuit que la courbe en queſtion n'a que deux branches BMA, BmA, qui ſe réuniſſent en A & en B, & une ovale infiniment petite, adhérante en B; enſorte que cette courbe pourroit être nommée *Ovale ponctuée* du 4me ordre, à cauſe qu'il y a, en B, une ovale infiniment petite, qui y eſt, pour ainſi dire, réduite en un ſeul point.

AVERTISSEMENT.

Nous finirons ici la théorie des Points multiples, dont les Lignes du 4me ordre ſont ſuſceptibles, en avertiſſant néanmoins que ce qu'on a dit (Propoſition VII.) * *ſur la maniere de trouver ſi une Ligne du 4me ordre a un, deux, ou trois points doubles, &* (*Propoſition XIII.*) † *ſur la maniere de trouver ſi une Ligne du 4me ordre a un point triple, peut s'appliquer aux Lignes algébriques d'un ordre quelconque. Il n'eſt même pas difficile de voir,* 1°. *Que la méthode indiquée dans l'Art.* 152 *de ce Mémoire, pour trouver ſi une Ligne donnée du 4me ordre a un point triple, peut aiſément s'appliquer à ce Problême général:* Une Ligne algébrique de l'ordre n étant donnée, trouver ſi elle a un point multiple de l'ordre $n-1$. 2°. *Que la méthode, indiquée dans l'Art.* 90 *du ſecond Mémoire, pour trouver ſi une Ligne algébrique du 4me ordre a des*

* *Art.* 90. *premier Mém.* † *Art.* 152.

des points doubles, peut aiſément s'appliquer à ce Problême général: Une Ligne algébrique du n^e. ordre étant donnée, trouver ſi elle a des points multiples, dont la multiplicité ſoit exprimée par $n-2$. 3°. *Enfin qu'on peut, en ſuivant la route qu'on a tenue dans la Solution des Problêmes des Art.* 90 & 152, *trouver celle qu'il faut tenir pour arriver à la Solution de celui-ci:* Une Ligne algébrique du n^e. ordre étant donnée, trouver ſi elle a des points multiples, dont la multiplicité ſoit exprimée par $n-3$, ou par $n-4$, ou bien par $n-5$, ou par $n-6$, & ainſi des autres.

On donnera, dans les Sections qui ſuivront ce Mémoire, l'énumeration des Lignes du 4me ordre, tout ce qu'on a dit juſqu'ici n'étant encore que les Principes généraux ſur leſquels cette énumeration eſt fondée. Il n'a pas été poſſible de faire imprimer tout l'Ouvrage dans les Mémoires d'une même année.

DE L'ADHERENCE

DES PARTIES DE L'AIR ENTRE ELLES,

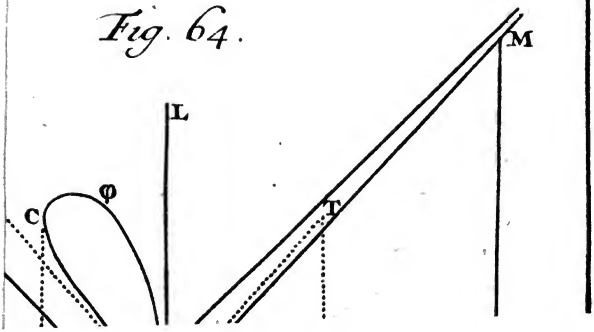
Et de leur adhérence aux Corps qu'elles touchent.

Par M. PETIT le Medecin. *

DE toutes les choſes néceſſaires pour la continuation de notre vie, il n'y en a point

* 10 Fevrier 1731.

Fig. 64.

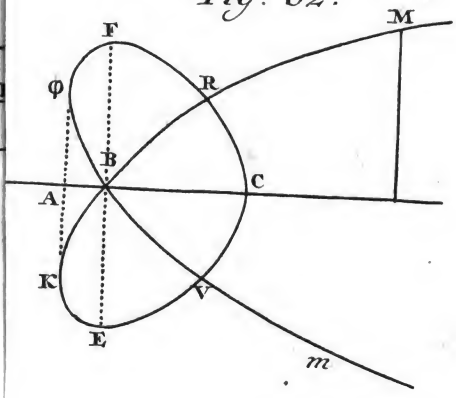


* *V. Boyle tom* 1. *suspic. de latentib. quibusdam qualitat. aëris*, *p.* 1. où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogene.

uation de notre [illegible] point

731.

Fig. 62.



* *V. Boyle tom* 1. *ſuſpic. de latentib. quibuſdam qualita aëris*, *p.* 1. où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogene.

:o Fevrier 1731.

point de plus importante que l'Air. Nous pouvons vivre pluſieurs jours ſans boire & manger, mais nous ne pouvons reſter que quelques momens ſans reſpirer. Il faut néceſſairement de l'Air, pour conſerver la circulation du Sang & des Eſprits, en quoi conſiſte la vie. Ce fluide nous environne toujours, nous y ſommes comme dans un bain perpétuel; il fait la principale partie de l'Atmoſphere; il y eſt mêlé avec des parties aqueuſes, ſalines, ſulfureuſes, terreſtres, &c. * entre leſquelles coule la matiere éthérée qui en eſt, pour ainſi dire, l'ame, & qui avec l'Air, les entretient toutes en mouvement. Il entre dans la compoſition de tous les Corps animés & inanimés. C'eſt l'Air, aidé de la matiere éthérée, qui produit les changemens qui leur arrive. C'eſt par ſon reſſort qu'il produit les ébullitions, les fermentations, les fulminations. Il eſt le principal agent dans la génération, la nourriture, l'accroiſſement, & le mouvement des Animaux, des Plantes & des Minéraux.

Toutes les nouvelles connoiſſances que nous pouvons nous procurer ſur les propriétés de l'Air, nous ſeront toujours importantes. Nous connoiſſons ſon reſſort qui fait ſa condenſation & ſa raréfaction, & par lequel il opere tant de merveilles. Nous allons faire voir dans ce Mémoire, par des expériences, que les parties de l'Air ſont adhéren-

* *V. Boyle tom* 1. *ſuſpic. de latentib. quibuſdam qualitat. aëris*, *p.* 1. où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogene.

rentes à tous les Corps qu'elles touchent, & ſont auſſi adhérentes entre elles.

Il y a peu de perſonnes qui ne ſe ſoient apperçues des bulles d'air qui ſe forment au fond des vaſes dans leſquels on met de l'eau, & ſur les corps que l'on jette dans cette eau; mais on n'a pas pouſſé plus loin cette obſervation.

L'attention que j'ai à tout ce qui ſe paſſe dans mes expériences, m'a fait appercevoir, en faiſant des diſſolutions de Sels, qu'il ſe formoit des bulles d'air ſur la ſuperficie de ces Sels au fond de l'eau; mais encore, qu'il s'élevoit de tems en tems quelques-unes de ces bulles qui enlevoient perpendiculairement avec elles des molécules de Sel juſqu'à la ſuperficie de la liqueur, où les bulles ſe diſſipoient, & les molécules des Sels retomboient au fond de la liqueur. Cela ſe voit bien dans la diſſolution de Sel armoniac, & dans la diſſolution de Sublimé corroſif. J'ai obſervé la même choſe dans la diſſolution du Fer, du Zinc, des Yeux d'Ecreviſſe, du Corail, de la Chaux, dans l'Eſprit de Vitriol: mais pour le bien voir, il faut temperer ce diſſolvant avec égale partie d'eau; car lorſqu'il eſt pur, il agit d'une maniere confuſe & tumultueuſe, l'ébullition empêche que l'on ne diſtingue les parties métalliques ou terreſtres enlevées par les parties d'air.

On obſerve pluſieurs choſes dans ces expériences. 1°. Les bulles d'air ſont toujours plus groſſes que les molécules de Sels & de Métaux qu'elles enlevent. 2°. Les bulles d'air les plus groſſes enlevent de plus groſ-

ſes

ſes molécules. Il y a des bulles qui ont juſqu'à une ligne & demie de diametre, qui enlevent des molécules de Sels de demi-ligne d'épaiſſeur. 3°. Les bulles d'air s'étant élevées à la ſuperficie de la liqueur, ſe diſſipent en ſe réuniſſant à l'air extérieur; & les molécules que ces bulles ont enlevées, ſe précipitent dans le moment au fond de la liqueur *. 4°. Lorſque les bulles d'air ne ſe diſſipent pas, comme il arrive quelquefois, les molécules de Sel ou de Métal ne ſe précipitent pas, & reſtent attachées aux bulles d'air. 5°. Il y a des molécules qui ſe précipitent avant qu'elles ſoient parvenues à la ſuperficie de la liqueur. Elles abandonnent les bulles d'air, qui continuent leur chemin juſqu'à la ſuperficie de la liqueur; ce qui arrive lorſque les bulles d'air n'ont pas une groſſeur proportionnée à la peſanteur des molécules, qui ſe trouvant trop peſantes, ſe ſéparent facilement des bulles d'air. Cela ſe rencontre fréquemment dans la diſſolution des Métaux, & rarement dans la diſſolution des Pierres & des Sels. C'eſt pour cette même raiſon qu'il y a des bulles d'air qui reſtent au fond de la liqueur, attachées aux molécules des Sels & des Métaux, trop peſantes pour être enlevées par la bulle. 6°. Lorſque les bulles ſont fort groſſes, & qu'elles enlevent des molécules peſantes, il eſt facile de s'apper-

ce-

* *V. Leeuwenhoek, tom. 2. pag. 3.* où il parle de la quantité d'air qui ſort d'un morceau d'Yeux d'Ecreviſſe gros comme un grain de Sable très fin, & qui eſt élevé à la ſuperficie de la liqueur par ces bulles, & qui retombe au fond après que les bulles ſont diſſipées.

cevoir que ces bulles ſont un peu allongées de haut en bas.

Après cela, il n'eſt pas difficile de découvrir la raiſon pourquoi les bulles d'air enlevent avec tant de facilité des molécules de corps ſolides, malgré la peſanteur ſpécifique de ces corps par rapport à celle de l'air, qui eſt le corps le plus léger que nous connoiſſons. C'eſt par cette même légereté qu'il enleve ces molécules; mais il ne peut le faire ſans que les bulles ne ſoient, pour ainſi dire, attachées aux molécules des corps par l'adhérence qu'ils ont contractée enſemble au moment de leur contact. Les molécules ne ſont adhérentes qu'à quelques-unes des particules de l'air qui compoſent les bulles, il eſt facile de s'en convaincre par la vue: il faut donc que les particules de l'air ſoient adhérentes les unes aux autres, ſans quoi la peſanteur des molécules les ſépareroit facilement, & ces molécules ne pourroient être enlevées; il faut même que cette adhérence ſoit forte, pour ſoutenir le poids que les bulles d'air enlevent.

Il ſe forme des bulles ſur d'autres corps que ſur les Sels. Il s'en forme de groſſes ſur le Fer, l'Antimoine, de moyennes ſur le Zinc, le Biſmuth, le Cuivre, l'Etain, le Plomb, les Pierres & tous les Corps pierreux, & principalement ſi on ſe ſert de morceaux caſſés ou rompus. Il ne ſe forme point, ou très peu de bulles apparentes ſur l'Or, l'Argent, l'Etain, le Plomb, le Fer, & généralement ſur tous les Métaux qui ont été polis & planés, & ſur le Mercure. L'on n'en apper-

perçoit point ſur le Verre, à moins qu'il ne ſoit caſſé, & pour-lors il s'en forme ſur les caſſures. C'eſt ce qui fait qu'il ne s'en forme point d'apparentes ſur la ſuperficie interne des fioles dans leſquelles on met de l'eau, à moins qu'il n'y ait de la craſſe, ou quelque bulle de Verre qui produiſe quelque inégalité où il ſe forme des bulles d'air. C'eſt ce que j'ai remarqué, en faiſant les expériences ſuivantes.

J'ai pris pluſieurs petites fioles, j'y ai mis de l'eau juſqu'au bas du goulot. J'ai ajouté dans l'une, des pointes de clous neufs de maréchaux, les clous ſe ſont garnis de bulles d'air; j'ai ſecoué la fiole, les bulles ont quitté le Fer, & ſe ſont élevées à la ſuperficie de la liqueur où elles ſe ſont diſſipées. Si on a pris garde à l'endroit où l'eau étoit élevée dans le goulot, on remarque qu'après avoir diſſipé les bulles, l'eau eſt baiſſée aſſez conſiderablement.

J'ai mis dans une autre fiole de l'Antimoine caſſé en petits morceaux, il s'y eſt formé de groſſes bulles d'air, dont quelques-unes avoient 1 ligne $\frac{1}{2}$ ou environ de diametre. Il y en avoit d'autres plus petites. Ces bulles étoient ſi adhérentes, que l'on avoit beaucoup de peine à les détacher par les ſecouſſes que l'on donnoit à la fiole, malgré la groſſeur des bulles, qui ſe diſſipent & ſe détachent facilement des autres corps à la moindre ſecouſſe que l'on donne à la fiole.

J'ai mis dans d'autres fioles, du Zinc, du Biſmuth, du Cuivre, de l'Argent, de l'Etain, du Plomb, caſſés ou rompus par mor-

ceaux, qui n'ont pas produit de ſi groſſes bulles que le Fer & l'Antimoine: il n'en paroiſſoit point du tout ſur les parties de ces corps qui étoient bien polies. Nous verrons dans la ſuite de ce Mémoire qu'il y en a, mais elles ſont ſi petites qu'elles échapent à la vue.

Il s'agit préſentement de chercher la raiſon pourquoi il ſe forme de ſi groſſes bulles ſur les corps qui ont la ſuperficie inégale. Cette inégalité ne conſiſte que dans des élévations & des enfoncemens dans leſquels l'air ſe loge, & y reſte attaché. Auſſi-tôt que ces corps ſont ſous l'eau, ils ſont comprimés dans toute leur ſurface, l'eau peſe deſſus, & par conſéquent ſur l'air qui y eſt attaché, elle pouſſe cet air de tous les côtés, elle le chaſſe de tous les endroits les moins raboteux, ſelon qu'ils ſont plus ou moins inclinés; enfin de quelque maniere que l'eau agiſſe ſur l'air, elle le preſſe, & le raſſemble en des molécules qui, aidées par la preſſion de la matiere étherée, les rendent ſphériques, ou à peu près ſphériques, & dont la partie inférieure & laterale eſt attachée dans le fond des petites cavités de ces corps. Il ne faut pas s'étonner ſi les bulles ſont d'autant plus groſſes que ces cavités ſont grandes, car pour-lors elles aſſujettiſſent d'autant plus de parties d'air. Il n'y a que des bulles très fines ſur des corps polis, parce que la preſſion eſt égale dans toute l'étendue de la ſurface, & qu'elles n'y ſont adhérentes que par des baſes très étroites.

J'ai dit que l'eau pouſſe & raſſemble l'air

en

en bulle, en le détachant de la ſuperficie des corps polis. Voici des expériences qui peuvent appuyer cette conjecture.

Je prends une boule de Verre de Thermometre, dont le col a environ 1 pouce de longueur, & 2 lignes de diametre intérieur. J'attache avec du maſtic un plomb au bas de la boule, pour la tenir facilement dans l'eau; je plonge cette bouteille, le col en-bas, dans le col d'une autre bouteille pleine d'eau. Je remarque, 1°. Que l'eau repouſſe l'air dans le goulot, à proportion de la profondeur où l'on met le goulot de la bouteille, par la compreſſion que l'eau y fait. 2°. Que l'eau qui touche l'air dans le goulot fait d'abord un plan avec l'air, après quoi on s'apperçoit que l'eau pouſſe l'air, & le chaſſe de la ſurface interne du goulot. Si le goulot eſt bien ſec, cet air devient peu à peu convexe, & l'eau qui le touche eſt concave.

Il n'arrive pas la même choſe, ſi l'on plonge la bouteille le goulot en-haut. L'eau qui peſe ſur l'air ne le condenſe pas comme dans l'expérience précédente, mais l'on voit dans cette dernière que l'eau détache peu à peu les parties de l'air de la ſurface interne du goulot de la bouteille.

Si l'on ſe ſert de bouteilles, dont le goulot ſoit de plus de 2 lignes de diametre, comme de 2 lignes ½ & plus, l'eau s'écoule peu à peu dans le fond de la bouteille, & pouſſe l'air au dehors du goulot, où il fait un mammelon, qui ayant plus de liberté de ſe dilater que dans le goulot où il eſt contraint, ſe détache tout d'un coup, & dans ce moment

on voit très clairement l'eau qui s'écoule dans le globe de la bouteille entre l'air & la ſurface interne du globe, puis l'eau coule plus doucement, & d'une maniere preſque inviſible, & recommence à repouſſer l'air au dehors juſqu'à ce qu'il s'en ſépare une bulle. Ainſi l'air ſort de la bouteille par vibrations, qui ſe font d'autant plus vîte que le goulot eſt plus large; ſi l'on examine ce goulot par ſa partie ſupérieure, on remarque un eſpace entre l'air & la ſurface interne du goulot.

Ce qui prouve encore ce que je viens de dire, c'eſt que ſi la bouteille que l'on plonge dans l'eau eſt bien ſeche intérieurement, la premiere vibration eſt plus longtems à ſe faire, parce qu'il faut un peu de tems pour que l'eau puiſſe détacher l'air de la ſurface du Verre.

Quelques Phyſiciens ont dit que les corps qui tombent dans l'eau y entrainent de l'air, & qu'ils en entrainent d'autant plus que ces corps ſont gros, & qu'on les laiſſe tomber de plus haut; ce qu'ils ont remarqué en faiſant des expériences avec des balles de Plomb. Il eſt bien vrai que ces corps entrainent de l'air avec eux: mais il n'y a point de proportion entre la petite quantité d'air que ces corps entrainent avec eux, & la groſſeur & la quantité de bulles qui s'élevent de l'eau en laiſſant tomber de fort haut une balle de Plomb dedans; ce n'eſt point cet air qui produit ces groſſes bulles. En voici la cauſe.

Plus les corps qu'on laiſſe tomber dans l'eau ſont gros, plus il s'éleve d'air de l'eau; & il s'en éleve d'autant plus qu'on les laiſſe tom-

tomber de plus haut, qu'ils ſont d'une matiere plus peſante, & que leur ſuperficie eſt plus inégale. Mais on n'a pas pris garde, 1°. Que plus les corps ſont gros, & qu'ils tombent de plus haut, plus ils frappent rudement la ſuperficie de l'eau qu'ils écartent avec d'autant plus de force & de quantité ſur les côtés du vaſe, d'où elle revient vers le milieu, en formant une eſpece d'arc ou de voûte qui fait qu'elle envelope d'autant plus d'air que cet arc eſt grand. 2°. Que cet air envelopé forme pluſieurs bulles plus ou moins groſſes, qui ſuivent ce corps à proportion de leur groſſeur: les plus petites le ſuivent plus profondément dans l'eau, & les plus groſſes s'élevent avec plus de vîteſſe à la ſuperficie de l'eau. Et ce qui prouve que c'eſt l'eau écartée qui envelope beaucoup d'air en revenant ſur elle-même, c'eſt que ſi on les laiſſe tomber doucement & très près de la ſuperficie de l'eau, il ne s'éleve que peu ou point de bulles, & il ſe trouve de petites bulles formées ſur ces corps au fond de l'eau, comme nous l'avons dit ci-deſſus.

Ce n'eſt donc point l'air adhérent aux corps que l'on laiſſe tomber dans l'eau, ou celui qu'ils entrainent, qui produit ces groſſes bulles; car ſi l'on mouille ces corps, & que par ce moyen on chaſſe tout l'air qui y eſt adhérent, avant de les laiſſer tomber dans l'eau, ils ne laiſſent pas de produire la même quantité de bulles qu'ils ont produit étant ſecs, ſuivant les differentes hauteurs qu'on les laiſſe tomber.

Il ne ſe forme point de bulles ſur les corps

ſecs qu'on laiſſe tomber à ces hauteurs dans l'eau, comme il s'en forme lorſqu'on les y laiſſe tomber près de la ſuperficie de l'eau & doucement, parce que l'air attaché à ces corps en eſt chaſſé en frappant l'eau rudement, & par le mouvement & les ſecouſſes excitées dans l'eau.

Puiſque l'air ſe rend adhérent à la ſuperficie des Métaux, on ne doit plus être étonné de voir nager ſur l'eau des Aiguilles de Fer & d'Acier que l'on y expoſe doucement, quoique le Fer & l'Acier ſoit ſept fois & demi ou environ plus peſant que l'eau.

Si l'on examine bien une Aiguille qui nage ſur l'eau, on remarque, 1°. Qu'elle y eſt un peu enfoncée par ſa peſanteur, qui forme autour de l'Aiguille une courbure à l'eau, & dénote la preſſion que l'Aiguille fait par ſon poids, qui fait effort pour diviſer les parties de l'eau qui ſont adhérentes entre elles, & qui réſiſtent à leur diviſion. On remarque, 2°. Qu'il n'y a que le deſſous de l'Aiguille qui touche l'eau qui s'y eſt rendue adhérente, en chaſſant & pouſſant les parties d'air vers les côtés où l'on voit les inégalités qu'elles produiſent ſur l'eau, & qui empêchent les parties de l'eau de s'y attacher. Il y a donc deux cauſes qui font nager l'Aiguille ſur l'eau. 1°. L'adhérence des parties de l'eau entre elles, qui réſiſte au poids de l'Aiguille qui fait effort pour la diviſer. 2°. L'adhérence des parties de l'air autour de l'Aiguille, qui empêche les parties de l'eau de la ſurmonter, ce qui eſt abſolument néceſſaire pour faire couler l'Aiguille au fond de l'eau.

Si

Si l'on retranche une de ces deux cauſes, l'Aiguille tombera au fond de l'eau. 1°. Il n'y a qu'à trouver le moyen d'empêcher que les parties de l'eau ne ſoient point ſi adhérentes entre elles, & pour cela il faut faire chauffer l'eau; la raréfaction que la chaleur produit dans l'eau, en écarte un peu les parties les unes des autres, elles ont pour-lors moins d'adhérence ou point du tout entre elles, & ſont diviſées avec facilité par le poids de l'Aiguille qui tombe au fond de l'eau.

2°. Si l'on humecte l'Aiguille avec de l'eau avant de la poſer ſur l'eau, elle ne pourra jamais s'y ſoutenir pendant une demi-ſeconde. Qu'a-t-on fait en mouillant l'Aiguille? on a chaſſé les parties de l'air qui y étoient adhérentes, & l'eau a pris la place de l'air; ainſi l'eau, qui n'a plus d'air à chaſſer de la ſurface de l'Aiguille, la ſurmonte facilement, s'y éleve, appuye deſſus, & la précipite au fond de l'eau. On produit le même effet en chauffant l'Aiguille; car la chaleur, en raréfiant l'air, augmente le mouvement de ſes parties les unes à l'égard des autres, il perd une partie de ſon adhérence avec le Fer, & en eſt chaſſé facilement par l'eau.

Les corps nagent avec d'autant plus de facilité ſur l'eau, qu'ils ont plus de ſurface par rapport à leur peſanteur; non ſeulement parce qu'il y a une plus grande quantité de parties d'air adhérente à ces corps, mais encore parce qu'ils ont plus de parties d'eau à diviſer. J'ai mis des Epingles ſur l'eau, qui peſoient deux grains, & qui avoient 16 à 17 lignes de longueur, elles ont nagé ſur l'eau;

mais celles qui pesoient 3 grains, & qui n'avoient pas plus de longueur, n'ont pu s'y soutenir : néanmoins des lames de Cuivre d'un bien plus grand poids, s'y sont soutenues à cause de leur grande surface. J'ai pris une lame de Cuivre épaisse d'un quart de ligne, large de 2 lignes $\frac{1}{4}$, longue de 4 pouces, c'est 396 lignes, qui font 2 pouces $\frac{1}{4}$ de surface, elle pesoit 30 grains, elle a nagé sur l'eau; néanmoins un filet de Cuivre quarré qui pesoit 28 grains, épais d'une ligne, long de 4 pouces, n'a pu nager sur l'eau, parce qu'il a moins de surface.

Une autre lame de Cuivre, longue de 6 pouces, large de 7 lignes, c'est 504 lignes de surface, qui font 3 pouces $\frac{1}{2}$, épaisse d'un demi-tiers de ligne, qui pesoit 2 gros 25 grains, a fort bien nagé sur l'eau.

Après ces expériences, on ne sera pas étonné de voir nager sur l'eau des corps de moindre poids & d'une bien plus grande étendue & de surface.

Il y a environ cinq ans que je communiquai à M. de Reaumur mes expériences sur l'adhérence des parties de l'air ; il me dit qu'en faisant des expériences avec des feuilles d'Or, il en avoit mis une sur l'eau: elle y nageoit très bien, & ne put couler à fond, quelque chose qu'il pût faire. Il mit sur cette feuille de la grenaille de Plomb une certaine quantité, qu'elle soutint fort bien sur l'eau ; mais en ayant mis davantage, elle coula à fond : ensuite il remarqua que les coins de cette feuille, où il n'y avoit point de grenaille, s'élevoient du fond de l'eau

vers

vers ſa ſuperficie. Il fit l'expérience d'une autre maniere. Il mit une feuille d'Or au fond d'un vaiſſeau, il la chargea de grenaille de Plomb, & n'en mit point ſur les coins, il verſa de l'eau dans ce vaiſſeau; la feuille d'Or reſta au fond, mais les coins ſe releverent.

J'ai répété les mêmes expériences non ſeulement avec des feuilles d'Or, mais auſſi avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain & de Plomb. J'ai pris une feuille d'Or quarrée qui avoit 3 pouces 3 lignes de largeur, cela fait 10 pouces $\frac{1}{2}$ de ſurface, elle peſoit $\frac{1}{4}$ de grain *. Je l'ai miſe ſur l'eau, je l'ai chargée de petites pieces de Cuivre en filets & en plaques, elle a ſoutenu la peſanteur de 4 gros; mais en ajoutant quelque choſe de plus, elle a coulé à fond. Elle en ſoutiendroit davantage, ſi ces feuilles ne ſe fendoient pas avec tant de facilité. Il faut ſe ſervir de pieces de Cuivre, ou d'autre métail, menues & longues, & les bien ranger dans toute l'étendue de la feuille, & de cette maniere elles ſoutiennent un plus grand poids. J'ai mis une feuille d'Or au fond du vaiſſeau, ſans la charger d'aucun poids; j'ai verſé de l'eau dans le vaiſſeau, la feuille s'eſt élevée dans le moment ſur l'eau, quelque précaution que j'aye pris pour verſer l'eau le plus doucement qu'il a été poſſible; bien plus, c'eſt que j'ai placé cet-

* Boyle, au rapport de Graveſende, *tom.* 1. *p.* 7. dit que 50 pouces quarrés de feuilles d'Or peſent ſeulement un grain.

M. de Reaumur a trouvé qu'un grain d'Or battu en feuilles avoit une étenduc de 36 pouces quarrés & demi & 24 lignes quarrées. *Mém. de l'Acad.* 1713. *p.* 203.

cette feuille au fond du vaiſſeau, je l'ai chargée juſqu'à un certain point, j'ai verſé de l'eau dans le vaſe, la feuille s'eſt élevée ſur l'eau, & a enlevé le poids dont elle étoit chargée. Si on la charge d'un plus grand poids, & ſeulement le milieu, de la maniere dont je viens de le dire, ſi on verſe l'eau doucement, la feuille reſte au fond, mais les bords n'étant point chargés, ſe relevent vers la partie ſupérieure de la liqueur. J'ai examiné la ſurface de ces coins avec une bonne Loupe; j'y ai vu, mais fort obſcurément, de petites bulles d'air plus fines les unes que les autres, & en petite quantité. On ne les voit pas en Hiver comme en Eté, ou très peu, à cauſe de la condenſation de l'air: il y en a ſans doute un bien plus grand nombre, que l'on ne peut appercevoir à cauſe de leur extrême petiteſſe.

J'ai fait la même expérience avec une feuille d'Argent quarrée, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces $\frac{1}{4}$ de ſurface, elle peſoit demi-grain; étant chargée, comme je l'ai dit, de la feuille d'Or, elle a ſoutenu le poids de 5 gros $\frac{1}{2}$. J'ai mis une pareille feuille au fond du vaiſſeau, que j'ai chargée de 6 gros peſans; les bords ſe ſont relevés comme celle de l'Or, après y avoir verſé de l'eau, & reſtent en cet état tant qu'on n'y touche pas. Je les ai facilement abbaiſſées & aſſujetties au fond du vaſe; mais pour peu que l'on remue le vaiſſeau, ou l'eau qui eſt dedans, les bords de la feuille ſe relevent & ſe tiennent relevés.

Les feuilles de Cuivre ont produit le même

me effet. Elles ne peſent pas plus que celles de l'Argent, elles ſont néanmoins plus fermes, & ne ſe caſſent pas avec tant de facilité que celles de l'Or, de l'Argent & de l'Etain; c'eſt ce qui fait qu'étant étendues ſur l'eau, on peut les charger d'un plus grand poids. Une de ces feuilles ſoutient environ une once peſant, ſans couler à fond.

Une feuille d'Etain, longue de 3 pouc. $\frac{1}{12}$, large de 3 pouc. 7 lignes, cela fait 13 pouces $\frac{100}{144}$, à peu-près $\frac{2}{3}$ de ſurface, peſant 6 grains, a ſoutenu le poids d'un plus de 6 gros.

Une feuille de Plomb, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces $\frac{4}{12}$ de ſurface, & qui peſoit 14 grains, a nagé ſur l'eau, & y a ſoutenu le poids de 7 gros. J'ai mis une de ces feuilles au fond du vaiſſeau, je ne l'ai chargée d'aucun poids, j'ai verſé de l'eau très doucement, la feuille eſt reſtée en cet état; mais ſans cette précaution, la feuille s'éleve ſur l'eau, & y reſte. Si ſans charger les coins de cette feuille, on la tient aſſujettie au fond de l'eau avec un poids, les coins ſe relevent en verſant l'eau un peu moins doucement, mais ils retombent peu-à-peu; ce qui qui n'arrive pas aux feuilles d'Or, d'Argent, de Cuivre & d'Etain.

A conſiderer la grande ſurface de ces feuilles, joint à la légereté dont elles ſont, il ſemble d'abord qu'elles peuvent être ſoutenues par la ſeule adhérence des parties d'eau entre elles qui réſiſtent à leur diviſion; mais il eſt difficile de bien comprendre comment ces feuilles, étant poſées au fond du vaiſſeau, ſe relevent ſur l'eau que l'on verſe dans ce vais-

vaiſſeau, principalement ſi l'on verſe l'eau deſſus la feuille d'Or, enſorte qu'elle la couvre entierement avant qu'elle puiſſe ſe relever; & comment elles ſe relevent chargées d'un poids aſſez conſiderable, qu'elles enlevent avec elles. Il ſemble que lorſque ces feuilles ſont une fois recouvertes d'eau, la même adhérence des parties d'eau, jointe à leur poids, devroit empêcher ces feuilles de ſe relever, de même qu'elle les empêche de tomber au fond, lorſqu'elles ſont ſur l'eau; car l'adhérence des parties de l'eau doit avoir la même force pour réſiſter à l'élévation de la feuille, qu'elle en a pour empêcher ces feuilles d'Or d'être précipitées par leur peſanteur ſpécifique, qui eſt dix-neuf fois plus forte que celle de l'eau: il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui oblige ces feuilles de s'élever. Cette force n'eſt ſans doute autre choſe que des molécules d'air aſſez fines pour échaper à notre vue, & qui, toutes inviſibles qu'elles ſont, ne laiſſent pas de vaincre par leur légereté la peſanteur de ces corps. Voici une expérience qui peut appuyer ma penſée. J'ai pris une feuille d'Or, je l'ai chiffonnée entre mes doigts, j'en ai fait un peloton, que j'ai preſſé de toutes ſortes de manieres; je l'ai jetté dans l'eau, j'ai fait ce que j'ai pu pour le faire aller au fond, il a toujours nagé ſur l'eau. Je me ſuis bien imaginé qu'il y avoit encore beaucoup de parties d'air que je ne pouvois chaſſer par ce moyen, car je ne faiſois au plus que les preſſer avec mes doigts, & ſuppoſé que je l'euſſe chaſſé, il en revenoit s'attacher de nouveau auſſi-

auſſi-tôt que je retirois mes doigts de deſſus le peloton; ce qui m'a obligé de preſſer ce peloton dans l'eau pour l'humecter, & pour chaſſer par ce moyen, tout l'air qui pouvoit y être encore adhérent: je l'ai remis dans l'eau, il eſt tombé au fond. La choſe a réuſſi de même avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain; mais pour la feuille de Plomb, après l'avoir un peu chiffonnée ſans l'humecter, elle eſt tombée au fond de l'eau, & y eſt reſtée.

Les expériences que j'ai faites avec l'huile d'Olive & l'huile d'Amande douce, prouvent encore aſſez bien, que la ſeule adhérence des parties d'eau entre elles ne peut faire nager ſur l'eau des feuilles d'Or & d'Argent chargées d'un poids médiocre. Ces huiles ont moins de fluidité que l'eau commune, elles paroiſſent plus viſqueuſes; les parties qui les compoſent, ont ſans doute plus d'adhérence entre elles que celles de l'eau, & quoique ces huiles ſoient plus légeres que l'eau (elles ſont à l'eau environ comme 12 à 13, l'huile d'Amande douce eſt pourtant un peu plus peſante que l'huile d'Olive,) je comptois que l'adhérence de leurs parties ſuppléeroit à leur légereté. Les feuilles d'Or & d'Argent ont fort bien nagé ſur ces huiles, mais il n'a fallu qu'un filet de Cuivre peſant deux grains pour couler à fond une feuille d'Or quarrée qui avoit 16 lignes de largeur, c'eſt 256 lignes de ſurface, ce qui fait environ un pouce ¼. Il n'a fallu que 10 grains peſant de filets de Cuivre pour couler à fond une feuille d'Argent quarrée qui avoit 20 lignes de lar-

largeur, c'eſt 400 lignes de ſurface, qui font 2 pouces $\frac{3}{4}$ ou environ.

Lorſque ces feuilles ont été au fond de l'huile, leurs coins ſe ſont relevés, & ont reſté en cet état.

J'ai mis de pareilles feuilles au fond d'une terrine de terre verniſſée, ſans les charger d'aucun poids; j'ai verſé de l'huile d'Amande douce deſſus, les feuilles ſe ſont relevées, mais non pas juſqu'à la ſuperficie de l'huile, elles ſe ſont tenues aſſez près du fond: c'eſt ſans doute l'adhérence des parties de l'huile qui les a empêchées de s'élever plus haut.

Il n'y a que les feuilles d'Or & d'Argent qui ſe ſoient ſoutenues ſur l'eſprit de Vin, mais elles n'ont pu ſoutenir la peſanteur d'un grain ſans couler à fond; les coins des feuilles ſe ſont pourtant relevés vers la ſuperficie de la liqueur comme elles font dans l'eau, ce qui marque toujours l'adhérence des parties de l'air aux feuilles d'Or & d'Argent, &c.

Puiſque les Métaux nagent ſi facilement dans les liquides, on ſe perſuaderoit aiſément que tous les autres corps durs y nagent de même, quand l'expérience ne nous en convaincroit pas.

L'air s'attache non ſeulement aux corps durs, mais encore aux liquides. L'on ne doute point préſentement qu'ils ne contiennent une grande quantité d'air. L'Eau, le Vin, l'Eſprit de Vin, l'Huile de Terebenthine, en contiennent beaucoup; & cet air eſt ſemblable à celui que nous reſpirons, avec cette difference, qu'il eſt fort condenſé dans l'eau & dans tous les autres liquides. Comment

l'air,

l'air, qui eſt d'une ſi grande légereté, peut-il être renfermé entre les parties de ces liquides ? comment peut-il y être retenu malgré ſa légereté ? s'il n'y avoit quelque force qui l'y retienne, il s'éleveroit bien vîte au-deſſus des parties du liquide. On aura beau dire que la preſſion de l'air extérieur ſur l'eau peut retenir l'air qui eſt dans les pores de l'eau, & l'empêcher de s'échaper ; ſi cela étoit, il n'y auroit point de corps léger que cette preſſion ne puiſſe retenir, d'autant plus qu'ils ſont beaucoup plus peſans que l'air ; nous avons vu le contraire dans les expériences précédentes : d'ailleurs, tout l'air qui eſt dans l'eau devroit s'échaper après avoir pompé l'air extérieur qui preſſe ſur l'eau ; il eſt vrai qu'il s'en échape, mais en ſi petite quantité lorſque l'eau eſt froide, qu'on pourroit bien ſoupçonner que ce n'eſt pas la millieme partie de ce qu'il en ſort lorſque l'eau eſt chaude. Il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui retienne celui qui ne s'échape pas. Cette force ne peut être que l'adhérence qui ſe trouve entre les parties de l'air & celles de l'eau ; il ſemble même qu'il y ait pluſieurs degrés d'adhérence, qui me paroiſſent venir de ce que l'air eſt enfermé & diviſé dans l'eau, non ſeulement par particules, mais encore par molécules formées par un aſſemblage de particules ; & ſuivant le plus ou le moins de particules qui s'uniſſent enſemble, il ſe forme des molécules plus ou moins groſſes, ce qui ſe reconnoit aſſez par les bulles de différentes groſſeurs qui s'élevent dans l'eau, lorſqu'on la met dans le vuide. L'adhérence en-

entre les particules d'air & l'eau eſt plus forte que celle qui eſt entre les molécules d'air & l'eau, parce que les particules préſentent à l'eau plus de ſurface à proportion que les molécules ſont plus petites; ainſi l'adhérence eſt d'autant moins forte que les molécules ſont plus groſſes.

Pour avoir des preuves de ce que j'avance, examinons ce qui ſe paſſe dans l'eau dont on pompe l'air. Je mets de l'eau froide dans un vaiſſeau que j'expoſe ſous un récipient ſur la machine du vuide, & après avoir pompé environ la moitié de l'air qui eſt dans le récipient, il ſe forme des bulles d'air dans l'eau, qui s'élevent ordinairement du fond de l'eau juſqu'à ſa ſuperficie où elles ſe diſſipent. Je continue de pomper l'air, il ſe forme d'autres bulles, quelquefois en plus grande quantité, mais plus en Eté qu'en Hiver: les plus petites que l'on voit, ont $\frac{1}{4}$ de ligne, $\frac{1}{2}$ ligne, & même une ligne de diametre, les plus groſſes ont juſqu'à 2 lignes; mais toutes ces bulles ne ſont pas une grande efferveſcence, parce qu'elles ne ſont pas dans une aſſez grande quantité ni aſſez groſſes: plus elles ſont petites, plus elles ſont rondes. Lorſque l'on a fait le vuide, il ne monte plus de bulles, ou très peu, quelque tems que l'on y tienne l'eau.

Si l'on retire cette eau, qu'on la faſſe tant ſoit peu chauffer, & qu'on l'expoſe ſur la machine du vuide, on la voit ſe raréfier, à meſure que l'on pompe l'air du récipient; les bulles ſont groſſes, quelquefois de 7 ou 8 lignes de diametre, ſelon que l'eau eſt chaude,

de, & font une plus grande effervefcence que lorfque l'on fait bouillir de l'eau fur le feu, à quelque degré de feu que ce foit. Cette effervefcence continue tant que l'eau eft chaude, elle diminue à meſure qu'elle ſe refroidit, & enfin ceſſe lorſqu'elle eſt preſque froide.

Après avoir vu ſortir une ſi grande quantité d'air, on ſeroit volontiers porté à croire que tout l'air que cette eau contenoit s'eſt échapé, & cela devroit être ſi toutes les molécules d'air contenues dans l'eau étoient de la même groſſeur, & s'il n'y avoit point d'adhérence entre les parties d'eau & ces molécules; mais ſi l'on fait derechef chauffer cette eau, & qu'on la remette dans le vuide, il en ſort la même quantité d'air qu'on en a tiré, ſi l'on a pris la précaution de la rendre plus chaude que la premiere fois; car ſi on ne lui donne que la même chaleur, on ne retirera que peu ou point d'air, & l'eau ne fera effervefcence que lorſque l'air du récipient eſt preſque entierement évacué, au-lieu que la premiere fois qu'on la fait chauffer, l'eau ſe met à bouillir au troiſieme, & quelquefois au ſecond coup de pompe, ſelon la quantité d'air que contient le récipient, & le diametre de la pompe. Il en eſt de même de la troiſieme fois qu'on la fait chauffer, car il faut qu'elle ſoit plus chaude qu'elle n'étoit lorſqu'on l'a mis la ſeconde fois; & malgré cela, après quelques coups de pompe, elle ceſſe de faire effervefcence, quoique l'eau ſoit encore auſſi chaude que lorſqu'on l'y a miſe la premiere fois. Si l'on continue de

de la mettre dans le vuide, il faut qu'elle ſoit de plus chaude en plus chaude. Quelqu'un dira peut-être, que ſans s'amuſer à la faire chauffer tant de fois, il n'y a qu'à la rendre tout d'un coup bien chaude, afin de faire d'abord ſortir tout l'air qu'on en veut retirer: mais cela ne ſe peut, car pour-lors, quelque ménagement qu'on puiſſe apporter en pompant l'air, l'ébullition devient ſi forte, & l'effervescence ſi grande, que l'eau s'éleve par deſſus le vaiſſeau, il s'en perd quelquefois tout d'un coup plus des trois quarts, enſorte qu'il n'en reſte pas aſſez pour tenter d'autres expériences, & principalement ſi le vaiſſeau qui contient l'eau eſt étroit. J'en choiſis de bien larges & de bien hauts, autant que le plus grand de mes Récipients le peut permettre; je n'y mets que le tiers ou la moitié d'eau qu'il peut contenir; & malgré tout le ménagement que j'y apporte, l'eau ſe perd peu à peu, l'air en enleve la plus grande partie par évaporation, & l'on retire de l'air tant qu'on a de l'eau à faire chauffer pour remettre dans le vuide.

Malgré la grande condenſation que l'air ſouffre dans l'eau, il n'y a point lieu de douter qu'il ſortiroit entierement de l'eau, même de l'eau froide, s'il n'y avoit pas de l'adhérence entre l'air & l'eau, & comme je l'ai dit, pluſieurs degrés d'adhérence; & voici la raiſon pourquoi il ſort plus facilement & en plus grande quantité de l'eau chaude.

L'eau ne devient chaude que parce qu'il s'y introduit quantité de matieres éthérées, dont les parties ſont dans un mouvement très vio-

violent qu'elle communique à celle qui eſt dans l'eau: les parties de l'air qui ſont dans l'eau ſont raréfiées, leur volume eſt augmenté, elles écartent les parties de l'eau, augmentent leur mouvement de liquidité, & leur font perdre une partie de leur adhérence. Tant que cette eau chaude eſt à l'air libre, la peſanteur de l'athmoſphere retient l'air qui eſt dans l'eau à un point de condenſation qui ne lui permet pas de s'échaper; mais ſi-tôt qu'on met cette eau dans le vuide, l'air qu'elle contient ſe raréfie & s'échape des pores de l'eau.

Ce que je viens de dire de l'adhérence de l'air avec l'eau, ſe doit entendre à peu près de même de l'adhérence de l'air avec le Vin, l'Huile de Terebenthine, l'Eſprit de Vin, les diſſolutions de Sels, & toute autre liqueur, telle qu'elle ſoit; avec cette difference, qu'il eſt moins condenſé dans le Vin, l'Huile de Terebenthine & l'Eſprit de Vin, & toutes les liqueurs qui en participent, & qu'il eſt plus condenſé dans les diſſolutions de Sels dans l'eau. En voici la preuve.

L'air s'échape avec une plus grande facilité du Vin & de l'Huile de Terebenthine que de l'eau, lorſqu'on les met dans le vuide, mais il s'échape bien plus facilement de l'Eſprit de Vin que de toute autre liqueur: il ne s'échape pas ſi facilement des diſſolutions de Sel commun, de Salpêtre & des autres Sels & des Eaux fortes, que de l'eau; l'Huile de Tartre par défaillance eſt la diſſolution dont l'air ſe ſépare moins facilement.

Voilà

Voilà donc les parties de l'air adhérentes aux corps ſolides, & aux corps liquides.

Quoique nous ayons vu ci-deſſus que les parties de l'air ſont adhérentes entre elles, nous allons en rapporter encore des preuves qui me paroiſſent mériter quelque attention. L'on ſait, en bonne Phyſique,* que les corps liquides diffèrent des fluides, en ce que les parties inſenſibles des fluides n'ont aucun mouvement les unes à l'égard des autres: on le voit dans la limaille des Métaux, le Sablon, le Verre & toutes ſortes de Pierres pilées qui ne ſont compoſées que des molécules de ces corps ſolides ſéparées les unes des autres. Les parties inſenſibles dont ces molécules ſont formées, ſont adhérentes entre elles, & dans le repos les unes à l'égard des autres: mais dans les liquides, les parties inſenſibles ſont toujours en mouvement les unes à l'égard des autres; elles ſont néanmoins adhérentes entre elles, comme nous l'avons dit, de maniere que cette adhérence ne les empêche pas de gliſſer les unes ſur les autres, parce que la matiere éthérée qui circule dans les pores des liquides eſt preſque en équilibre avec celles qui pouſſent les parties de ces liquides les unes contre les autres, ce qui produit une union plus ou moins légere entre ces parties, ſelon que leur ſurface forme des pores plus ou moins grands, & qu'il y circule plus ou moins de matiere éthérée, en quoi conſiſte le plus ou le moins de liquidité.

Nous

* *V. Mariotte.*

Nous avons rapporté dans le Mémoire * de l'élévation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, des expériences qui prouvent l'adhérence des parties de l'eau du Mercure & des autres liquides. Nous avons fait voir, 1°. Que ces liquides se rendent adhérens aux corps qu'ils touchent. 2°. Que ces liquides, réduits en gouttes, affectent une figure ronde. 3°. Qu'aussi-tôt que deux gouttes d'eau, de Mercure, d'Huile, &c. se touchent, elles se confondent dans le moment, & ne forment qu'une seule goutte, ce qui est une suite nécessaire de leur agitation continuelle & de l'adhérence des parties qui les composent: c'est ce que nous ne voyons point dans les fluides. L'air a les mêmes propriétés que ces liquides, & de la connoissance de toutes ces propriétés, nous en pouvons déduire, par l'analogie, l'adhérence de ses parties entre elles.

1°. Les parties de l'air se rendent adhérentes aux corps qu'elles touchent, nous venons de le faire voir. 2°. Les parties de l'air, réduites en gouttes ou molécules, affectent une figure ronde. 3°. Aussi-tôt que deux bulles ou molécules d'air se touchent, elles se confondent, & ne forment plus qu'une seule bulle, on le voit dans les bulles qui se forment dans l'eau & le Mercure; ce qui ne peut venir que de l'agitation continuelle de leurs parties insensibles, & de leur adhérence les unes à l'égard des autres, comme nous l'avons dit des autres liquides. L'air est donc un

* *V. Mém. de l'Acad.* 1724. *p.* 134. *& suiv.*

un corps liquide, & non pas un fluide, comme l'ont avancé de très ſavans hommes.

Puiſque l'air ſe rend adhérent avec tant de facilité aux corps qu'il touche, nous n'avons plus lieu de nous étonner de la ſuſpenſion des corps durs diſſous dans les liquides. Il ne ſera pas difficile de ſe perſuader que des parties inſenſibles & d'une extrême petiteſſe puiſſent être ſoutenues par l'adhérence des parties de l'air & par l'adhérence des parties du liquide ou diſſolvant. Les parties de l'air qui ſe trouvent dans le diſſolvant & le corps diſſous, ſe rendent adhérentes aux parties du corps à meſure qu'il ſe diſſout. Les parties du diſſolvant contractent la même adhérence que l'air avec les parties du corps diſſous, & l'adhérence des parties du diſſolvant entre elles apporte encore un obſtacle à la précipitation des parties du corps diſſous. En voilà autant & plus qu'il n'en faut pour la ſuſpenſion des parties de l'Or, du Mercure & des autres corps ſolides, dans les liqueurs où ils ſont diſſous.

L'on ne doutera point que les parties de l'eau & des autres corps répandus dans l'athmoſphere, environnées de parties d'air, n'y ſoient ſoutenues par l'adhérence de ces mêmes parties d'air: ce qui nous donnera une grande facilité pour l'explication de pluſieurs Phénomenes qui regardent les Liquides.

RE-

RECHERCHES
SUR
LA CONSTRUCTION DES COMBLES DE CHARPENTE.

Par M. COUPLET *.

LE défaut que j'ai remarqué dans les Toits de presque tous les Bâtimens ordinaires, m'a fait penser à chercher le moyen d'y remédier.

Le défaut de ces Toits est que leur charge fait toujours plier ou surbaisser la piece de bois nommée *Panne*, qui est placée, lorsqu'elle est seule, à peu près sous le milieu de la longueur des Chevrons pour les soutenir.

Le fléchissement de la Panne occasionne nécessairement le fléchissement du Faîte, comme l'on s'en apperçoit dans presque tous les Bâtimens, où ce défaut n'est que trop commun.

Pour remédier en quelque sorte au fléchissement de ces Pannes, on pourroit les faire d'un plus gros équarrissage qu'on ne les fait ordinairement, ou diminuer la grandeur des Travées.

Mais ces Pannes, si grosses qu'elles soient, ce-

* 17 Fevrier 1731.

cederont enfin, tant à leur propre poids, qu'à la charge qu'elles ont à ſoutenir, ſurtout lorſqu'elles auront une portée conſiderable, & particulierement, ſi elles ſont vertes, comme on les employe aſſez ordinairement dans les campagnes, où l'on eſt en uſage de ne couper les bois que pour remédier ſur le champ aux beſoins actuels ou de rédifier, ou de conſtruire, ne voulant ou ne pouvant point ſe donner le tems de les laiſſer ſecher, ce qui demande pluſieurs années; d'ailleurs les Pannes d'un ſi grand équarriſſage deviendroient trop cheres.

Mais ſi, ſans avoir recours à des Pannes d'un trop gros équarriſſage, ou à la diminution des travées, l'on pouvoit trouver un moyen de former les Combles, tels, que les Pannes, qui dans les conſtructions ordinaires fléchiſſent toujours les premieres, ne fuſſent employées uniquement que pour maintenir la forme du Toit, ſans en ſouffrir aucune charge, je crois qu'il ſeroit à propos de l'employer, puiſque dans cette conſtruction, on auroit non ſeulement l'avantage de remédier à ce fléchiſſement ordinaire des Pannes en général, mais encore celui que les moindres brins ſuffiroient pour leur être ſubſtitués, & ces petits brins, qui ſeroient très communs, ſeroient en même tems à bon marché. Je ne compte point la charge dont on ſoulageroit les Murailles qui les doivent porter, car dans ce cas les Arêtiers & Arbalêtriers, même les Fermes entieres pourroient être de plus foible équarriſſage qu'elles ne ſont ordinairement, attendu que la charge

ge qu'elles ont actuellement à porter, ſeroit de beaucoup diminuée dans cette nouvelle conſtruction.

La conſtruction que je propoſe, eſt de faire les Combles en Manſarde, de maniere que la Panne, qui dans ce cas eſt nommée *Panne de briſis*, ne ſoit point chargée par ſon Comble ou Toit, comme elle l'a été juſqu'à préſent, & que cette Panne de briſis ne faſſe, pour ainſi dire, que maintenir le Toit, ſans en être aucunement chargée.

Pour profiter de cet avantage, je propoſe que l'on aye ſoin de faire aſſembler les Chevrons par leurs bouts, deux à deux, à tenons & mortoiſes en forme de charniere, ou bien à mi-bois, & de les cheviller à cet endroit où la Panne de briſis devroit être naturellement ſelon les bonnes & les plus ſolides conſtructions; & que chacun des autres bouts de ces Chevrons ſoit arrêté à l'ordinaire, l'un brandi ſur le Faîte, & l'autre attaché dans ſon pas ſur la Sabliere ou Platte-forme qui lui eſt deſtinée. L'on peut encore aſſembler les Chevrons à tenons & mortoiſes en forme de charniere au-deſſus du Faîte.

La difficulté ne conſiſte qu'à trouver la place de la Panne de briſis, dans laquelle, ſoit que ces Chevrons ſoient aſſemblés au moyen de leurs charnieres, ſoit qu'ils ſoient tous deux brandis ſur cette Panne de briſis, l'équilibre du Toit entier ſe puiſſe trouver, ſans avoir aucune détermination à charger cette Panne, laquelle Panne dans ce cas nous pourrons faire auſſi foible que l'on voudra, puiſqu'à la rigueur on pourroit s'en paſſer.

PROBLEME I.

* *Soit à conſtruire le Comble* A B C *en Manſarde, dont le Poinçon* A D *& la moitié* D C *de la largeur du Bâtiment ſoient donnés quelconques; & ſoit ſuppoſé la Panne de briſis placée en* B, *de maniere que le Chevron* A B *ſoit égal au Chevron* B C.

Il faut déterminer la poſition du point B, *telle que le Toit* A B *ſoit en équilibre avec le Toit* B C.

SOLUTION.

Par le centre de gravité & milieu *P* du Toit *AB*, ſoit tirée la verticale *MN*.

Par les points *A* & *B*, ſoient tirées les horizontales *AH*, *BF*; & par les points *M*, *N*, où ces horizontales rencontrent la verticale *MN*, ſoient tirées les lignes *NA*, *MB*.

L'on aura un parallelogramme *MANB*, tel, qu'en exprimant la peſanteur du Toit *AB* par la diagonale verticale *MN*, les efforts que ce Toit fera contre ſes appuis *A*, *B*, ſeront exprimés par les grandeurs *MA*, *MB*.

Mais l'effort *MA* doit être ſoutenu par le Toit qui eſt de l'autre côté du Bâtiment. Donc il ne reſte plus qu'à chercher quel eſt l'effort *MB*, pour renverſer la partie *BC* du Toit propoſé.

Or cet effort *MB* eſt compoſé lui-même de deux autres efforts *NB*, *HB*, dont l'un eſt

* Fig. 1.

est horizontal, & l'autre est vertical.

Le premier NB de ces deux efforts est employé à renverser le Toit BC avec le levier BG.

Et le second effort HB, qui est égal à la pesanteur MN, est au contraire employé à retenir ce même Toit BC, ou à le faire rentrer dans le Bâtiment, & cet effort HB est appliqué au bras de levier GC.

Ceci bien entendu, il ne sera pas difficile de trouver quels sont tous ces efforts, & leurs énergies.

Soit $AD \ldots\ldots\ldots = a$.
$DC \ldots\ldots\ldots = b$.
FB ou $DG \ldots\ldots = x$.
$BG \ldots\ldots\ldots = y$.
L'on aura AF ou $MN \ldots\ldots = a - y$.
Et $GC \ldots\ldots\ldots = b - x$.
Soit de plus AB & BC ou chacun de leur poids $\ldots\ldots\ldots = p$.

Pour-lors l'on aura cette analogie:

La pesanteur du Toit AB étant réunie à son centre de gravité P,
est à l'effort qu'elle fait horizontalement suivant NB, comme MN est à NB,

c'est-à-dire, $a - y : \frac{x}{2} :: p : \frac{px}{2a - 2y}$,

dont le 4me terme exprime l'effort horizontal suivant NB.

Multipliant cet effort par son levier $BG = y$, le produit $\frac{pxy}{2a - 2y}$ sera l'énergie de l'effort horizontal que le Toit AB fait pour renverser le Toit BC.

Mais le Toit AB agit auſſi de toute ſa peſanteur ſur le point B pour retenir le Toit BC.

Ainſi multipliant ſa peſanteur p par le levier $GC = b - x$, le produit $pb - px$ ſera l'énergie que le Toit AB a pour retenir le Toit BC.

C'eſt pourquoi retranchant cette derniere énergie verticale de la premiere horizontale, le reſte $\frac{pxy}{2a-2y} - pb + px$ ſera l'énergie du Toit AB, pour renverſer le Toit BC, en le faiſant tourner autour du point C.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie du Toit BC pour réſiſter à celle du Toit AB.

Pour cela la peſanteur du Toit BC étant réunie à ſon centre de gravité O, ſa peſanteur p étant multipliée par ſon levier $CQ = \frac{b-x}{2}$.

Le produit $\frac{pb-px}{2}$ ſera ſon énergie, laquelle doit être égale à celle du Toit AB pour lui réſiſter; ce qui donne cette Equation $\frac{pb-px}{2} = \frac{pxy}{2a-2y} - pb + px$.

Paſſant le 1er. membre, l'on aura $\frac{pxy}{2a-2y} - \frac{3pb+3px}{2} = 0$.

Diviſant par $\frac{p}{2}$, l'on aura $\frac{xy}{a-y} - 3b + 3x = 0$.

Multipliant par $a-y$, l'on aura $xy - 3ab +$

$+ 3ax + 3by - 3xy = 0$, ou $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$.

Cherchons maintenant à substituer en la place de y une grandeur qui ne contienne que des x & des grandeurs connues, ce qui se fera ainsi:

A cause des Triangles rectangles AFB, BGC, l'on aura $\overline{AB}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{AF}^2$ ou $pp = xx + aa - 2ay + yy$. L'on aura aussi $\overline{BC}^2$ ou $\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$ ou $pp = yy + bb - 2bx + xx$. Ce qui donne cette Equation $xx + aa - 2ay + yy = yy + bb - 2bx + xx$. Retranchant $xx + yy$ de part & d'autre, l'on aura $aa - 2ay = bb - 2bx$.

Et par conséquent $-2ay = -aa + bb - 2bx$, ou $2ay = aa - bb + 2bx$.

Et $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$.

Et multipliant par $-2x$, l'on aura

$$-2xy = \frac{-2aax + 2bbx - 4bxx}{2a}.$$

Multipliant par $3b$ la même Equation $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$, l'on aura $3by = \frac{3aab - 3b^3 + 6bbx}{2a}$.

Substituant ces valeurs de $3by$ & $-2xy$ dans l'Equation $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$, l'on aura

$$\frac{4aax + 8bbx - 4bxx - 3aab - 3b^3}{2a} = 0.$$

Multipliant par $2a$, & transportant $-4bxx + 4aax + 8bbx$, l'on aura $-3aab - 3b^3 = 4bxx - 8bbx - 4aax$.

Divisant par $4b$, l'on aura $\frac{-3aa-3bb}{4} = xx - \frac{2bbx-aax}{b}$.

Ajoutant le quarré de $\frac{-2bb-aa}{2b}$, l'on aura

$$\frac{4b.^4+4aabb+a.^4-3aabb-3b.^4}{4bb} = xx - \frac{2bbx-aax}{b} + \frac{-2bb-aa}{2b}{}^2.$$

Abregeant & tirant la racine quarrée, l'on aura

$$-\sqrt{\frac{b.^4+aabb+a.^4}{2b}} = x - \frac{2bb-aa}{2b}.$$

Transportant $\frac{2bb-aa}{2b}$, l'on aura

$$x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b.^4+aabb+a.^4}}{2b},$$

qui est la grandeur BF ou DG. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

* Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon soit égale à la demi-largeur b du Comble, comme c'est assez l'usage dans les campagnes, il faudra substituer b en la place de a dans la formule $x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b.^4+aabb+a.^4}}{2b}$ que nous avons trouvé pour la Solution du Problême, & l'on aura cette nouvelle formu-

* Fig. 3.

mule $x = \frac{3bb - \sqrt{3b^4}}{2b} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, C'eſt-à-dire, que la diſtance BF de la Panne de briſis au Poinçon ſera $= \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$.

COROLLAIRE II.

* Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon ſoit égale au tiers de la largeur entiere du Comble, ou aux deux tiers de ſa demi-largeur b, comme c'eſt aſſez l'uſage dans les Villes, il faudra ſubſtituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule trouvée pour la Solution du Problême, & l'on aura

$$BF \text{ ou } x = \frac{2bb + \frac{4bb}{9} - \sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}{2b}$$

$= \frac{22bb - \sqrt{133b^4}}{18b} = \frac{22b - \sqrt{133bb}}{18}$, ou $\frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$, C'eſt-à-dire, que la diſtance BF ou x de la Panne de briſis au Poinçon ſera $= \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$.

CONSTRUCTIONS.

I. Pour conſtruire la formule $x = \frac{2bb + aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$ que nous a-

* Fig. 2.

vons trouvée dans Solution du Problême premier,

*Soit tiré AK perpendiculaire sur AC, l'on aura

$$KD = \frac{\overline{AD}^2}{DC} = \frac{aa}{b}.$$

Et par conséquent sa moitié $PD = \frac{aa}{2b}$, & $PC = b + \frac{aa}{2b} = \frac{2bb + aa}{2b}$.

Ayant tiré sur le milieu de AC en I la perpendiculaire BD, l'on aura $CI = \sqrt{\frac{aa + bb}{4}} = \sqrt{\frac{aabb + b^4}{4bb}}$.

Maintenant faisant $IL = PD = \frac{aa}{2b} = \sqrt{\frac{a^4}{4bb}}$, & tirant l'hypothénuse CL, l'on aura $CL = \sqrt{\overline{CI}^2 + \overline{IL}^2} = \sqrt{\frac{a^4 + aabb + b^4}{4bb}} = \frac{\sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$.

Enfin faisant $CM = CL$, l'on aura $PM = PC - CL = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$, qui est la valeur de x suivant la Solution.

Ainsi faisant $DG = PM$, & élevant la perpendiculaire GB, pour-lors le point B, où cette perpendiculaire rencontrera la ligne BL, sera le point de rencontre des Toits AB, BC. *Ce qu'il falloit trouver.*

II.

* Fig. 3.

II.

Pour conſtruire la formule $x = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire premier,

* Faites un demi-cercle ſur DC pour diametre, & faites l'arc DR de 60°; puis du point C, comme centre, décrivez l'arc RS, l'on aura $CS = \sqrt{\frac{3bb}{4}}$, car ſuivant cette conſtruction, puiſque le diametre CD a été appellé b, & que l'arc DR eſt de 60°, nous aurons la corde $DR = \frac{b}{2}$, & par conſéquent la corde $CR = CS$ de ſon ſupplément ſera égale $\sqrt{bb - \frac{bb}{4}} = \sqrt{\frac{3bb}{4}} = \frac{\sqrt{3bb}}{2}$.

Ainſi faiſant $CT = \frac{3b}{2} = \frac{3DC}{2}$, l'on aura $TS = CT - CS = \frac{3b}{2} - \frac{\sqrt{3bb}}{2} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, qui ſelon l'expreſſion de la Solution eſt égal $x = BF = GD$.

Donc pour la pratique, il faut faire GD, DF, FB, BG, $= TS$, & le point B où aboutiſſent les Toits AB, BC, ſera déterminé. *Ce qu'il falloit trouver.*

III.

* Fig. 1.

III.

Pour conſtruire la formule $x = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire ſecond,

* Soit tirée l'hypothénuſe AC, & ſur le milieu I de cette hypothénuſe ſoit tirée la perpendiculaire IE.

Enſuite ayant porté la valeur de x de D en G, élevé GB perpendiculairement ſur DC, pour-lors le point B où cette perpendiculaire rencontrera la ligne IE, ſera celui où les deux Toits AB, BC doivent aboutir: car il eſt évident que ces deux Toits étant ſuppoſés égaux, doivent aboutir dans la ligne IE.

Pour trouver cette valeur de x, faites

$$CV = \frac{133b}{324} = \frac{133DC}{324}.$$

Puis élevez la perpendiculaire VR, & du point C, comme centre, décrivez l'arc RS, pour-lors l'on aura CS ou $CR = \sqrt{CV \times CD} = \sqrt{\frac{133bb}{324}} = \frac{\sqrt{133bb}}{18}$.

Maintenant faites $CT = \frac{11b}{9}$, & pour-lors l'on aura $TS = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18} = x$.

Ainſi faiſant $DG = TS$, & élevant la perpen-

* Fig. 2.

pendiculaire GB, le point B où elle rencontrera la ligne EI fera le point de concours des Toits AB, BC, ou le lieu de la Panne de brisis. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

* *Trouver la longueur de chacun des deux Chevrons égaux* AB, BC, *qui forment la moitié* ABC *du Comble en Mansarde, dont la hauteur* AD, *& la demi-largeur* DC, *sont données quelconques.*

SOLUTION.

Nous avons trouvé dans le Problême premier, BG ou $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$. Mais nous avons trouvé $DG = x = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b.^4 + a.^4}}{2b}$.

Substituant cette valeur de x dans l'Equation précédente, l'on aura BG, ou

$$y = \frac{aa - bb + 2bb + aa - \sqrt{aabb + b.^4 + a.^4}}{2a}$$

$$= \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b.^4 + a.^4}}{2a}.$$

$$\text{Et } \overline{BG}^2 = \frac{2b.^4 + 5aabb + 5a.^4 - 2bb - 4aa \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aa}.$$

$$\text{Enfin } GC = DC - DG = b - \frac{2bb - aa + \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{2b}$$

$$= \frac{-aa + \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{2b}. \text{ Et par conséquent l'on}$$

* Fig. 3.

l'on aura $\overline{GC}^2 = \frac{a.^4 - 2aa\sqrt{b.^4 + aabb} + a.^4 + b.^4 + aabb + a.^4}{4bb}$

$= \frac{2a.^4 + aabb + b.^4 - 2aa \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4bb}$.

Donc $\overline{BC}^2$ ou $\overline{BG}^2 + \overline{GC}^2 = \frac{2b.^4 + 5aabb + 5a.^4 - 2bb - 4aa \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aa}$

$+ \frac{2a.^4 + aabb + b.^4 - 2aa \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4bb}$.

Et donnant même dénominateur

$= \frac{2b.^6 + 5aab.^4 + 5a.^4bb - 2b.^4 - 4aabb \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aabb}$

$+ \frac{2a.^6 + a.^4bb + aab.^4 - 2a.^4 \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aabb}$

$= \frac{2b.^6 + 6aab.^4 + 6a.^4bb + 2a.^6 - 2b.^4 - 4aabb - 2a.^4 \times \sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aabb}$

$= \frac{\overline{bb + aa}^2 \times 2bb + 2aa - 2\sqrt{b.^4 + aabb + a.^4}}{4aabb}$

Tirant la Racine quarrée, l'on aura $BC = \frac{bb+aa \times \sqrt{2bb+2aa-2\sqrt{b^4+aabb+a^4}}}{2ab}$.

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

L'on auroit pu d'abord trouver la valeur de BG, en mettant dans la valeur de DG la lettre b en la place de a, & la lettre a en la place de b, parce que les Toits AB, BC, seront également en équilibre, soit que AD ou DC soient la hauteur, comme on le voit évidemment, en comparant la valeur de DG avec celle de BG, qui ne diffèrent entre elles qu'en ce que l'une a des a & des b aux mêmes endroits où l'autre a des b & des a, puisque ces deux Equations sont

$$BG \text{ ou } y = \frac{bb+2aa-\sqrt{aabb+b^4+a^4}}{2a}.$$

$$\text{Et } DG \text{ ou } x = \frac{2bb+aa-\sqrt{aabb+b^4+a^4}}{2b}.$$

COROLLAIRE I.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale à la moitié b de la largeur totale du Comble, il faudra substituer b en la place de a dans la formule qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Problême second, & l'on aura cette nouvelle formule

$BC = \frac{2bb\sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}}}{2bb}$.

Et divisant le numerateur & le dénominateur par $2bb$, l'on aura $BC = \sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}}$

$= b \times \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = b \times \sqrt{4 - \sqrt{12}}$.

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura $BC = b \times \frac{732}{1000}$, ce qui donne cette analogie

Comme 1000
est à 732,
Ainsi la demi-largeur b du Comble,
ou la hauteur $b = a$ du Poinçon,
est à la longueur BC de chacun des deux Chevrons égaux
AB, BC.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons égaux * AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale au tiers de la largeur entiere du Comble, ou égale aux deux tiers de sa demi-largeur b. Ce qui donnera $a = \frac{2b}{3}$.

Il faudra substituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Problême second, & l'on aura cette nouvelle formule

BC

* Fig. 1. & 2.

$$BC = \frac{bb + \frac{4bb}{9} \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b.^4 + \frac{4b.^4}{9} + \frac{16b.^4}{81}}}}{\frac{4bb}{3}}$$

$$= \frac{13bb \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b.^4 + \frac{4b.^4}{9} + \frac{16b.^4}{81}}}}{12bb}$$

$$= \frac{13\sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b.^4 + \frac{4b.^4}{9} + \frac{16b.^4}{81}}}}{12}$$

$$= \frac{13b \times \sqrt{2 + \frac{8}{9} - 2\sqrt{1 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81}}}}{12} = \frac{13b \times \sqrt{26 - 2\sqrt{133}}}{36}$$

$$= \frac{b \times \sqrt{4394 - 328\sqrt{133}}}{36}.$$

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura $BC = b \times \frac{61865}{100000}$, ce qui donne cette analogie,

Comme 100000
eſt à 61865,
Ainſi la demi-largeur *b* du Comble
eſt à la longueur *BC* du Chevron demandé.

PROBLEME III.

Trouver l'effort horizontal que le Comble quelconque ABC * *fait contre la Platte-forme* C *qui lui doit réſiſter.*

SOLUTION.

Ayant tiré la droite *NO* par les milieux *N*, *O*, des Toits *AB*, *BC*. Si par le milieu *P* de cette droite *NO*, l'on tire une verticale *MPL*, le poids du Toit ſera à ſa pouſſée horizontale, comme la hauteur *AD* de ce Toit eſt à la ligne *LC*.

Le Toit étant conſtruit, l'on connoitra toujours la hauteur *AD*, & la ligne *LC*. Et par conſéquent l'on aura le rapport du poids du Toit à ſa pouſſée horizontale, comme *AD*, eſt à *LC*.

DEMONSTRATION.

Il eſt évident que le point *P* ſera le centre de gravité du Toit *ABC*, & la ligne *ML* ſera la direction de ſon poids.

Maintenant par le faîte *A* du Toit, tirant l'horizontale *AM*, & la ligne *MC*, & par le point *L* une droite *LQ* parallele à *MC*, l'on

* Fig. 4.

l'on aura un parallelogramme *QMCL*.

Or la diagonale verticale *ML* de ce parallelogramme, ou ſon égale *AD*, repréſentant le poids du Toit *ABC*, ſe décompoſera en deux forces *MQ*, *MC*, dont la force horizontale *MQ* ſera ſoutenue par l'autre côté du Toit, & *MC* ſera la pouſſée du Toit ſuivant *MC* ſur la Sabliere.

Mais faiſant le parallelogramme *CLMR*, pour-lors la pouſſée oblique *MC* ſe décompoſera en une verticale *RC* égale à *ML*, ou *AD*, qui repréſente le poids du Toit *ABC* & dans une pouſſée horizontale *LC* exprimée par *LC*.

Ainſi la peſanteur du Toit eſt à l'effort horizontal du même Toit, comme *ML*, ou *AD*, hauteur du Toit, eſt à *LC*, qui eſt la diſtance du pied du Chevron à la verticale qui paſſe par le centre de gravité du Toit *ABC*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

L'on voit que cet effort horizontal *LC* du Toit *ABC* eſt celui auquel il faudra que cette Sabliere ou Platte-forme réſiſte, puiſque c'eſt ſur elle que les Chevrons s'appuyent: mais cette Sabliere ne ſera pas obligée de réſiſter avec tout cet effort, exprimé par *LC*. Car cette Sabliere ſe trouvant, pour ainſi dire, unie au Mur ſur lequel elle eſt poſée immédiatement & maçonnée, elle ne cedera point que le Mur lui-même ne commence, & ne conſente, pour ainſi dire, à ſa rupture, en ſorte que la Sabliere & le Mur pris enſemble ſeront employés à cette réſiſtance *LC*.

Quand même la Platte-forme ou Sabliere ſouf-

ſouffriroit tout l'effort LC, il ſera facile de ſavoir l'échantillon qu'il conviendra de lui donner, conformément à la réſiſtance des Bois, dont ont traité pluſieurs illuſtres Auteurs, Galilée, Mariotte, Varignon en 1702, & Parent en 1707 & 1708 des Mémoires de l'Académie.

THEOREME I.

Les Toits les plus roides ou les plus élevés ſont moins d'effort pour écarter les Sablieres que les Toits plus ſurbaiſſés, lorſque la largeur du Comble eſt la même.

DEMONSTRATION.

Soient deux Toits * AB, CB, de même largeur DB; ſur le milieu F de la largeur DB, ſoit tiré la verticale EF, laquelle coupera les deux Toits AB, CB, en deux également aux points O & P.

Soient tirées les horizontales AE, CL, & les lignes EB, AF, LB, CF; l'on aura deux parallelogrammes $AEBF$, $CLBF$, dont les diagonales verticales EF, LF, paſſeront par les centres de gravité O, P, des Toits AB, CB.

Si donc l'on conſidere le parallelogramme $AEBF$, l'on aura la peſanteur du Toit AB à l'effort horizontal qu'il fera pour écarter la Sabliere B, comme la diagonale verticale EF eſt à l'horizontal FB.

Ainſi

* Fig. 6.

Ainſi la peſanteur du Toit AB étant appellée . . . . . p, & ſon effort horizontal étant appellé . . . . f.

L'on aura $f : p :: FB : EF$ ou $:: FB : AD$.

Par la même raiſon, ſi l'on appelle π la peſanteur du Toit CB, & φ ſon effort horizontal, pour écarter la Sabliere B, l'on aura, à cauſe du parallélogramme $CLBF$, cette analogie :

La peſanteur du Toit CB, exprimée par la diagonale verticale LF, eſt à l'effort horizontal exprimé par FB, qu'il fait contre la Sabliere B, comme LF eſt à FB, ou bien, comme CD eſt à FB.

C'eſt-à-dire, $\pi : \phi :: CD : FB$.

Mais la peſanteur du Toit AB eſt à celle du Toit CB, comme AB eſt à CB.

C'eſt-à-dire, $p : \pi :: AB, CB$.

Multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $f \times \pi \times p : p \times \pi \times \varphi :: FB \times CD \times AB : AD \times FB \times CB$.

Diviſant les deux premiers termes de cette analogie par $p\pi$, & les deux derniers termes par FB, elle ſe transformera en celle-ci $f : \varphi :: CD \times AB : AD \times CB$.

Maintenant ſi l'on met $\sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de AB & $\sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de CB, l'on aura $f : \varphi :: CD \times \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} : AD \times \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$, ou bien $f : \varphi :: \sqrt{\overline{AD}^2 \times \overline{CD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{CD}^2} : \sqrt{}$

$: \sqrt{\overline{CD}^2 \times \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{AD}^2}$.

Mais il eſt évident que le troiſieme terme eſt plus petit que le quatrieme.

Donc le premier terme eſt auſſi plus petit que le ſecond, c'eſt-à-dire, que la pouſſée horizontale du Toit le plus élevé, eſt la plus petite. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME II.

La charge totale d'un Toit, ou l'effort total que les Chevrons ſouffrent par la charge des Tuiles dont ils ſont couverts, eſt toujours la même, quelque ſurmonté, ou quelque ſurbaiſſé que ſoit ce Toit.

DEMONSTRATION.

*Soient deux Toits AB, BC, de même largeur. . . . . DB.

Soit le poids des Tuiles de la couverture du Toit. . . . . $AB = p$.

Et le poids des Tuiles de la couverture du Toit. . . . . $CB = \pi$.

La charge du plan du Toit. . . . . $AB = f$.

La charge du plan du Toit. . . . . $CB = \phi$.

A cauſe que le nombre des Tuiles de ces Toits differens AB, CB, eſt dans le rapport de ces mêmes longueurs differentes AB, CB,

L'on aura cette analogie $p : \pi :: AB : CB$.

Mais la peſanteur d'un corps étant à la charge qui en réſulte ſur le plan ſur lequel il

* Fig. 5.

il eſt poſé comme la longueur du plan eſt à ſa baſe,

L'on aura ces deux analogies. $\begin{cases} f : p :: BD : AB. \\ \pi : \varphi :: CB : BD. \end{cases}$

Donc en multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $p \times f \times \pi : p \times \pi \times \varphi :: AB \times BD \times CB : AB \times BD \times CB$.

Or les deux derniers termes de cette analogie ſont égaux. Donc les deux premiers le ſont auſſi.

Donc $p \times f \times \pi = p \times \pi \times \varphi$, ou bien $pf\pi = p\pi\varphi$.

Diviſant par $p\pi$, l'on aura $f = \varphi$.

C'eſt-à-dire, que la charge du plan du Toit AB eſt égale à la charge du plan du Toit CB, quelque differentes que ſoient leurs hauteurs AD, CD, ayant toujours une largeur commune DB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCHOLIE.

Les Toits les plus roides ſont les plus ſolides.

1°. Les Eaux des Pluyes coulent deſſus avec plus de rapidité, & par conſéquent le vent a moins de tems & de facilité pour les faire entrer entre les Tuiles dans l'intérieur du Comble.

2°. Le vent a moins d'action pour feuilleter les Tuiles, & découvrir ces ſortes de Toits roides.

3°. Ils travaillent moins pour écarter leurs Sablieres ou Platte-formes, & par conſéquent une moindre réſiſtance peut en ſoutenir la pouſſée, comme il eſt démontré (*Th.* 1.)

4°. Quant à la charge que ces Toits souffrent par les Tuiles dont ils sont couverts, elle est la même pour tous les Toits en général, soit qu'ils soient surbaissés, soit qu'ils soient surmontés, pourvu qu'ils soient tous formés sur une même largeur de Comble, comme il est démontré (*Théor.* 2.)

DISSERTATION

SUR

LA MANIERE D'ARRÊTER LE SANG DANS LES HEMORRAGIES.

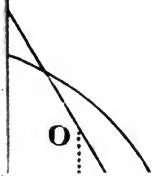
Avec la Description d'une Machine ou Bandage propre à procurer la consolidation des Vaisseaux, après l'Amputation des Membres, par la seule Compression.

Par M. PETIT. *

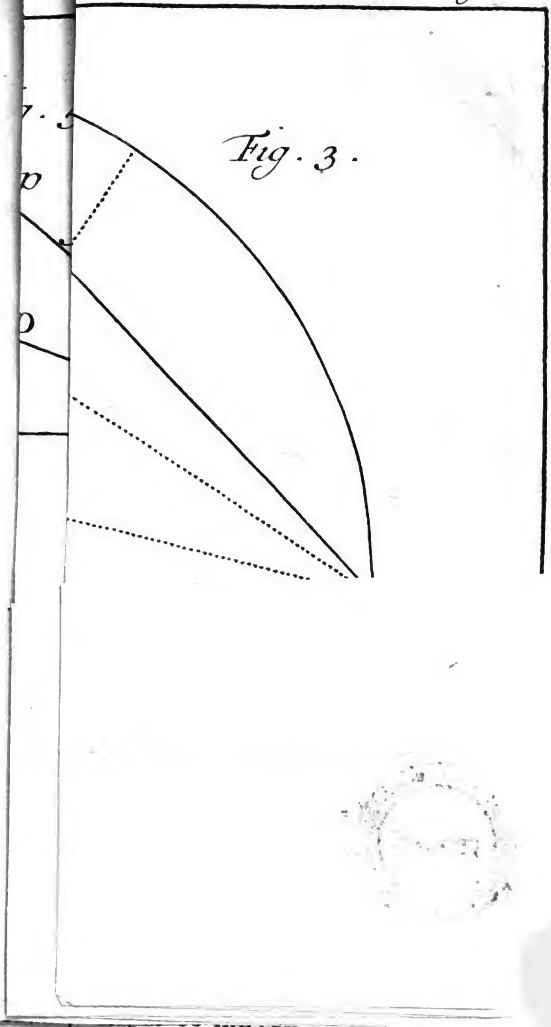
S'IL est une occasion dans laquelle la Chirurgie soit plus utile que dans une autre, c'est lorsqu'il s'agit d'arrêter le sang qui coule abondamment par l'ouverture d'un vaisseau considerable ; mais s'il est un cas qui exige plus particulierement ce secours du Chirurgien, c'est lorsque faisant quelque opération, il coupe lui-même un vaisseau par

* 4 Avril 1731.

Fig



Remarques qui accompagnent les Playes.



Hémorragies qui accompagnent les Playes.

Avril 1731.

par néceſſité, ou par inadvertance. Quelle peine, quelle mortification, de voir un Bleſſé perdre la vie avec ſon ſang! C'eſt là qu'un Chirurgien, quoique touché d'un état ſi déplorable, doit, ſans ſe troubler, raſſembler dans l'inſtant les ſecours les plus ſurs & les plus promts.

Tous ceux qu'on a mis en pratique, ou qui ont mérité quelques ſuffrages dans tous les tems, peuvent ſe réduire aux Abſorbans, aux Aſtringens ſimples, aux Stiptiques, aux Cauſtiques, au Fer-brulant, à la Ligature & à la Compreſſion.

Les Abſorbans & les ſimples Aſtringens ne peuvent être utiles que pour de légeres Hémorragies. Leur inſuffiſance dans l'ouverture des grands vaiſſeaux a fait mettre en uſage l'Alun, le Vitriol, & toutes les Huiles & les Eaux ſtiptiques ou eſcarotiques. Les anciens Chirurgiens ſe ſervoient même des Cauteres, de l'Huile bouillante, du Plomb fondu & du Fer-ardent. Ils ont combiné la brulure de tant de façons differentes, que c'étoit faire, ſelon eux, une grande découverte, que d'imaginer une nouvelle façon de bruler. Ils avoient des inſtrumens de differens métaux, figurés ſelon les endroits où ils vouloient les appliquer; & avec ces inſtrumens rougis dans les charbons ardens, ils bruloient les vaiſſeaux pour les fermer par la criſpation que cauſe la brulure.

Les Chirurgiens, plus éclairés, devinrent moins cruels; ils imaginerent la Ligature des vaiſſeaux, & par ce moyen ils arrêtoient les Hémorragies qui accompagnent les Playes.

Ce moyen parut d'autant plus naturel à celui qui s'en ſervit le premier, qu'on le mettoit déja en uſage pour barrer les Varices, les Hémorroïdes, & autres Veines. Mais quoique toutes ces opérations duſſent autoriſer les Chirurgiens à faire la Ligature des vaiſſeaux qu'on eſt obligé de couper dans l'Amputation des Membres, on ne s'en étoit point encore ſervi dans ces occaſions, au XVI. Siecle. Ambroiſe Paré, Chirurgien de trois de nos Rois, fut le premier qui la mit alors en pratique. Cette maniere d'arrêter le ſang, qui parut nouvelle, lui attira bien des contradictions ; mais quoique desapprouvée d'abord par quelques-uns de ſes contemporains, il eut la ſatisfaction de la voir pratiquer avec un grand ſuccès. La Ligature rendit les Chirurgiens moins timides: l'Amputation des Membres devint une opération plus ſure, moins douloureuſe, & la guériſon en fut plus promte. On s'en eſt preſque univerſellement ſervi juſqu'à préſent pour arrêter le ſang, non ſeulement dans l'Amputation des Membres, mais encore dans l'opération de l'Anévriſme, & dans les Playes accompagnées de grandes Hémorragies.

Tous ces differens moyens n'auroient jamais, ou n'auroient que très rarement, été ſuivis de ſuccès, ſans la Compreſſion, qui a toujours été d'un grand ſecours. Pour faire cette Compreſſion, après avoir mis ſur les vaiſſeaux les Stiptiques, les Cauſtiques, ou même après en avoir fait la Ligature, on y applique des compreſſes pyramidales aſſujetties & ſoutenues par pluſieurs tours

de

de bande suffisamment serrés pour résister à l'impulsion du sang de l'Artere, & s'opposer à la chute trop promte de l'Escarre que font les Stiptiques & le Feu, ou à la séparation prématurée de la Ligature. Sans cette précaution, on auroit presque toujours à craindre l'Hémorragie, qui n'arrive que trop souvent à la chute de la Ligature ou de l'Escarre, malgré les soins qu'on prend pour l'éviter par une Compression convenable.

La Compression est aussi ancienne que les autres moyens d'arrêter l'Hémorragie; elle est même, selon toute apparence, conforme à la premiere idée que les hommes ont dû naturellement avoir pour arrêter le sang. J'espere cependant, en ce qui concerne les Amputations, lui donner aujourd'hui tous les avantages de la nouveauté, soit par rapport à la maniere de comprimer les vaisseaux, soit par rapport à l'usage exclusif que je lui donne, en rejettant celui des Astringens, des Stiptiques, des Caustiques, & même de la Ligature des vaisseaux, autant qu'il est possible. Je vais d'abord rapporter les observations que j'ai faites sur la maniere dont le sang s'arrête par les differens moyens dont je viens de parler.

Lorsqu'une Hémorragie considerable a été arrêtée par les Absorbans ou les Stiptiques, c'est toujours par le moyen d'un Caillot soutenu de la compression, que l'orifice du vaisseau se trouve bouché. Ce Caillot a ordinairement deux parties, l'une au dehors du vaisseau, & l'autre au dedans. Celle du

dehors eſt formée par le ſang dernier ſorti, qui, en ſe caillant, fait corps avec le charpi, la mouſſe, ou les poudres, dont on s'eſt ſervi pour arrêter le ſang. L'autre partie du Caillot, qui eſt dans le vaiſſeau même, n'eſt préciſément que la portion du ſang qui étoit prêt à ſortir, quand on a bouché le vaiſſeau. Ces deux parties ne ſont ſouvent qu'un même Caillot; celle du dehors fait l'office de Couvercle, & celle du dedans fait l'office de Bouchon. L'une & l'autre arrêtent le ſang par la ſolidité qu'elles acquierent en ſe coagulant, & par l'adhérence qu'elles contractent enſuite, l'une avec l'intérieur du vaiſſeau, & l'autre avec ſon orifice externe.

Si l'on s'eſt ſervi des Stiptiques ou des Eſcarotiques, le Caillot eſt plutôt formé que quand on a uſé des Abſorbans, ou des ſimples Aſtringens: il occupe une plus grande étendue de la cavité du vaiſſeau; ce qui fait un Bouchon plus profond. Le Couvercle ou la portion extérieure du Caillot eſt auſſi beaucoup plus épaiſſe, parce qu'en même tems que les Stiptiques & Eſcarotiques coagulent le ſang, ils brulent une portion du vaiſſeau & des chairs voiſines, qui, faiſant corps avec le ſang caillé, forment enſemble un Couvercle plus épais & plus étendu.

La Ligature arrête le ſang en pliſſant & ſerrant le vaiſſeau, comme fait le cordon avec lequel on lie un ſac. Le ſang qui étoit prêt à ſortir, retenu par la Ligature, ſe coagule à la vérité plus lentement que lorſqu'on ſe ſert des Stiptiques, mais il ſe coagule toujours, & on doit le regarder comme

me la portion du Caillot, que j'ai appellée le Bouchon, qui dans ce cas eſt retenu par la Ligature ; au-lieu que dans l'autre, le Bouchon eſt retenu par la portion extérieure du Caillot, que j'ai appellée le Couvercle.

Ce Caillot ou ce Bouchon eſt par ſa figure, bien different de celui qui ſe forme après l'application des Stiptiques. Celui-ci eſt cylindrique, & celui qui ſe forme après la Ligature a une figure pyramidale, la baſe du côté de l'intérieur du vaiſſeau, & la pointe du côté de la Ligature. Cette figure eſt très favorable pour retenir le ſang après la chute de la ligature, pourvu qu'elle ſe ſépare ſans effort par la ſeule ſupuration & l'accroiſſement des chairs qui ſe forment au-deſſus de l'endroit lié; car alors, quand même l'orifice du vaiſſeau ne ſeroit pas entierement réuni ou fermé par les chairs, il ſeroit du moins ſi conſiderablement rappetiſſé, que le Caillot (ſuppoſé qu'il fût entierement détaché de la paroi du vaiſſeau, comme cela arrive quelquefois) ne ſeroit point chaſſé au dehors par l'impulſion du ſang, mais tout au plus la pointe du Caillot s'engageroit dans ce qui reſteroit d'ouverture au vaiſſeau, & y entrant, pour ainſi dire, à force, le boucheroit exactement. Ce n'eſt pas la même choſe, quand quelque convulſion, ou quelques autres mouvemens violens de la part du Malade, ſont cauſe de la ſéparation de la Ligature; car cette ſéparation ſe fait alors avant la parfaite clôture du vaiſſeau; & de plus, le Caillot, malgré ſa figure, eſt pouſſé avec tant de violence, que non ſeulement il ſort, mais

qu'il détruit même en paſſant tout ce qu'il y a de réunion commencée; & l'ouverture du vaiſſeau, auſſi large qu'auparavant, laiſſe darder le ſang comme le premier jour.

La forme du Caillot, telle que je viens de la décrire, ſe voit parfaitement * pour l'ordinaire, dans le Moignon de ceux qui ſont morts depuis le deux juſqu'au vingt ou trentieme jour de l'Amputation. J'ai préſenté à la Compagnie l'Artere crurale d'un Homme à qui on avoit coupé la Cuiſſe depuis cinq jours, & dont on peut voir la Figure.

A, l'Artere ouverte.
B, la Ligature.
C, le corps du Caillot.
D, ſa pointe du côté de la Ligature.
E, la pointe du Caillot du côté ſupérieur.

Après la chute de la Ligature, il arrive aſſez ſouvent une légere Hémorragie, parce que le Caillot, en durciſſant, a diminué de volume, & s'eſt détaché par quelque endroit de la paroi du vaiſſeau; mais cette Hémorragie ſubſiſte ſeulement, ou juſqu'à ce que le Caillot entierement détaché de la paroi du vaiſſeau, puiſſe être pouſſé par le ſang vers l'endroit que la Ligature a rendu plus étroit, ou juſqu'à ce que le ſang qui paſſe entre le Caillot & le vaiſſeau, ait bouché cet intervalle en s'y caillant.

Lorſqu'on a arrêté le ſang avec les Stiptiques ou avec les Cauſtiques, ſi à la chute de l'Eſcarre il ſurvient Hémorragie, ne fût-ce qu'un

* *Voyez la premiere & la ſeconde Figure.*

qu'un ſuintement, le ſang ne s'arrête ſouvent pas avec facilité, parce que par cette maniere d'arrêter le ſang, l'orifice du vaiſſeau n'eſt pas retréci comme quand on s'eſt ſervi de la *Ligature*. Si le Caillot, qui eſt preſque cylindrique, tient encore par quelque endroit à la paroi du vaiſſeau, il n'y aura qu'un ſuintement; mais s'il en eſt entierement détaché, la plus légere impulſion du ſang le chaſſera dehors, & l'Hémorragie recommencera, à moins que par une Compreſſion artiſtement faite ſur l'extrémité du vaiſſeau, on ne retienne ce Caillot prêt à s'échaper, juſqu'à ce que le ſang rempliſſe l'eſpace qui ſe trouve entre lui & la paroi du vaiſſeau, qu'il s'y coagule, & qu'il le bouche une ſeconde fois.

La clôture des Vaiſſeaux par l'uſage de la ſeule compreſſion ne ſe fait pas tout-à-fait de même, ſur-tout ſi l'on a obſervé, en la faiſant, toutes les circonſtances que je rapporterai ci-après, & dont une des principales eſt de comprimer le vaiſſeau par le côté. Alors l'embouchure n'eſt plus ronde, elle eſt applatie comme l'anche d'un Hautbois; les parois & les bords appliqués l'un contre l'autre, s'uniſſent & ſe conſolident comme deux parties fraichement coupées; puis, toutes les deux enſemble ſe joignent avec les chairs voiſines, & cette adhélion, qui ſe fait peu-à-peu, eſt ſuivie d'une réunion & d'une cicatriſation commune. Il ſe forme un Caillot intérieur comme après la ligature, lequel n'a pas la même figure, puiſque ſon moule eſt different; cependant

ſuppoſé qu'il ſe détachât, il arrêteroit de même le ſang, pourvu que l'ouverture du vaiſſeau fût en partie réunie, parce qu'il eſt plus épais du côté de la cavité du vaiſſeau que du côté de ſon orifice. Il y a donc cette difference entre la réunion d'un vaiſſeau procurée par la Ligature, & celle qui eſt procurée par la Compreſſion; que la réunion par la Ligature ne ſe fait, pour ainſi dire, que dans le point où le fil a réuni toute la circonference du vaiſſeau; & que la réunion procurée par la Compreſſion, ſe fait non ſeulement d'un bord à l'autre, mais encore dans toute l'étendue des ſurfaces intérieures qui ont été appliquées l'une ſur l'autre par l'applatiſſement du vaiſſeau comprimé, & c'eſt ce qui rend cette adhéſion plus étendue & plus capable de ſoutenir le Caillot, & de réſiſter à l'impulſion du ſang.

Dans toutes ces differentes manieres d'arrêter le ſang, on voit que le Caillot eſt très néceſſaire; mais on croira difficilement qu'il devienne partie ſolide, & que ce ſoit lui qui pour toujours empêche le ſang de paſſer par le vaiſſeau. Il y a cependant tout lieu de croire que ce Caillot une fois durci, s'attache ſi exactement à la paroi du vaiſſeau, qu'il ne fait plus avec lui qu'un ſeul & unique corps ſous la forme d'un cordon; ſinon pour toujours, du moins pour un tems conſiderable. C'eſt ce que j'eſpere démontrer dans un autre Mémoire.

Après l'examen que je viens de faire des moyens d'arrêter le ſang, il me paroît qu'il n'eſt pas difficile de ſe déterminer ſur le choix,

&

& que la Compreſſion mérite la préférence. Les Abſorbans ſont inſuffiſans pour les grandes Hémorragies. Les Stiptiques & les Eſcarotiques cauſent beaucoup de douleur ; ils détruiſent les parties, découvrent quelquefois les os, & l'on court riſque de voir couler le ſang une ſeconde fois à la chute des Eſcarres. Il eſt vrai qu'on ſe rend plus maître du ſang, lorſqu'on ſe ſert de la Ligature, que lorſqu'on ſe ſert des Stiptiques ; mais la Ligature cauſe de grandes douleurs, des treſſaillemens convulſifs, & quelquefois la convulſion du Moignon, qui ſouvent eſt mortelle, ou par elle-même, ou parce qu'elle occaſionne l'Hémorragie par les mouvemens extraordinaires que le Malade ne peut s'empêcher de faire.

Je ne dirai rien de la maniere d'arrêter le ſang avec le Plomb fondu, ou les autres métaux rougis dans les charbons ardens, parce que je ne l'ai jamais pratiquée, ni vu pratiquer. Elle eſt louée par quelques Auteurs, mais elle eſt décriée par ceux qui ont adopté la Ligature. Ceux-ci la regardent comme trop cruelle & trop difficile à pratiquer, parce qu'on ne peut pas toujours donner au Fer le degré de chaleur convenable ; trop chaud, il emporte avec lui la piece brulée, ſans arrêter le ſang ; & s'il n'eſt pas aſſez chaud, il ne produit point la criſpation qui convient pour l'arrêter. Après avoir fait réflexion ſur tous ces moyens differens pour arrêter le ſang dans les Amputations, j'ai cru devoir préférer la Compreſſion.

On peut objecter contre la Compreſſion,

que ſi elle eſt forte, elle comprimera trop, & que la partie comprimée peut tomber en Gangrene; que ſi elle n'eſt pas forte, elle ne peut arrêter un gros vaiſſeau, ſur-tout lorſqu'il eſt coupé entierement, comme dans les Amputations des membres. J'avouerai que ce ſont-là les défauts de la Compreſſion, telle que je l'ai décrite ci-deſſus, ou telle qu'elle s'eſt toujours pratiquée. On ne peut la graduer, ni la ménager, de maniere qu'en agiſſant ſur les parties qui doivent être comprimées, on laiſſe la liberté à celles qui n'ont pas beſoin de compreſſion, & à qui même elle peut être très nuiſible. Mais la Compreſſion que je propoſe aura des forces ſuffiſantes, & elle ſera ménagée de maniere qu'on évitera toutes ſortes d'inconvéniens.

L'art de comprimer les vaiſſeaux ne conſiſte donc pas dans la quantité des forces qu'on employe, mais dans la maniere de les appliquer.

La force de la colomne du ſang, qui ſort d'une Artere ouverte, n'eſt pas ſi conſiderable, qu'un Caillot adhérent à l'orifice du vaiſſeau ne puiſſe lui réſiſter: une compreſſe ſoutenue d'un léger bandage peut quelquefois ſuffire. Le bout du doigt, quoique légerement appuyé ſur l'orifice d'un vaiſſeau ouvert, eſt ſuffiſant pour en arrêter le ſang; & il ne faudroit pas autre choſe, ſi l'on pouvoit toujours tenir le doigt dans cette attitude, & ſi le Moignon d'un Malade agité pouvoit garder aſſez longtems la même ſituation. Mais, comme la choſe eſt impoſſible, il faut trou-

ver

ver une Machine qui faſſe l'office d'un doigt, & qui, ſurement & invariablement appliquée au Moignon, ſuive ſi bien les attitudes d'un Malade inquiet, qu'elle garde toujours les mêmes rapports avec le Moignon; qu'elle ſoit telle enfin que le vaiſſeau ſe trouve toujours preſſé dans les mêmes points, & avec les mêmes degrés de compreſſion.

Une condition eſſentielle à cette Machine eſt qu'elle ne gêne point le Malade, afin qu'il puiſſe la ſupporter tout le tems néceſſaire, ſans aucune incommodité. Pour cela, il faut qu'elle n'agiſſe que ſur les parties qui doivent être néceſſairement comprimées, laiſſant toutes les autres en pleine liberté: il faut de plus qu'elle ſoit conſtruite de maniere que, ſans cauſer aucuns mouvemens au Moignon du Malade, on puiſſe la relâcher, ou la reſſerrer, ſelon les cas.

Si après l'Amputation, le Moignon enfle, & ſe gonfle, la compreſſion ſera trop forte, la machine trop ſerrée, il faut pouvoir la relâcher: au contraire, quand le Moignon deſenfle, la compreſſion eſt trop foible, la machine eſt trop lâche, il faut pouvoir la reſſerrer. Il eſt donc abſolument néceſſaire que cette machine puiſſe avec facilité être ſerrée ou relâchée plus ou moins, pour s'ajuſter au volume de la partie, afin que la compreſſion du vaiſſeau ſoit toujours égale.

Je diviſe cette Machine en deux parties: l'une comprime le tronc d'où vient la branche de l'Artere coupée, & l'autre comprime l'ouverture ou la coupure de la branche par laquelle le ſang s'écoule. Voici la maniere

de ſe ſervir de cette machine, que je vais appliquer à une Cuiſſe coupée. *

La premiere partie s'applique avant que de faire l'operation: elle y eſt même très eſſentielle. Elle eſt compoſée d'un Bandage circulaire *A*, qui fait le même contour que le circulaire d'un Brayer, & qui après avoir embraſſé le corps au-deſſous des hanches, vient ſe rendre dans l'Aine, préciſément au-deſſous de l'arcade des muſcles du ventre, dans l'endroit où paſſe l'Artere crurale. Un autre Circulaire *B* entoure la cuiſſe au-deſſous du pli de la feſſe, & vient ſe rendre dans l'Aine, où ſe trouvent l'une ſur l'autre deux Plaques de tôle garnies de chamois *C D*. Celle de deſſous eſt platte du côté qu'elle touche à la plaque de deſſus, mais du côté qu'elle touche au pli de l'Aine, elle eſt garnie d'une Pelote bien rembourée: le centre de cette Pelote eſt appuyé préciſément ſur le paſſage de l'Artere crurale à ſa ſortie du ventre. La plaque de deſſus eſt attachée aux deux Circulaires qui lui ſervent de point fixe: quelques liens attachent ces deux Circulaires entre eux. Celui qui entoure les hanches empêche la plaque de deſcendre, & celui qui entoure la cuiſſe, l'empêche de remonter, afin qu'elle réponde toujours au même endroit du pli de l'aine. Une Vis *E*, qui peut tourner ſans fin ſur la plaque de deſſous, paſſe dans un écrou taraudé dans la plaque de deſſus; de ſorte que lorſqu'on tourne cette Vis à droite, on écarte les deux plaques l'une de l'autre

* *Voyez la troiſieme & quatrieme Figure.*

tre, & on les rapproche, lorſqu'on la tourne à gauche: mais afin qu'elles s'éloignent ou qu'elles s'approchent en ligne droite, il y a deux petites fiches 1, 2, qui s'élevent perpendiculairement de la plaque de deſſous, & paſſent chacune par un trou percé dans la plaque de deſſus, l'une à droite, & l'autre à gauche de la Vis. Ces deux tiges dirigent l'approche & l'éloignement des deux plaques, & c'eſt par elles qu'elles s'éloignent ou s'approchent toujours parallelement.

Ce Bandage étant placé comme je viens de le dire, ſi l'on tourne la Vis à droite, les plaques s'écarteront l'une de l'autre: mais parce que les deux Circulaires retiennent la plaque de deſſus, & s'oppoſent à ſon élévation, il faut de néceſſité que la plaque de deſſous s'abaiſſe & s'enfonce dans le pli de l'Aine; que la Pelote dont elle eſt garnie comprime le tronc de l'Artere crurale, à meſure que l'on tourne la Vis; & que cette Vis, tournée un certain nombre de fois, comprime ſi exactement l'artere, que le ſang n'y puiſſe plus paſſer.

Ce Bandage n'a ſervi juſques-là qu'à retenir le ſang pendant l'operation: mais pour arrêter le ſang des vaiſſeaux que l'on vient de couper, il faut un ſecond Bandage compoſé d'une double plaque, comme le premier. A la plaque de deſſus viennent aboutir & s'accrocher quatre courroyes *F*, qui ſont ſolidement retenues aux deux Circulaires du premier Bandage. Avant que de les appliquer, il faut placer, en comprimant, un peloton de charpi ſur le vaiſſeau, non directement ſur ſon embou-

bouchure, mais ſur le côté de cette embouchure le plus éloigné de l'Os, afin qu'en le pouſſant vers l'Os, les parois s'appliquent l'une contre l'autre, & que preſſé d'un côté par le peloton de charpi, & de l'autre par la réſiſtance de l'Os de la cuiſſe, le vaiſſeau prenne la figure de l'anche d'un Haut-bois. Sur ce premier peloton de charpi, on en place un ſecond plus large, & ſur celui-ci un troiſieme, & même un quatrieme, toujours plus larges, & toujours pouſſés ſuivant la même direction. Enſuite on poſe ſur ce dernier tampon de charpi le centre de la pelote *G*, qu'on aſſujettit avec les courroyes *F* qui viennent toutes ſe rendre à la plaque de deſſus *H*. Alors ſi on tourne la Vis à droite, les deux plaques s'éloigneront; mais parce que les quatre courroyes empêchent l'élévation de la plaque ſupérieure, il faut que la plaque de deſſous s'enfonce & appuye ſur le tampon de charpi le plus extérieur, & celui-ci ſur les autres ſucceſſivement juſqu'au premier appliqué, lequel preſſant le vaiſſeau, ainſi qu'il a été dit, en effacera ſi exactement la cavité, qu'aucune goutte de ſang ne pourra s'épancher.

Après avoir fait cette derniere application, on lâche par degré, & peu-à-peu, la Vis de la pelote qui comprime le tronc de l'artere dans l'aine, pour laiſſer paſſer le ſang, juſqu'à ce que l'on commence à ſentir le battement de l'artere; & ſi l'on s'apperçoit qu'elle batte trop fort, & qu'il paſſe trop de ſang, on reſſerre la Vis d'un demi-tour, ou d'un tour, plus ou moins, afin de n'en laiſſer paſſer.

paſſer qu'autant qu'il en eſt néceſſaire pour conſerver la vie dans le Moignon.

Ainſi cette Machine a pluſieurs utilités. Par le moyen de la premiere piece, on ſe rend totalement maitre du ſang ; l'attention du Chirurgien n'eſt point partagée; il eſt plus aſſuré & plus ferme en opérant; l'opération finie, on lâche autant de ſang qu'on le juge à propos. Veut-on panſer le Malade, on retient totalement le ſang, juſqu'à ce qu'on ait levé l'ancien appareil, & appliqué le nouveau, en prenant les précautions que je dirai ci-après.

La deuxieme partie de cette Machine arrête le ſang, en comprimant la bouche du vaiſſeau coupé, ainſi que l'on a dit ci-deſſus; & l'on conçoit bien que ſi la compreſſion ordinaire pouvoit arrêter le ſang dans une branche, ſans que le tronc fût comprimé, celle-ci l'arrêteroit bien plus facilement, puiſqu'elle arrête la colomne de ſang dans le tronc même, & qu'on n'en laiſſe paſſer qu'autant qu'on le juge néceſſaire, pendant que le ſurplus eſt obligé de refluer dans les troncs voiſins, ou dans les vaiſſeaux collateraux.

Un autre avantage que cette Machine a ſur les autres moyens d'arrêter le ſang, & ſur la compreſſion ordinaire, c'eſt qu'auſſitôt que la ſupuration eſt établie, on peut ſans crainte d'hémorragie, lever entierement l'appareil à chaque panſement. Au contraire, lorſqu'on s'eſt ſervi des autres moyens, on laiſſe à chaque panſement tout ce qui eſt placé ſur les vaiſſeaux; on craint de les dégar-

garnir ; ce qui reſte s'échauffe, ſe pourrit, & contracte une odeur incommode au Malade, & à tous ceux qui l'approchent ; de plus, ce reſte d'appareil retient une partie du pus, qui croupiſſant, devient âcre, irrite la partie, & cauſe douleur, inflammation, fievre, inſomnie, & autres accidens.

Avec notre Machine, pour n'avoir rien à craindre à la levée du premier appareil, il ne faut que ſerrer la Vis des plaques qui ſont dans l'aine. On empêche le ſang de couler dans le vaiſſeau. On détache alors les courroyes de la pelote de deſſus le moignon ; on la leve, & on ôte de l'appareil tout ce qui peut aiſément ſe ſéparer. Enſuite on applique de nouveaux tampons de charpi à la place des anciens ; on replace, on attache la pelote : on en ſerre la Vis au degré qui convient : on relâche peu-à-peu la Vis de l'aine pour la remettre au degré où elle étoit, & l'on acheve le panſement. On pourroit dire que cette maniere de conſolider les vaiſſeaux eſt une imitation de la manœuvre des Fontainiers, qui, pour réparer un tuyau de Fontaine, commencent par fermer le robinet du Réſervoir, pour ſe rendre maitres de l'eau, qui empêcheroit leur ſoudure. La Vis de l'aine eſt une eſpece de robinet qui retient le ſang, ou modere ſon mouvement, juſqu'à ce que les ſucs nourriciers ayent ſoudé & conſolidé l'ouverture du vaiſſeau.

Ce moyen d'arrêter le ſang eſt préférable aux autres, non ſeulement parce qu'il eſt plus doux, plus ſûr & plus commode, mais encore parce qu'il eſt plus naturel. En effet, les

les Stiptiques, les Eſcarotiques, le Feu & la Ligature n'arrêtent le ſang, qu'en détruiſant une portion des vaiſſeaux, des nerfs & des chairs voiſines. La compreſſion ne détruit aucune partie, elle les rapproche ſeulement, & procure leur adhéſion. Mais ce qu'il y a de plus eſtimable, c'eſt que la compreſſion bien graduée ne produit jamais d'inflammation, & il en arrive toujours, lorſqu'on ſe ſert des autres moyens. C'eſt même cette inflammation qui donne occaſion à la ſupuration extraordinaire, & la ſupuration à la chûte prématurée des Eſcarres & des Ligatures.

La chûte des Eſcarres ſera toujours ſuivie d'hémorragie, quand la partie du Caillot, que j'ai appellée le Bouchon, reſtera attachée avec la partie que j'ai appellée le Couvercle, parce qu'elles tomberont enſemble, & qu'alors l'orifice du vaiſſeau ne ſera ni bouché ni couvert. J'ai tâché de découvrir pourquoi ces deux parties du Caillot tomboient quelquefois enſemble, & quelquefois ſéparément; & j'ai remarqué que cela dépendoit de la maniere dont on faiſoit la compreſſion ordinaire, après l'application des eſcarotiques, ou autres moyens: car ſi l'on obſervoit de faire toujours la compreſſion ſur le côté du vaiſſeau, de façon à en approcher les bords & les parois, on empêcheroit la communication du Caillot interne avec l'externe, ils n'auroient point d'adhérence l'un à l'autre, l'externe ſe ſépareroit ſeul, l'interne reſteroit dans le vaiſſeau, & l'hémor-

morragie ne ſuivroit pas ſi ſouvent la chute des Eſcarres.

On voit par cette obſervation, combien la compreſſion eſt utile pour faire réuſſir les autres moyens d'arrêter le ſang, & l'on prévoit même déja, que ſeule elle peut être ſuffiſante. En effet, pour empêcher que le ſang coule par un vaiſſeau ouvert, il ne faut qu'une compreſſion qui le retienne, juſqu'à ce que les adhéſions du Caillot au vaiſſeau, du vaiſſeau à lui-même & aux chairs voiſines, ſoient aſſez fortes pour réſiſter à l'impulſion du ſang. Il ne faut pas pour cela un tems bien conſiderable; le jour que l'Appareil ſe ſépare avec facilité, qui eſt pour l'ordinaire le quatrieme ou le cinquieme, la réunion eſt faite, & ſi l'on continue la compreſſion, ce n'eſt que pour plus grande ſûreté.

Les Cauſtiques, les Stiptiques & la Ligature pourroient-ils mieux faire? Eux, au contraire qui retranchent & détruiſent, qui font beaucoup de douleur, & qui attirent l'inflammation, ſi contraire à la réunion. Un vaiſſeau pour ſe réunir à ſoi-même, au Caillot & aux chairs voiſines, peut-il être dans une ſituation plus favorable, que celle dans laquelle il ſe trouve à l'inſtant qu'il vient d'être coupé? La Chirurgie ne nous enſeigne-t-elle pas que pour réunir des parties fraichement diviſées, il ne faut que les rapprocher, & les maintenir rapprochées? C'eſt, ſi j'oſe le dire, à la Nature à faire le reſte, & elle le fait toujours, lorſqu'elle n'eſt point interrompue dans ſes fonctions, comme elle l'eſt par les autres moyens d'arrêter

le

le ſang. Ceux-ci retardent la réunion, qui ne commence à ſe faire qu'au cinquieme ou au ſixieme jour; au-lieu qu'en ſe ſervant de la compreſſion, l'adhéſion, la réunion, & la conſolidation des vaiſſeaux commencent dès les premiers inſtans qu'ils ſont comprimés: ſi bien que, lorſqu'à la levée du premier appareil, la ſupuration détache les tampons de charpi, dont on s'eſt ſervi pour comprimer le vaiſſeau, on s'apperçoit que la réunion de ſes parties eſt déja faite. Il eſt vrai qu'elle n'eſt pas encore bien ſolide, c'eſt pour cela, qu'avant de lever l'appareil, on a ſoin de ſerrer la Vis de la pelote de l'aine, qui comprime exactement le tronc; de ſorte que ce qui reſte de ſang dans le vaiſſeau, depuis cette compreſſion juſqu'à l'ouverture, n'a point le mouvement d'impulſion, qui ſeroit capable de forcer cette réunion commencée.

Ce que je viens de dire de la Machine & de ſes uſages n'eſt point conjecture: je ne la propoſe qu'après l'avoir mis heureuſement en pratique à l'Amputation de la Cuiſſe d'une perſonne de diſtinction. Toute la France a pris tant de part à cette guériſon, la maladie étoit ſi conſiderable, & accompagnée de tant de circonſtances ſingulieres, que je me ſuis cru obligé d'en rendre compte.

Au Siege d'Aire en 1710, cette perſonne reçut un coup de bale de Mouſquet, qui lui perça la Cuiſſe droite de part en part, & briſa l'os en tant de pieces, qu'il y a lieu de s'étonner que les deux portions principales ayent pu ſe réunir par un calus aſſez fort pour ſoutenir le corps, & conſerver la fa-

ci-

cilité de marcher pendant vingt ans. Cet illuſtre Bleſſé fut priſonnier de Guerre, & quoiqu'on eût pour lui tous les égards & les ſoins dûs à une perſonne de ſa condition, ſa bleſſure reſta fiſtuleuſe, parce qu'on ne tira de ſa playe aucune des eſquilles, qui cependant étoient en grand nombre, comme il paroît par celles qu'on a tirées en differens tems, ſoit par l'ouverture de la fiſtule, qui a ſubſiſté 19 ans, ſoit par celle de quelques-uns des Abſcès qui ſont ſurvenus pendant le cours de cette longue & laborieuſe maladie.

Il y a un an & plus que la douleur vive & preſque continuelle que le Malade ſouffroit, l'obligea de prendre un parti. Il aſſembla pluſieurs perſonnes habiles, au nombre deſquels furent ceux que le ſavoir & l'expérience ont élevés aux premieres places. Il fut mis en queſtion, ſi on ouvriroit la Fiſtule pour tirer une Eſquille très conſiderable qu'on y ſentoit avec la Sonde, ou ſi on couperoit la Cuiſſe. On décida, qu'avant toutes choſes, on tireroit l'Eſquille, regardant l'Amputation de la Cuiſſe comme une derniere reſſource.

Chargé d'exécuter ce dont on étoit convenu, je dilatai la Fiſtule, autant qu'une barriere oſſeuſe, qui la formoit, me permit de le faire. Par cette dilatation, je ne pus découvrir que huit lignes du milieu de l'Eſquille qui avoit trois pouces de longueur: les deux extrémités étoient cachées dans une eſpece de caverne oſſeuſe, & retenues preſque immobiles par des chairs dures & caleuſes.

ſes. Après avoir eſſayé en-vain de pouſſer l'eſquille, ſoit en-haut, ſoit en-bas, pour la tirer par l'une de ſes extrémités, je fis faire un Inſtrument avec lequel je la coupai en deux. Alors je la tirai avec facilité, & tout de ſuite trois autres eſquilles, dont l'une étoit plus groſſe que la premiere, & les deux dernieres plus petites; mais ce qui paroitra ſurprenant, c'eſt qu'ayant porté mon doigt dans le fond de la Fiſtule, je trouvai un morceau du drap de la culote, qui n'avoit perdu que ſa couleur. Quelques jours après, il ſortit en trois panſemens differens, trois morceaux de Fer rouillés, qu'on jugea être des portions de l'anneau d'une Clef que la bale avoit briſé, & dont le reſte fut trouvé dans la poche de la culote le jour même de la bleſſure.

Le ſuccès de toutes ces opérations ſembloit promettre une guériſon parfaite; mais les douleurs qui n'avoient été que diminuées, revinrent bien-tôt auſſi vives qu'auparavant. L'inſomnie, la fievre lente & la maigreur détruiſirent nos eſperances; enfin les forces qui diminuoient chaque jour, nous obligerent d'annoncer au Malade la néceſſité de l'Amputation; ou plutôt le Malade, devenu habile en Chirurgie depuis vingt ans qu'il en étoit le Sujet, reconnut lui-même la néceſſité de cette cruelle opération: il la propoſa, & décida du jour & de l'heure qu'elle ſeroit faite.

Le 23 Février 1730, à dix heures du matin, tout étoit prêt: mais l'opération ne fut faite qu'à onze, parce que notre courageux Ma-

Malade n'étoit pas éveillé. Nous lui laissames achever cette nuit, qui fut une des plus tranquilles qu'il eût encore passé depuis sa blessure. L'opération faite, les Vaisseaux furent liés à l'ordinaire. Le Malade couché, fut si tranquille, qu'il paroissoit avoir oublié les douleurs qu'il venoit de souffrir, & mépriser celles que l'on pouvoit lui causer par la suite. Son courage l'empêchoit de douter de sa guérison; sûr de vivre, il ne s'occupoit qu'à former des projets agréables, & ne soupçonnant aucun danger, son esprit jouïssoit de cette tranquillité que donne la douce esperance ou plutôt la sécurité.

Avec de pareilles dispositions, les guérisons sont faciles; mais s'il est avantageux qu'un Malade ait du courage, il faudroit pouvoir y donner des bornes. L'exemple de celui-ci prouve qu'on peut abuser de tout, même de la vertu. Ce qui l'avoit conduit si rapidement à la guérison, ce courage intrépide, lui fit entreprendre de se lever lui-même sans secours, & de s'asseoir le dos contre le chevet de son lit: ce qu'il fit avec tant de promtitude & de force, qu'il allarma les assistans, & qu'à l'instant il s'apperçut qu'il perdoit tout son sang. Ce fut le vingt-unieme jour de l'opération. J'étois heureusement chez lui; le mal fut aussi-tôt réparé par l'application d'un bouton de Vitriol, soutenu d'un bandage convenable. Il observa plus exactement le repos: cependant le onzieme jour de l'application du Vitriol, à la chûte de l'Escarre, l'hémorragie revint. J'étois encore près du Malade, & profi-

profitant des réflexions que j'avois faites ſur les défauts de la Ligature & l'infidelité des Cauſtiques, je crus pouvoir tenter d'arrêter le ſang par la ſeule Compreſſion. Je la fis avec les moyens ordinaires; ce que je regardai cependant plutôt comme une épreuve que la néceſſité m'obligeoit de faire, que comme un moyen aſſuré. La crainte & la méfiance me firent placer près du Malade quatre Chirurgiens qui ſe relevoient d'heure en heure pour tenir le Moignon, & appuyer la main ſur l'endroit de l'Artere ouverte, afin de fortifier l'action du bandage qui faiſoit la compreſſion.

Dans cette cruelle extrémité, il ſembloit que pour ſauver la vie du Malade, nous n'euſſions à choiſir que l'application des Cauſtiques, ou la Ligature du Vaiſſeau; mais comment ſe fier une ſeconde fois à l'un ou à l'autre, puiſque tous deux nous avoient manqué? La Ligature fut cependant propoſée; elle parut difficile & dangereuſe: difficile, parce que l'Artere avoit été raccourcie de près d'un pouce, ſoit par la portion qu'en avoit retranché la Ligature, ſoit par celle qu'en avoit brulé le Vitriol. Elle n'étoit pourtant pas impoſſible, puiſqu'on pouvoit faire une inciſion pour découvrir l'Artere, & la lier; mais cette opération eût été dangereuſe à un Malade exténué & fatigué par les opérations, par la diète & par une ſupuration abondante, qui duroit depuis près de trente jours.

La triſte ſituation où je me trouvois, ne me permit pas de ſonger à autre choſe qu'à

trouver les moyens de remédier à un si fâcheux accident. L'idée d'une Machine me vint, & ne me quitta pas de toute la nuit: le jour étant venu, j'en fis un modele avec du papier. Je mandai M. Perron, mon confrere, qui approuva cette Machine, & la fit fabriquer. Si-tôt que je l'eus placée, le Malade sentit qu'elle réussiroit, parce que, disoit-il, elle appuyoit sur les deux points essentiels, & qu'elle laissoit en liberté tout le reste du Moignon. Elle fit toute seule, mais avec bien plus d'exactitude & de régularité, ce que faisoient les quatre Chirurgiens que j'employois à comprimer le bout du Moignon. Ce qu'elle a fait de plus, c'est qu'après avoir tranquillisé le Malade, rassuré le Chirurgien & la Famille allarmée, elle a procuré la consolidation du vaisseau, d'où s'en est suivi une guérison parfaite.

On voit par l'exemple que je viens de rapporter, qu'on arrêtera le sang des vaisseaux coupés dans les Amputations, sans Stiptiques, sans Castiques & sans Ligature. Par les observations & les réflexions que j'ai faites sur les differens moyens d'arrêter le sang, on sera convaincu que la Compression doit être préférée; & l'on sera d'autant plus porté à s'en servir, qu'elle s'exécutera par le moyen d'une Machine sure, simple & facile à manœuvrer. Je ne prétends pas borner son usage à la seule Amputation de la Cuisse: il est certain qu'elle doit encore mieux réussir aux Bras & aux Jambes, puisqu'elle s'y ajustera plus facilement, & que les vaisseaux y sont moins considerables.

SUR

Fig. 1.

SUR LA SEPARATION DES INDETERMINÉES DANS LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. SOIT l'Equation $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$, dans laquelle a, b, m, n, p, ſont des quantités conſtantes quelconques, & x & y variables. Pour ſéparer les indéterminées dans cette Equation, je la multiplie par A indéterminée en forme & en valeur, & j'ai $A dx = aAx^m y^n dy + bAy^{n+1} x^p dx$.

L'intégrale de cette Equation eſt $[\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}] - \frac{ma}{n+1} \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx - \frac{a}{n+1} \int y^{n+1} x^m dA + b \int Ay^{n+1} x^p dx$.

Je fais $= o$ les termes du ſecond membre qui ſont affectés du ſigne $\int$; & les differentiant, il vient $\frac{ma}{n+1} Ax^{m-1} dx + \frac{a}{n+1} x^m dA = bAx^p dx$, ou $A^{-1} dA = \frac{(n+1)b}{a} x^{p-m} dx - mx^{-1} dx$. J'integre cette Equation,

& j'ai $lA + m lx = \frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}$, ou (paſſant aux nombres, & prenant c pour le nombre dont le logarithme $= 1$) $A x^m = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}$, ou $A = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m}$. Et ſubſtituant cette valeur de A dans l'Équation intégrée [$\int A dx = \frac{a}{n+1} A x^m y^{n+1}$], il vient

$$\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx = \frac{a}{n+1} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} y^{n+1}, \text{ ou } y^{n+1} = \frac{n+1}{a} c^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx, \text{ ou enfin } y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times \left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx\right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Quel que ſoit le rapport entre a, b, m, n, p, dans l'Equation $dx = a x^m y^n dy + b y^{n+1} x^p dx$, les indéterminées ſeront, comme l'on voit, toujours ſéparées par cette méthode, & par conſéquent le Problême conſtruiſible par les

les Quadratures, excepté cependant lorſque $p=m-1$, ou $n=-1$.

II. Lorſque $p=m-1$, l'intégrale générale ne fait rien connoître, à cauſe des expoſans infinis qui s'y trouvent. C'eſt que l'Equation eſt abſolument intégrable ſans quantités exponentielles: car elle eſt alors $dx=ax^m y^n dy + by^{n+1} x^{m-1} ax$. Je lui applique donc la règle ſous ſa forme particuliere, & j'ai $Adx=aAx^m y^n dy + bAy^{n+1} x^{m-1} dx$, dont l'intégrale eſt $[\int Adx=\frac{a}{n+1} A x^m y^{n+1}]$ $-\frac{ma}{n+1}\int A y^{n+1} x^{m-1} dx-\frac{a}{n+1}\int x^m y^{n+1}$ $dA+b\int A y^{n+1} x^{m-1} dx$. D'où l'on tire $A^{-1} dA=\frac{nb+b-ma}{a} x^{-1} dx$, ou lA $=\frac{nb+b-ma}{a} lx$, ou $A=x^{\frac{nb+b-ma}{a}}$; & ſubſtituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a $(\frac{a}{nb+b-ma+a})\times(x^{\frac{nb+b-ma+a}{a}}$ $+B)=\frac{a}{n+1} x^{\frac{(n+1)b}{a}} y^{n+1}$, ou $(\frac{n+1}{nb+b-ma+a})$ $\times(x^{-m+1}+Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}})=y^{n+1}$, ou enfin $y=\left(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}\right)^{\frac{1}{n+1}}\times(x^{-m+1}$ $+$

$$+ B x^{\frac{(-n-1)b}{a}} \Big)^{\frac{1}{n+1}}$$. D'où l'on voit que lorsque $p = m-1$, & que m & n sont des nombres rationnels, l'Equation appartient toujours à des Courbes algébriques.

Cette intégrale ne fait rien connoitre, lorsque $n = -1$. C'est que l'Equation étoit intégrable sans aucune préparation: car l'on a alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^{m-1} dx$, ou $x^{-m} dx = bx^{-1} dx + ay^{-1} dy$, ou $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} = blx + aly - alB$, ou $c^{\frac{1}{-m+1}} x^{-m+1} = \frac{x^b y^a}{B^a}$, ou $y = B c^{\frac{1}{(-m+1)a}} x^{-\frac{b}{a}} x^{\frac{-m+1}{a}}$.

III. Lorsque $n = -1$, l'intégrale générale ne fait rien connoitre. C'est encore parce que l'Equation est intégrable sans préparation; car elle est alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^p dx$, ou $x^{-m} dx = ay^{-1} dy + bx^{p-m} dx$, dont l'intégrale est $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1} = aly - alB$,

ou $c^{\left(\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1}\right)} = B^{-a} y^a$,

ou $y = Bc^{\left(\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1} - \frac{b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}\right.}$

Cet-

Cette intégrale ne fait rien connoitre, lorſque $m=1$, ou $p=m-1$.

Si $m=1$, l'on a $dx=axy^{-1}dy+bx^p\,dx$, ou $x^{-1}dx-ay^{-1}dy=bx^{p-1}dx$; dont l'intégrale eſt $lx-a\,ly+al\,B=\frac{b}{p}x^p$, ou $B^a x y^{-a}=c^{\frac{b}{p}x^p}$, ou $y=Bx^{\frac{1}{a}}c^{-\frac{b}{pa}x^p}$.

Si $p=m-1$, c'eſt le cas précédent (*Art. III.*)

IV. Je reviens à la racine de l'Equation générale $y=\left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}\times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a}x^{p-m+1}}\times\left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}x^{p-m+1}}x^{-m}dx\right)^{\frac{1}{n+1}}$; & je cherche les cas où cette racine peut être exprimée en termes finis. Pour cela faiſant $\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}=\alpha$, $-m=\epsilon$, & $p-m+1=\iota$, la quantité qui eſt ſous le ſigne $\int$ devient $\int c^{\alpha x^\iota}x^\epsilon\,dx$; que j'integre comme il ſuit.

$$\int c^{\alpha x^\iota}x^\epsilon\,dx=\int c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-\iota+1}.x^{\iota-1}dx=\frac{1}{\alpha\iota}c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-\iota+1}-\frac{(\epsilon-\iota+1)}{\alpha\iota}\int c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-\iota}dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-\iota}dx=\int c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-2\iota+1}.x^{\iota-1}dx=\frac{1}{\alpha\iota}c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-2\iota+1}-\frac{(\epsilon-2\iota+1)}{\alpha\iota}\int c^{\alpha x^\iota}x^{\epsilon-2\iota}dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-2\varepsilon}\,dx = \int c\,\alpha x^\varepsilon x^{\zeta-3\varepsilon+1}.x^{\varepsilon-1}dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon}$$

$$c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-3\varepsilon+1} - \frac{(\zeta-3\varepsilon+1)}{\alpha\varepsilon}\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-3\varepsilon}\,dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-3\varepsilon}\,dx = \&c.$$

Donc $\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta}\,dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-\varepsilon+1} = \frac{(\zeta-\varepsilon+1)}{\alpha\varepsilon\varepsilon}$

$$c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-2\varepsilon+1} + \frac{(\zeta-\varepsilon+1).(\zeta-2\varepsilon+1}{\alpha^3\varepsilon^6} c^{\alpha x^\varepsilon}$$

$$x^{\zeta-3\varepsilon+1} - \left(\frac{\zeta-\varepsilon+1.\zeta-2\varepsilon+1.\zeta-3\varepsilon+1}{\alpha^3\varepsilon^4}\right)$$

$$c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\zeta-4\varepsilon-1} + \&c.$$

D'où l'on tire, en remettant pour $\alpha, \zeta, \varepsilon$ leurs valeurs,

$$y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a}} x^{p-m+1}$$

$$\times \left(\frac{a}{(n+1)b}\right. c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1} \qquad x^{-p}$$

$$+ \frac{p a^2}{(n+1)^2 b b} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1}$$

$$x^{m-2p-1} - \frac{pa^3(m-2p-1)}{(n+1)^3 b^3} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}} x^{p-m+1}$$

$$x^{2m-3p-2} + \frac{pa^4(m-2p-1)\times(2m-3p-2)}{(n+1)^4 b^4}$$

$$c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}\,x^{p-m+1}} \qquad x^{3m-4p-3} - \&c.$$

$$+ Q)^{\frac{1}{n+1}}, \text{ ou } y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times \left(\frac{a}{(n+1)b}\,x^{-p}\right.$$

$$+ \frac{paa}{(n+1)^2bb}\,x^{m-2p-1} - \frac{pa^2(m-2p-1)}{(n+1)^3b^3}\,x^{2m-3p-2}$$

$$\left. + \frac{pa^4(m-2p-1)\cdot(2m-3p-2)}{(n+1)^4b^4}\,x^{3m-4p-3}\right.$$

$$\left. - \&c. + Qc^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}\,x^{p-m+1}}\right)^{\frac{1}{n+1}};$$

ou faisant $\frac{a}{(n+1)bb} = A$, $\frac{-paA}{(n+1)b} = B$, $\frac{(m-2p-1)B}{(n+1)b} = C$, $\frac{(2m-3p-2)aC}{(n+1)b} = D$, &c.

$$y = \left(x^{-p} + pAx^{m-2p-1} - (m-2p-1)\right.$$

$$B\,x^{2m-3p-2} + (2m-3p-2)\,C\,x^{3m-4p-3}$$

$$\left. - (3m-4p-3)\,D\,x^{4m-5p-4} + \&c.\right.$$

$$\left. + Rc^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}\,x^{p-m+1}}\right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

On ne peut voir sans étonnement tout ce que contient une seule Equation differentielle aussi simple que $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$. Nous en avons donné la séparation en général (*Art. II.*) & les cas particuliers d'intégration (*Art. III. IV.*) L'on voit de plus qu'on

a la valeur de y en termes finis toutes les fois que $\frac{m-1}{m-p-1}$ eſt un nombre entier poſitif, ce qui donne une infinité de cas differens de ceux dont nous avons parlé.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant un nombre entier poſitif, l'on fait $R=0$, & que p ſoit nombre rationel, toutes ces courbes ſeront algébriques.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant quelque nombre entier poſitif, $R=0$, p ou m ſont irrationnels, l'on aura des courbes irrationnelles, mais dont les expoſans ſont conſtans, & qui tiennent le premier rang après les courbes algébriques.

Enfin ſi $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant toujours un nombre entier poſitif, R eſt quelque quantité donnée, ces courbes ſont exponentielles à expoſans variables.

V. La méthode s'applique avec le même ſuccès à une infinité d'autres formules, & à celles dont M. Craig * a donné la ſéparation dans ſon Livre *de Calculo Fluentium*.

Son 1er cas, qui eſt celui où l'une des indéterminées manque, ſe réduit de lui-même aux Quadratures, & ſe trouvoit déja dans le beau Scholion de la fin de la *Quadrature des Courbes de M. Newton*.

Le 2d. cas de M. Craig eſt $ay^m\,dy=by^{m+1}\,dx+q\,dx$ (q étant une quantité quelconque don-

* *Lib. Calc. Fluent. p.* 40. *& ſeq.*

donnée par x). Je lui donne la forme $Aq\,dx = aAy^m dy - bAy^{m+1} dx$, dont l'intégrale est $[\int Aq\,dx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1}\int y^{m+1} dA - b\int Ay^{m+1} dx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a}x$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a}x}$; & substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, il vient $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}x} q\,dx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a}x} y^{m+1}$, ou enfin $y = \left(\frac{m+1}{a}\right)^{\frac{1}{m+1}} \times c^{\frac{b}{a}x} \left(\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}x} q\,dx\right)^{\frac{1}{m+1}}$.

Le 3me cas $ay^m dy = by^{m+1} p\,dx + q\,dx$, ($p$ & q étant des fonctions quelconques de x). Je lui donne cette forme $Aq\,dx = aAy^m dy - bAy^{m+1} p\,dx$, dont l'intégrale est $[\int Aq\,dx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1}\int y^{m+1} dA - b\int Ay^{m+1} p\,dx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a}\int p\,dx$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int p dx}$; & substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int p dx} q\,dx = \frac{a}{m+1}$

$\int^{-\frac{(m+1)b}{a}\int p\,dx} y^{m+1}$, ou enfin $y=\left(\frac{m+1}{a}\right)^{\frac{1}{m+1}}$

$\times c^{\frac{b}{a}\int p\,dx}\left(\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int p\,dx} q\,dx\right)^{\frac{1}{m+1}}$.

Le 4me cas (si tant est qu'il soit different du 3me) est $a\,dy=p\,y\,dx+b\,y^n\,q\,dx$. C'est l'Equation que M. Jacques Bernoulli avoit autrefois proposée (*Act. Erud.* 1695. *p.*553.) & dont M. Bernoulli son Frere donna la séparation dans les mêmes Actes 1697. p. 115. Quoi qu'il en soit, je lui donne cette forme, $b\,A\,q\,dx=a\,A\,y^{-n}\,dy-A\,y^{-n+1}\,p\,dx$, dont l'intégrale est $[b\int A\,q\,dx=\frac{a}{-n+1}A\,y^{-n+1}$]

$-\frac{a}{-n+1}\int y^{-n+1}\,dA-\int A\,y^{-n+1}\,p\,dx$;

d'où l'on tire $l\,A=\left(\frac{n-1}{a}\right)\int p\,dx$, ou

$A=c^{\left(\frac{n-1}{a}\right)\int p\,dx}$. Et substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a

$b\int c^{\left(\frac{n-1}{a}\right)\int p\,dx} q\,dx=\frac{a}{-n+1}c^{\left(\frac{n-1}{a}\right)\int p\,dx}\,y^{-n+1}$,

ou $y=\left(\frac{(-n+1)b}{a}\right)^{\frac{1}{1-n}}\times c^{\frac{1}{a}\int p\,dx}\times\left(\int c^{\frac{n-1}{a}\int p\,dx}\right.$

$\left.q\,dx\right)^{\frac{1}{1-n}}$.

Quant au 5me cas, $a\,y^e\,dy=b\,y^n\,q\,dx+p\,dx$, il

il me ſemble que M. Craig ſe trompe, de croire en pouvoir faire la ſéparation comme il a fait dans les 2^d. & 3me. Ce cas n'eſt ſéparable ni par ſa méthode ni par la mienne.

RECHERCHES GEOGRAPHIQUES SUR L'ETENDUE DE L'EMPIRE D'ALEXANDRE,

Et ſur les Routes parcourues par ce Prince dans ſes differentes Expéditions.

Pour ſervir à la Carte de cet Empire, dreſſée par feu M. Deliſle, pour l'uſage du Roi.

Par M. BUACHE. *

L'HONNEUR que j'ai d'occuper aujourd'hui une place que feu M. Deliſle mon Beau-pere a ſi dignement remplie, m'a fait préférer ce ſujet à pluſieurs autres, que j'aurois pu expoſer au jugement de la Compagnie. Formé par les ſoins de M. Deliſle, & lui devant tout ce que je puis ſavoir en Géographie, j'ai cru devoir commencer par exécuter un Projet dont il m'avoit entretenu pluſieurs fois.

Comme la Carte de l'Empire d'Alexandre s'étend depuis la Côte occidentale de la Grece,

* 4 Avril 1731.

ce, voisine de l'Illyrie, jusque par-delà le Fleuve Indus, elle comprend presque toute la partie orientale du Monde connu des Anciens, & par-là elle auroit donné à M. Delisle occasion de justifier une partie des changemens qu'il avoit faits aux Cartes des Géographes précédens.

Ce Mémoire joint à celui qu'il lut en 1714, sur la situation de l'Italie, & de la partie occidentale de la Méditerranée, auroit tenu lieu en partie de cette Introduction à la Géographie qu'il avoit promise.

J'ai trouvé dans les Recueils de M. Delisle beaucoup de matériaux destinés à composer le Mémoire que je lis aujourd'hui; mais il n'avoit presque rien écrit des raisons sur lesquelles il s'étoit déterminé pour les positions conjecturales de sa Carte des Expéditions d'Alexandre: cependant ces positions conjecturales sont, comme le savent tous ceux qui ont travaillé sur la Géographie, la partie la plus considerable & la plus difficile de cette Science; ainsi il m'a fallu rappeller & imaginer quelquefois, pour ainsi dire, les raisons qui l'avoient déterminé dans ces occasions.

Pella, Capitale de la Macédoine, étoit la patrie d'Alexandre, & c'est de cette Ville que ce Prince partit pour ses trois Expéditions differentes contre les Grecs, contre les Triballes, Peuples de la Thrace Septentrionale qu'il traversa jusqu'au Danube, obligeant une partie de ce vaste Païs de se soumettre à lui, & contre les Perses. La situation de Pella est déterminée sur la Carte,

par

par ſa diſtance de la Ville de Theſſalonique, où l'on a une Obſervation du Pere Feuillée.

La partie occidentale de l'Empire d'Alexandre comprenoit les Païs contenus entre l'Epire, la Béotie, & la Thrace; c'étoit-là proprement le Royaume de ce Prince, lorſqu'il déclara la guerre aux Perſes. Athenes, Lacédémone ni les autres Villes de la Grece, n'obeïſſoient point à Alexandre, comme à leur Souverain, mais comme au Chef, & comme au Général de la Nation Grecque; c'eſt par cette raiſon que ſur la Carte, l'Attique & le Peloponeſe ne font point partie de l'Empire d'Alexandre. On en a encore excepté Byzance, parce que cette Ville formoit une eſpece de République qui conſerva ſa liberté, même ſous les Succeſſeurs d'Alexandre.

Les differentes victoires que ce Prince remporta ſur les Perſes, le rendirent maitre de preſque tous les Païs ſoumis à ces peuples: je dis de preſque tous les Païs, parce qu'il faut excepter de l'Aſie mineure la Bythinie, & la partie ſeptentrionale de la Cappadoce, nommée depuis le *Royaume du Pont*. Il en faut dire autant de l'Arménie ſituée à l'Orient de l'Euphrate, ou de la grande Arménie. L'Atropatene ſituée à l'Orient de l'Arménie, & qui eſt nommée maintenant *Adherbijan*, ne faiſoit pas non plus partie de l'Empire d'Alexandre, & il ne faut pas d'autre preuve pour rejetter les traditions Orientales, qui font aller ce Prince dans l'Ibérie ou Géorgie, & qui lui attribuent la conſtruction de la Fortereſſe & de la muraille de Derbent.

A l'égard des Frontieres orientales de l'Empire d'Alexandre vers l'Hyrcanie & vers la Scythie, on les comprendra mieux par l'inſpection ſeule de la Carte, où les marches de ſon Armée ſont tracées, que par tout ce que je pourrois dire. Il en ſera de même de la Frontiere de l'Inde.

La partie méridionale de l'Empire de ce Prince étoit terminée par la Mer des Indes, par le Golfe Perſique, & par l'Euphrate. Alexandre n'avoit point ſoumis les Arabes, & le détail des Guerres qui s'éleverent entre ſes Succeſſeurs, montre que cette Arabie qui eſt miſe au nombre des Provinces de ſon Empire, étoit la partie de l'Egypte, voiſine d'Heroum ou du Suès, qui eſt entre la Mer rouge & la Méditerranée.

Comme ces diſcuſſions touchant les Provinces qui compoſoient l'Empire d'Alexandre, ne regardent pas préciſément notre objet préſent, il ſuffit d'avoir indiqué en gros ce que la Carte de M. Deliſle a de particulier ſur cet article; l'objet de ce Mémoire étant uniquement ce qu'il y a de géographique dans cette Carte.

Pour rendre plus ſenſibles les changemens que M. Deliſle a faits dans la ſituation & dans la diſtance des Païs qui compoſoient l'Empire d'Alexandre, j'ai ſuivi la méthode dont il s'eſt déja ſervi pour mettre ſous les yeux les differentes figures données à la Mer Caſpienne, par les Géographes, & qu'il avoit employées à l'occaſion du Mémoire qu'il lut en 1714 pour juſtifier les changements qu'il avoit faits à l'Ita-

l'Italie. J'ai tracé deux fois differentes ſur la Carte les Païs qui compoſoient l'Empire d'Alexandre, d'abord ſuivant l'Hypotheſe géographique de M. Deliſle, & enſuite ſelon celle des autres Géographes.

Ces deux Plans du même Païs ont une ligne commune, qui eſt le Méridien de Byzance, aujourd'hui Conſtantinople; mais tous les autres points ſont differens, & par conſéquent doubles. Pour rendre ces differences plus ſenſibles, on a diſtingué les deux Plans par des traits. Celui de M. Deliſle eſt marqué par un trait avec des hachures, & l'ancien Plan par un ſimple trait.

Comme les Latitudes & les Longitudes données aux Villes de ces Païs par M. Deliſle ſont très differentes de celles de l'ancien Syſtême, on a été obligé, pour repréſenter l'un & l'autre ſur la même Carte, de répéter les noms & la poſition des Villes. Celle de Byzance, par exemple, eſt marquée deux fois; ſavoir, dans le Plan de M. Deliſle, à 41 degrés une minute de Latitude, conformément à l'obſervation de M. de Chazelles, & dans le Plan des anciens Géographes, à 43 degrés, ſuivant l'opinion de Ptolomée, ce qui fait une difference de deux degrés, ou de 50 lieues entre ces deux points du même Méridien. Cette difference eſt réelle, parce que le parallele de Byzance, ſuivant l'opinon ancienne, n'eſt pas le même que celui qui réſulte de l'Obſervation Aſtronomique.

A l'égard du Méridien, conſiderant celui de Byzance pris en lui-même, & comme un pre-

premier Méridien, duquel je commence à compter, il eſt le même dans l'un & dans l'autre Plan: M. Deliſle ſuivant en cela l'Obſervation de M. de Chazelles, l'éloigne de 26 degrés 33 min. du Méridien de Paris, & de 46 degrés 33 minutes du premier Méridien. Le Syſtême ancien augmentoit cet intervalle de 10 degrés, & comptoit 56 degrés 30 minutes entre Byzance & l'Iſle de Fer. Je me ſuis contenté de marquer cette difference au bas du Méridien de Byzance.

A meſure que l'on s'éloigne de ce Méridien vers l'Occident, & vers l'Orient, la difference des deux Plans devient plus ſenſible: mais c'eſt à l'extrémité orientale qu'elle l'eſt extrêmement, parce que c'eſt là qu'eſt la ſomme des differences accumulées. Tout le monde ſait que le Gange fut le terme des Expéditions d'Alexandre: or la difference de Longitude entre ce Fleuve & Conſtantinople eſt de 47 degrés 50 minutes 30 ſecondes, ſuivant les Obſervations envoyées des Indes au P. Kirker, par le P. Grueber, qui donnoient 4 heures 16 minutes 16 ſecondes pour la difference des Méridiens de Rome & d'Agra, d'où il réſulte celle de 74 degrés 24 minutes entre Paris & Agra, & celle de 49 degrés 50 minutes 30 ſecondes entre Agra & Conſtantinople.

La Ville d'Agra, ſituée ſur le Fleuve Gemené qui ſe jette dans le Gange du côté occidental, eſt à peu près par le Méridien des ſources du Gange, qui de l'aveu de tous les Géographes coule au Sud-Eſt, ainſi le Méridien d'Agra eſt peu éloigné des Frontieres orien-

orientales de l'Empire d'Alexandre.

Suivant l'ancien Syſtême, l'Empire d'Alexandre s'étendoit plus de 58 degrés à l'Orient de Byzance. C'eſt une difference de 10 degrés environ, ou de plus d'un ſixieme.

La réformation faite par M. Deliſle à la Longitude des differens Païs de cette partie orientale de l'Empire d'Alexandre, eſt fondée ſur des Obſervations aſtronomiques de M. de Chazelles à Alexandrie, & à Alexandrette, & ſur celles du P. Feuillée à Smyrne. On n'a pas les mêmes ſecours pour les Païs ſitués à l'Orient de la Méditerranée.

Les obſervations faites à Alexandrette, comparées avec celles du P. Grueber à Agra, dont j'ai déja parlé, avec celles de Goa & du Cap Comorin, rapportées dans les Mémoires de l'Académie, & avec quelques Obſervations faites par les Navigateurs Anglois vers l'embouchûre de l'Inde, déterminent en général l'étendue de cette partie de la Carte à un intervalle de 40 degrés 24 minutes au plus: mais ce n'étoit pas aſſez, & il reſtoit à diſtribuer cet intervalle de 40 degrés entre les differens Païs compris depuis le Gange juſqu'à la Méditerranée. Il étoit néceſſaire de s'aſſûrer de la quantité dont il falloit les diminuer, car il n'étoit pas ſûr qu'ils euſſent tous été augmentés en Longitude dans la même proportion.

Cette partie de la Carte, eſt celle qui a demandé ſans doute le plus de travail, parce qu'il falloit ſuppléer par le nombre & par la diverſité des preuves, à tout ce qui pouvoit

voit manquer à la force & à la certitude de chacune en particulier.

Au défaut des Obſervations de nos Aſtronomes Européens, M. Deliſle a cru pouvoir ſe ſervir de celles des Aſtronomes Orientaux, rapportées dans les Catalogues de Naſſir-Eddin, & d'Oulougbeg, pour établir la diſtance de diverſes Villes de cette partie orientale. Pour s'aſſurer de la juſteſſe de ces Obſervations, il a comparé la diſtance totale qu'elles ſuppoſoient entre le Méridien d'Alexandrette ou des Côtes de Syrie, & le Méridien du cours de l'Indus, avec la diſtance réſultante des Obſervations faites à Agra & à Alexandrette. Cette derniere eſt, comme on a vu, de 40 degrés 24 minutes, & il a trouvé que celle des Aſtronomes Orientaux étoit la même à très peu près.

Si l'on prend dans ces Aſtronomes la Longitude du Méridien d'Antioche, qui eſt le même à quelques minutes près que celui d'Alexandrette, & qu'on la compare avec celles des Villes de l'Inde dans ces mêmes Aſtronomes, on trouvera qu'ils mettent les Sources de l'Inde à 33 degrés 34 minutes d'Antioche; Dioul, ou l'Embouchure de l'Indus qui coule au Sud-ſud-oueſt, à 30 degrés 34 minutes; Moultan à 36 degrés 9 minutes; & Lahor à 37 degrés 54 minutes.

Ces Aſtronomes placent la Ville de Kanouge, qui étoit de leur tems la Capitale des Indes, à 44 degrés 44 minutes d'Antioche. On ignore ſi cette Ville n'a point été détruite par les Mogols, & quel nom elle porte aujourd'hui; mais on ſait que ſon terri-

toi-

ritoire étoit entre l'Indus & le Gange, & même qu'elle étoit sur le confluent du Gange, & d'un autre Fleuve. Pour Benares, qui subsiste encore sur le Gange, & qui est très célèbre dans les Relations des Voyageurs modernes, les Astronomes Arabes la mettent a 45 degrés 54 minutes d'Antioche. Ces diverses Longitudes s'accordent parfaitement avec l'Observation qui fait Agra, Ville située entre le Gange & l'Indus, plus orientale qu'Alexandrette ou qu'Antioche, de 40 degrés 24 minutes.

Cette conformité forme une présomption bien forte en faveur des Astronomes Orientaux, & peut du moins faire soupçonner que les Longitudes qu'ils nous ont données, étoient fondées sur des Observations. On sait combien les Orientaux ont toujours été attachés à l'Astronomie, & combien ils l'ont cultivée. Les Géographes Arabes n'avoient pas toujours copié Ptolomée : pour s'en convaincre, il suffit de comparer les intervalles de Longitudes de ce Géographe avec ceux de Nassir-Eddin & d'Oulougbeg, qui mettent seulement 36 degrés 9 minutes entre Antioche & la Ville de Moultan sur le confluent de l'Hydraotes & de l'Indus ; tandis que Ptolomée met ce confluent à 54 degrés 25 minutes d'Antioche, & le fait 18 degrés 16 minutes plus oriental que les Arabes, ce qui est une difference de plus d'un tiers.

Ce même Géographe marque la Ville d'Agara entre l'Indus & le Gange 59 degrés 45 minutes à l'Orient d'Antioche. Cette Ville

Ville d'Agara eſt la même que celle d'Agra, comme M. Deliſle le marque ſur ſa Carte, & elle eſt plus orientale de 15 degrés 25 minutes, c'eſt-à-dire, de plus d'un quart dans le Géographe Grec, qu'elle ne le devroit être par l'Obſervation.

Nous avons dans les * Voyageurs modernes des obſervations de la Latitude de quelques-unes des principales Villes de la Perſe, & ces obſervations qui ſervent à confirmer les Latitudes des Aſtronomes orientaux, forment une nouvelle préſomption en faveur des Longitudes qu'ils nous ont données.

La poſition des differentes Villes de l'Orient étant fixée par ces obſervations, & la ſituation de celles dont les Aſtronomes Orientaux ne parlent point, étant déterminée par les Itineraires, & par les routes des Voyageurs les plus exacts, il ne s'eſt plus agi que de comparer la ſituation des Villes modernes avec celle des anciennes, & que de fixer le rapport de l'ancienne & de la nouvelle Géographie. Comme il y a pluſieurs de ces Villes dont les noms anciens ſont connus avec certitude, elles ont ſervi comme de points fixes pour trouver les autres.

Les Ecrivains de l'Hiſtoire d'Alexandre avoient marqué la meſure de toutes les marches de l'Armée de ce Prince. Ces meſures avoient été exactement priſes par les Arpenteurs ou Géometres qu'il menoit avec lui, & elles avoient été conſervées dans les Jour-

* *Olearius, Chardin, Herbert & Thevenot.*

Journaux de ſes Expéditions écrits par ſon ordre. Toutes ces meſures ne ſont pas venues juſqu'à nous, mais les plus importantes ont été conſervées par Strabon, par Pline & par Arrien. Elles ont ſervi à tracer les Routes que l'on peut voir ſur la Carte, & en même tems elles ont fourni une nouvelle preuve de la juſteſſe des obſervations des Aſtronomes Orientaux.

Ces meſures mettent entre les differentes Villes par leſquelles Alexandre a paſſé, des diſtances qui gardent un rapport à peu près ſemblable à celui qui eſt entre les differences qui réſultent des obſervations.

Ces meſures ſont exprimées en ſtades, & ſi l'on prenoit ces ſtades pour ceux dont les Géographes poſtérieurs à Alexandre, & à la meſure de la Terre déterminée par Eratoſthenes, ſe ſont ſervis, on ne trouveroit aucun rapport entre ces meſures, & les obſervations, ſoit des Orientaux, ſoit de nos plus habiles Modernes. Si l'on comptoit, par exemple, 700 ſtades au degré de l'Equateur avec Eratoſthenes, il faudroit retrancher près de la moitié des meſures itineraires, pour les faire quadrer avec les obſervations, & plus de la moitié, ſi l'on adoptoit la meſure de 500 ſtades au degré, employée par Ptolomée.

On compte, par exemple, 10290 ſtades entre les Villes d'Ecbatane & d'Alexandrie ſur le Fleuve Aria, aujourd'hui Héri, par un chemin à peu près parallele à l'Equateur. Les 10290 ſtades ſont plus de 14 degrés d'un grand cercle par la meſure d'Eratoſthenes

nes, & plus de 20 degrés de celle de Ptolomée.

La distance en Longitude des Villes d'Hamadan & de Hérat, c'est-à-dire d'Ecbatane & d'Aria, dans les Astronomes Orientaux, est de 11 degrés 20 minutes; qui eu égard à la diminution des degrés de Longitude du parallele de ces deux Villes, sont égaux à 8 degrés 57 minutes d'un grand cercle, ce qui est très different de la distance en Longitude de 14 degrés qui résulte des mesures précédentes: cette seule difference doit nous persuader que les stades employés par les Arpenteurs d'Alexandre étoient plus petits de beaucoup, que ceux des Géographes postérieurs, car cette difference est trop grande pour l'attribuer à l'obliquité & aux sinuosités des chemins: d'ailleurs ce n'est point ici l'occasion d'employer cette supposition; il s'agit de la marche forcée que fit Alexandre à la tête d'un Corps de Cavalerie d'élite, d'abord pour se rendre maitre de Darius, lorsque ce Prince alloit chercher une retraite dans la Bactriane, après avoir perdu la Bataille d'Arbelles, ensuite pour s'opposer au traitre Bessus, & ne lui pas donner le tems de s'emparer des Provinces orientales de la Perse. Dans l'une & dans l'autre de ces vues, la diligence étoit nécessaire, & l'on connoit trop le caractere d'Alexandre, pour croire que le chemin le plus court & le plus droit ne lui parût pas le meilleur, quoique le plus difficile.

L'évenement qui suivit cette marche d'Alexandre nous fournit une preuve, ce me sem-

ſemble ſans replique, que les ſtades des Arpenteurs de ce Prince étoient extrêmement courts. De la Ville d'Aria, il paſſa dans la Capitale des Dranges, éloignée de 1600 ſtades. Là il fit arrêter Philotas convaincu d'avoir conſpiré, & le fit conduire, chargé de chaines, à Ecbatane, où il fut exécuté le onzieme jour après ſon départ de la Ville des Dranges. Philotas chargé de chaines fit donc avec l'eſcorte qui le conduiſoit, 11890 ſtades en moins de onze jours. C'eſt tout au moins 1080 ſtades par jour, & ſelon la meſure de Ptolomée 54 lieues de 25 au degré, ſuivant celle d'Eratoſthenes ce ſera près de 43 lieues, ce qui eſt encore impoſſible, lorſqu'il s'agit d'une marche continuée pendant onze jours par un corps de Cavalerie, ſur-tout lorſqu'il traverſe un Païs peu habité, & où l'on a les peuples pour ennemis.

Je pourrois multiplier les exemples de ce genre, & l'Hiſtoire d'Alexandre eſt remplie de marches forcées, qui ſuppoſent toutes que les ſtades dans leſquels elles ſont exprimées, ſont beaucoup plus petits que ceux dont on s'eſt ſervi depuis. Nous voyons par exemple, qu'Alexandre marchant avec ſon Armée contre les Malles, traverſa en un jour & en une nuit un Païs deſert & très rude de 400 ſtades d'étendue, ce qui par l'évaluation ordinaire feroit 20 lieues en 24 heures. Arrien compte 1500 ſtades entre Maracanda, aujourd'hui Samarcand, & le Jaxartes, & aſſure qu'Alexandre avec une partie de ſa Cavalerie & de ſon Infanterie peſamment armée fit ce chemin en trois

jours. Selon l'opinion commune, ces 1500 ſtades valent 75 lieues, ce qui feroit 25 lieues par jour.

La largeur du Fleuve Hidaſpes, paſſé par Alexandre à la vue de Porus & des Indiens campés ſur la rive oppoſée, étoit de 20 ſtades, ſelon la meſure exacte qui en fut priſe par les Arpenteurs d'Alexandre. Ces 20 ſtades ſont dans l'opinon commune une lieue de 25 au degré ou de plus de 2200 toiſes. Il eſt vrai que le paſſage d'Alexandre fut favoriſé par une Iſle placée au milieu du Fleuve, & de laquelle il s'étoit emparé; mais cela n'empêche pas que la largeur du Bras oppoſé aux Indiens ne fût encore de 10 ſtades qui feroient une demi-lieue.

Toutes ces difficultés diſparoîtront, ſi l'on ſuppoſe avec M. Deliſle que les Arpenteurs d'Alexandre avoient employé les mêmes ſtades que les Aſtronomes dont Ariſtote Précepteur de ce Prince rapporte l'opinion ſur la meſure de la Terre. Ces Aſtronomes comptoient 1111 ſtades environ au degré, & la maniere dont Ariſtote rapporte leur meſure, fait voir que c'étoit celle que l'on ſuivoit communément de ſon tems. Il étoit naturel qu'Alexandre, dont le projet n'alloit pas à moins qu'à la Conquête du Monde entier, employât cette même meſure pour déterminer l'étendue de ſes Conquêtes, & pour connoitre quelle portion du Monde il avoit déja ſoumiſe.

Suppoſant cette meſure de la Terre à peu près exacte, les ſtades employés par les Aſtronomes ſeront de 308 pieds de Roi, ou

d'un

d'un peu plus de 51 toiſes. Les 20 ſtades de la largeur du Fleuve Hydaſpes feront environ 1000 toiſes; & les 10 ſtades du Bras oppoſé aux Indiens feront 500 toiſes, ou un quart de lieue, ce qui ne s'éloigne gueres de la largeur du Rhin dans l'endroit où l'Armée du feu Roi Louis XIV la traverſa en préſence des Ennemis en 1672.

Les marches d'Alexandre deviendront de même moins ſurnaturelles. Les 11890 ſtades faits en 11 jours par l'eſcorte qui conduiſoit Philotas de la Capitale des Dranges à Ecbatane ne vaudront qu'environ 168 lieues de 25 au degré, chaque journée ſera de 24 de ces lieues, & non de 43 comme dans la meſure d'Eratoſthenes, ou de 54 comme dans celle de *Ptolomée*.

Les 1500 ſtades qu'Alexandre fit du Jaxartes à Maracanda en trois jours, ne feront que 36 lieues communes, & les journées ſeront de 12 lieues; au-lieu que par l'opinion ordinaire elles ſeroient de 25 lieues, comme nous l'avons remarqué.

La fameuſe marche du Pont d'Epiere, au mois d'Août 1691, par Monſeigneur le Dauphin, fut de 30 lieues en 48 heures, & elle eſt bien auſſi forte que celle d'Alexandre, qui ne fit que 36 lieues en trois jours, marchant jour & nuit.

La marche que firent, au mois de Juillet 1710, les Troupes que M. le Duc de Noailles conduiſit au ſecours du Port de Cette, eſt encore un exemple ſingulier de l'extrême diligence que les Troupes peuvent faire dans de certains cas.

M. le Duc de Noailles reçut au Boulou

où étoit le Quartier général de ſon Armée, la nouvelle de la deſcente des Anglois. La petite Ville du Boulou dans le Rouſſillon eſt éloignée d'Agde, où devoient ſe rendre les Troupes, d'environ 35 lieues communes de France. La Cavalerie fit ce chemin en 30 heures, l'Infanterie en 48 heures, & l'Artillerie dans laquelle il y avoit quatre pieces de 24, en 43 heures.

La diſtance des 10290 ſtades, marquée par les Arpenteurs d'Alexandre entre les Villes d'Ecbatane & d'Aria, réduite en degrés, ſuivant l'opinion des Aſtronomes d'Ariſtote, donne 9 degrés 16 minutes d'un grand cercle. Nous avons vu que celle qui réſulte des Obſervations aſtronomiques étoit de 8 degrés 57 minutes, c'eſt une difference de 19 minutes ou de 350 ſtades au plus qu'il faudroit défalquer pour la courbure des chemins; ce qui n'eſt pas conſiderable ſur un intervalle de 10290 ſtades.

On ne s'attend pas que j'entre ici dans un plus long détail, touchant l'étendue en Longitude de la partie de l'Empire d'Alexandre, ſituée à l'Orient de Byzance : il faudroit m'étendre plus qu'il ne m'eſt permis dans cette Diſſertation.

A l'égard de la partie de cet Empire, ſituée à l'Occident de Byzance, les corrections que l'on a faites à ſa Longitude ſont fondées ſur des obſervations exactes du R. P. Feuillée à Theſſalonique, à l'Iſle du Mile, à la Canée, & à Candie. Ces obſervations ſont dans les Mémoires de l'Académie, & par conſéquent connues de tout le monde.

La

La partie occidentale de la Grece du côté de l'Epire eſt déterminée dans le Mémoire lu par M. Deliſle en 1714, & les diſtances itineraires de l'intérieur de la Grece, jointes aux routes exactes des Navigateurs dans l'Archipel, ont donné la Longitude des Côtes orientales du Péloponeſe, de l'Attique, & de la Theſſalie.

Il ne me reſte plus maintenant qu'à rendre compte des changemens que M. Deliſle a faits aux Latitudes de ces Païs. On voit ſur la Carte que la difference eſt bien conſiderable, ſur-tout dans la partie occidentale. La raiſon en eſt que ces Latitudes avoient été déterminées par le moyen des diſtances itineraires ſur celle de Conſtantinople, & celle-ci étant trop grande de 2 degrés, cette erreur avoit influé dans toutes les Latitudes.

La même raiſon a eu lieu, par rapport à la Mer Noire, & rabbaiſſant de 2 degrés vers le Sud, Conſtantinople & Trebiſonde, où l'on a des obſervations exactes, il a fallu de néceſſité rabbaiſſer toute la Côte de l'Aſie mineure, & même la Crimée, auſſi-bien que le Palus Méotide & la Circaſſie.

Il a fallu faire auſſi un changement conſiderable à l'étendue en Longitude de cette Mer. Cette correction étoit une ſuite de celle que les Obſervations obligeoient de faire à la Longitude des Frontieres orientales de l'Empire d'Alexandre; mais on avoit encore une raiſon particuliere. La diſtance du Pont-Euxin à la Mer Caſpienne étant connue par pluſieurs meſures données dans Strabon & dans Pline, & la Longitude de

la partie occidentale de cette Mer étant déterminée par celle d'Aſtracan, il a fallu de néceſſité ſe règler là-deſſus. Nous trouvons dans la Collection des Voyages, donnée par Purchas, que Burrough Aſtronome Anglois obſerva le 31 Janvier 1580 une Eclipſe de Lune à Aſtracan: cette même Eclipſe fut obſervée à Uranibourg par Tycho; & la difference des deux Méridiens réſultante de l'Obſervation eſt de 38 degrés 45 min. leſquels joints aux 10 degrés 32 min. 30 ſecondes dont Uranibourg eſt plus oriental que Paris, font 49 degrés 17 min. 30 ſec. entre Paris & Aſtracan, & 22 degrés 44 minutes 30 ſec. entre Conſtantinople & Aſtracan. Mais comme, ſelon Vendelin, dont l'opinion eſt rapportée par le P. Riccioli dans ſon Aſtronomie réformée, page 98, le véritable milieu arriva ſeulement à 10 heures 30 minutes à Uranibourg, & que Tycho n'ayant point eu égard à la pénombre, a trop avancé le commencement de l'Eclipſe, on peut ſoupçonner que la difference des Méridens d'Uranibourg & d'Aſtracan n'eſt pas tout-à-fait de 38 deg. 45 min. & dans le doute, en attendant quelque obſervation plus ſûre que celle de Burrough, le meilleur parti que l'on puiſſe prendre, eſt celui que M. Deliſle avoit pris, c'eſt de choiſir la moyenne entre la difference réſultante du milieu de l'Eclipſe ſelon Tycho, & du milieu ſelon Vendelin.

La premiere eſt de 38 degrés 45 minutes, la ſeconde de 33 degrés 45 minutes ſeulement, & la moyenne entre les deux ſera de 36 de-

degrés 15 minutes, leſquels ajoutés aux 30 degrés 32 minutes 30 ſec. Longitude d'Uranibourg, donne 66 degrés 47 min. 30 ſec. pour la Longitude d'Aſtracan, c'eſt-à-dire, près de 67 degrés. Ce réſultat ſe trouve d'ailleurs confirmé par les Itineraires, dont M. Deliſle a fait uſage dans ſa Carte de Perſe. Je me ſuis étendu ſur cet article, pour répondre aux difficultés propoſées contre cette Longitude d'Aſtracan dans le nouveau Recueil d'Obſervations faites à la Chine.

Sur la Carte de la Mer Caſpienne, en 2 feuilles, pubilée en 1722, on avoit marqué que le Méridien d'Aſtracan étoit de 67 degrés à l'Orient de Paris, au-lieu de dire 47 degrés à l'Orient de Paris, & 67 degrés de Longitude. Cette erreur étoit facile à corriger par les autres Cartes de M. Deliſle antérieures & poſtérieures à celle de la Mer Caſpienne, & il eſt étonnant que le ſavant Editeur de ces Obſervations n'ait pas vu que ſes objections ne portoient que ſur une mépriſe de Graveur.

A l'égard des differences de Latitude dans la partie qui eſt au Midi de Byzance, elles ont été déterminées par les Obſervations de M. de Chazelles aux Dardanelles, à Rhodes, à Alexandrette, à Larneca dans l'Iſle de Chypre, à Damiette, à Roſette, à Alexandrie; par celles du P. Feuillée à Theſſalonique, à Smyrne, au Mile, à la Canée, & à Candie; & par celles de M. Vernon, à Coron, à Sparte, à Corinthe, à Athenes, à Thebes, & dans quelques autres parties de la Grece.

A l'égard des Latitudes des Païs orientaux, M. Deliſle s'eſt règlé ſur les Latitudes

des Aſtronomes Arabes, qu'il a comparées avec celles qui ont été obſervées par quelques-uns de nos Voyageurs, qui avoient une teinture d'Aſtronomie ſuffiſante pour donner quelque autorité à leurs Obſervations.

SUR UN SEL

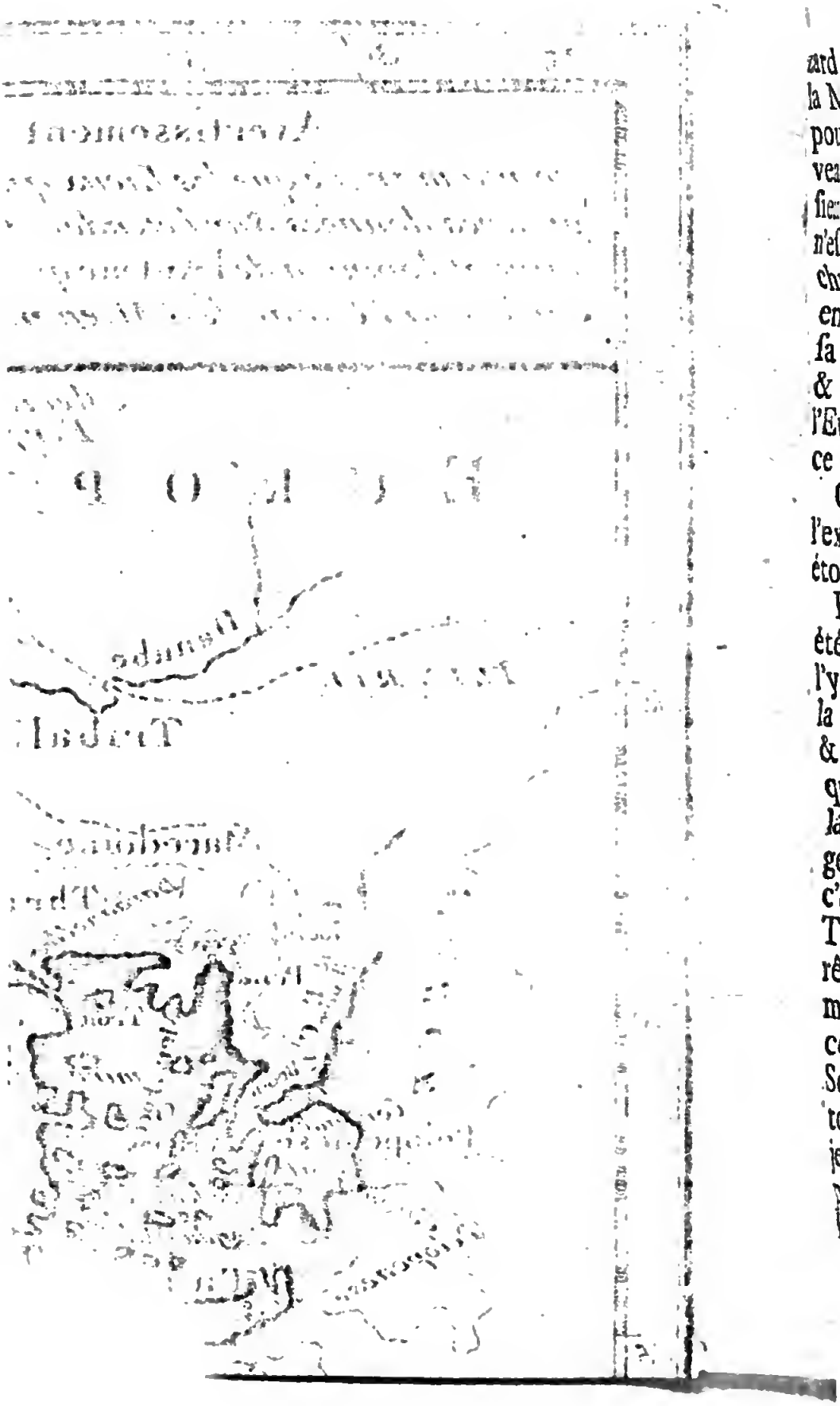
CONNU SOUS LE NOM DE POLYCHRESTE DE SEIGNETTE.

Par M. BOULDUC. *

ON ſe ſert depuis nombre d'années en Medecine d'un Sel ſous le nom de *Polychreſte de M. Seignette*, de la Rochelle, qui en étoit l'Auteur, & dont pendant ſa vie il a fait un ſecret, lequel a paſſé à ſes enfans, ſans que juſqu'ici perſonne d'entre les Artiſtes en ait véritablement dévoilé le myſtere, les uns ayant penſé d'une façon, les autres d'une autre, ſur la maniere de le faire.

Les Remedes, comme les autres choſes de la vie, ont leur mode, laquelle après avoir ſubſiſté un certain tems, plus ou moins long, paſſe enfin, & tombe dans l'oubli; c'eſt un ſort, que de très excellens Remedes même ont éprouvé, & qui reſteroient encore dans cet oubli, ſi quelqu'un par hazard,

* 5 Sept. 1731.



zard, ſouvent peu verſé dans l'Art & dans la Medecine, ne s'aviſoit de les faire revivre, pour ainſi dire, & de leur donner un nouveau crédit; le Kermes minéral, entre pluſieurs autres, en eſt un exemple. Ce ſort n'eſt pourtant point tombé ſur le Sel Polychreſte: dès que ſon Auteur l'a annoncé, & en a publié les vertus, il a pris faveur, & ſa réputation s'eſt augmentée de plus en plus & juſqu'à préſent dans pluſieurs parties de l'Europe; preuve évidente de la bonté de ce Remede.

Cette réputation m'a donné la curioſité de l'examiner, & de tâcher de découvrir quelle étoit ſa compoſition.

La premiere épreuve, que j'en ai faite, a été d'en mettre ſur le charbon allumé; je l'y ai vu ſe fondre, bouillonner, donner de la fumée, & enſuite laiſſer une matiere noire & charbonneuſe: de tous ces effets, celui qui m'a arrêté le plus, a été l'odeur qu'avoit la fumée qui s'en exhaloit, à laquelle les gens du métier ne pouvoient ſe méprendre; c'étoit celle du Tartre ou de la Crême de Tartre, qui eſt une même choſe. Je ne m'arrêtai point ni à la fonte, ni au bouillonnement de ce Sel ſur le charbon, parce que ce ſont des propriétés communes à pluſieurs Sels; mais je goutai le charbon reſté après toute la fumée exhalée, & ſur la langue je trouvai qu'il faiſoit, à quelque choſe près, l'impreſſion que font nos Sels fixes & lixiviels.

Ces deux propriétés, ſavoir, l'odeur du Tartre brulé & le goût lixiviel, jointes à la

facilité que ce Sel a de ſe fondre dans l'eau froide, me firent d'abord penſer, que ce pouvoit être quelque choſe d'approchant du Tartre ſoluble; mais je ne m'en tins pas à cette épreuve, qui me parut trop ſuperficielle, & je paſſai à la diſtillation. Deux onces de ce Sel pouſſé au feu par la Cornue, rendirent une liqueur aſſez claire, & une Huile noire, qui nageoit deſſus. L'une & l'autre examinées, la liqueur étoit l'Eſprit de Tartre, & l'Huile noire étoit encore celle qu'on appelle l'empyreumatique ou fétide du même Tartre. Je fis enſuite une pareille diſtillation de deux onces de Tartre ſoluble, & le produit fut le même que de la diſtillation précédente.

Juſqu'ici je me trouvai avoir tout lieu de penſer, que le Sel de Seignette & le Tartre ſoluble n'étoient qu'une même choſe: mais quelques circonſtances me jetterent de nouveau dans le doute de leur difference.

Les deux diſtillations, dont je viens de parler, étant faites, je tournai mes vues du côté des Réſidus, & à l'œil ils me parurent de prime-abord être les mêmes; c'étoit une matiere noire, charbonneuſe, poreuſe, raréfiée, que je regardois comme un Tartre calciné, & dont on ne pourroit retirer qu'un Sel fixe alkali; & en effet, en verſant & ſur l'un & ſur l'autre de l'Eſprit de Nitre, l'un & l'autre fermentoit: cependant le réſidu du Tartre ſoluble fermentoit en apparence beaucoup plus vivement, que celui du Sel de Seignette; & voulant aller plus avant, je calcinai ſéparément l'un & l'autre réſidus à feu ou-

ouvert, & après les avoir fait diſſoudre dans de l'eau & filtré, je trouvai au réſidu du Tartre ſoluble un goût ſimplement lixiviel, & ſur le filtre une cendre; mais à l'égard de celui du Sel de Seignette, la leſſive avoit quelque odeur, ſentoit en quelque façon l'œuf couvi, & étant filtrée, elle n'avoit point la couleur de l'eau, qu'avoit celle du Tartre ſoluble, mais une couleur bleuâtre; & ayant verſé ſur cette ſolution du Vinaigre diſtillé, la liqueur ſe troubloit, & précipitoit au bout de quelque tems une matiere blanche & en apparence ſulphureuſe.

Mais après tous ces eſſais, il n'y avoit encore rien de certain pour diſtinguer le Sel de Seignette d'avec le Tartre ſoluble ordinaire; & quoique j'euſſe eu ſouvent de fois occaſion de m'entretenir ſur ce ſujet avec Mrs. Geoffroy, avec leſquels j'ai toujours eu des liaiſons étroites, & qui m'ont bien voulu communiquer là-deſſus leurs idées, j'avoue que je ſuis toujours demeuré dans l'incertitude ſur la matiere avec laquelle ce Sel pouvoit ſe faire: & en mon particulier je ſerois reſté dans cette incertitude, peut-être toute ma vie, ſi M. Groſſe, mon ami, ne m'avoit un jour ouvert les yeux, en me faiſant part de ce qu'il avoit obſervé en travaillant ſur la Soude. Il me fit voir un Sel, qui ſe ſéparoit, ou ſe dépoſoit peu-à-peu de la ſolution de cette matiere, & qui, quoiqu'il fût figuré comme un Sel de Glauber, ne laiſſa pas de fermenter avec tous les Acides, avec les Minéraux en particulier très vivement, & avec les Acides végétaux plus lentement, comme

avec le jus de Citron, le Vinaigre & d'autres; mais le plus foiblement avec la Crême de Tartre: cependant quelque lente que fût cette diſſolution avec la Crême, à froid s'entend, elle ne laiſſoit pas d'être parfaite au bout de quelque tems; & M. Groſſe ajouta, que ce mêlange méritoit d'être examiné par l'évaporation & la cryſtalliſation.

Je ſaiſis cette idée dans le moment, & je conçus, que ce mêlange donneroit une nouvelle eſpece de Sel moyen ou Tartre ſoluble; je me repréſentai même dès-lors que M. Seignette, ayant voulu faire une Crême de Tartre ſoluble, qui, comme l'on ſait, n'eſt que le Tartre rendu ſoluble par le Sel alkali fixe du même Tartre, a pu croire, comme bien d'autres Artiſtes le croyent encore, que tous les Sels alkalis tirés des Plantes par la calcination, ſont les mêmes, & que le feu ne leur laiſſe rien d'eſſentiel de la Plante, dont ils ſont tirés; & qu'ainſi on pouvoit indifféremment ſubſtituer l'un à l'autre; & enfin que ſuivant ce principe, ayant fort à la main la Soude, qui eſt le Sel du Kali calciné, il pouvoit en faire ſon Tartre ſoluble: ce qu'ayant exécuté, il en avoit retiré un Sel, qui ne s'étoit point trouvé être préciſément le Tartre ſoluble ordinaire, & connu depuis longtems, mais un nouveau Sel, ou plutôt une nouvelle eſpece de Crême de Tartre ſoluble, à laquelle il avoit donné par la ſuite le nom de *Polychreſte*, parce qu'on en a vu pluſieurs bons effets en Medecine.

Je ſuis demeuré dans cette idée encore longtems ſans l'éprouver, quoique je l'euſſe com-

communiquée à plusieurs personnes du métier, lorsque l'occasion s'est présentée d'en parler.

Enfin pourtant je me suis mis en devoir de l'exécuter, ce que M. Geoffroy de son côté a aussi fait dans le même tems, sans que l'un eût averti l'autre sur son travail, & nous avons trouvé tous les deux précisément la même chose.

Pour faire le Sel dont il est question, on prend la Soude d'Alicante la plus calcinée, la plus dure & la plus blanche, que l'on met en poudre: on en fait une forte lessive en la faisant bouillir dans l'eau; on filtre cette lessive, qui est très limpide.

On a séparément de la Crême de Tartre en poudre, sur laquelle on verse de cette lessive, après l'avoir chauffée; ce mêlange excite une fermentation qui dure fort longtems, & qui, même après avoir cessé quelquefois, se renouvelle à plusieurs reprises; c'est dans le tems de cette fermentation, que la Crême de Tartre se dissout; après quoi il se fait une précipitation assez abondante d'une terre grise, spongieuse & légere, que l'on sépare de la liqueur par le filtre: on fait ensuite évaporer ce mêlange à lente chaleur jusqu'à un tiers ou environ de sa diminution, puis on le laisse en repos dans des terrines; & au bout de quelques jours on trouve des Crystaux transparens comme le Crystal, & qui sont figurés, lorsqu'ils sont libres & non appuyés sur les vaisseaux, comme des cylindres ou colomnes, qui dans leurs longueurs ont plusieurs faces plattes, dont j'ai compté

au-delà de neuf, mais communément elles ne ſe trouvent pas ſi grand nombre.

En mon particulier, je penſe, qu'on ne peut pas déterminer exactement la proportion de la Soude & de la Crême de Tartre, y ayant des Soudes, qui contiennent une plus grande quantité de Sel les unes que les autres: mais cette proportion ſe trouve bien naturellement, quand on fait diſſoudre à la leſſive autant de Crême de Tartre qu'elle en peut prendre, ce qui eſt le point de ſaturation.

La leſſive de ſix livres de Soude a pourtant abſorbé communément deux livres & trois à quatre onces de Crême de Tartre: & quand la Soude a été bien blanche & bien chargée de Sel, la leſſive de ſix livres a quelquefois abſorbé preſque poids égal de Crême de Tartre: cette difference, comme il eſt aiſé de penſer, ne peut dépendre que de la qualité de la Soude plus ou moins calcinée, & chargée de Sel alkali.

Mais quand j'ai pris le *Sel*, qui ſe dépoſe de la ſolution ou leſſive de la Soude, & dont la configuration imite aſſez celle du Sel de Glauber, une demi-livre de ce Sel diſſous, a pris aiſément treize à quatorze onces de Crême de Tartre, & le mêlange n'a preſque point jetté de terre: c'eſt-là la proportion la plus juſte, que je puiſſe propoſer pour les deux matieres, qui doivent entrer dans la compoſition du Sel Polychreſte: il n'en coute qu'un peu d'attente pour avoir les Cryſtaux de la Soude, & enſuite le mê-

mêlange ſe fait plus également, & n'eſt point ſujet à la précipitation des differentes matieres hétérogenes, que la Soude communique à la leſſive.

Enfin notre Sel étant en Cryſtaux, & comparé avec celui de Seignette auſſi cryſtalliſé, ſe trouve être abſolument le même dans toutes ſes circonſtances; ils ſont figurés l'un comme l'autre, ils ſe fondent très aiſément dans l'eau froide, lorſqu'ils ſont en poudre; ils ont le même goût, & impriment ſur la fin quelque fraicheur à la langue; mis ſur un charbon allumé, ils s'y fondent & bouillonnent, ils exhalent l'odeur du Tartre brulé, & ſe réduiſent à la fin en ce charbon noir & ſpongieux, que donne le Tartre.

Si après cet examen, on doute encore de l'exacte conformité que notre Sel a avec celui de Seignette, on peut s'en convaincre par une expérience qui en fait une prompte décompoſition: qu'on diſſolve de l'un & de l'autre Sel, chacun pris ſéparément, égale quantité dans de l'eau chaude, & qu'on verſe ſur chacun peu-à-peu de l'huile de Vitriol blanche juſqu'à ce qu'elle n'agiſſe plus: à meſure que ces diſſolutions ſe tiédiſſent, il ſe forme une concrétion ſaline, laquelle examinée eſt une véritable Crême de Tartre en Cryſtaux, régénerée ou ſéparée de l'Alkali, tandis que l'Huile de Vitriol s'y eſt unie, & forme enſuite par la cryſtalliſation avec lui un Sel de Glauber, de la même façon que ſi on avoit verſé cette Huile immédiatement ſur la leſſive de la Soude.

Le Sel Polychreſte de Seignette eſt donc en-

enfin une Crême de Tartre rendue ſoluble par l'Alkali de la Soude.

SUR LES SECTIONS CONIQUES.

Par M. NICOLE. *

I. SOIT les deux Cones *CQR* & *CST* oppoſés par la pointe ou ſommet *C*, & qui ſont coupés par le plan des deux Triangles *CQR* & *CST*; & ſoit un autre plan 6, 7, 8, 9, perpendiculaire au premier, & qui paſſant par le point *A*, pris à volonté ſur le côté *CQ* du Triangle & du Cone, coupe ces deux Cones, & forme par cette ſection les courbes 6 *MAm*7 & *gab*. Si l'on conſidere le point *A* comme un axe ſur lequel le plan 6, 7, 9, 8, toujours perpendiculaire au plan des deux Triangles, fait une révolution, il eſt clair que ce plan tournant ainſi, engendrera dans le Cone les differentes courbes 6*MAm*7, 3*A*4, *a*5*Aoa*. On demande l'Equation générale qui exprime la nature de l'infinité de courbes engendrées par cette révolution.

SOLUTION.

II. Soit une des ſituations du plan tournant 6, 7, 9, 8, être celle dans laquelle ſa commune ſection, avec le plan des deux Triangles, eſt la droite *LPAHaN*, ſi l'on prend ſur cette droite un point *P* indéterminé, & que

* 11 Mai 1731.

que par ce point on faſſe paſſer le plan circulaire $EM5FmE$, il eſt évident que l'ordonnée PM ſera commune au cercle EMF & à la courbe $AM6$. Cela poſé, ſi l'on mène CV perpendiculaire à l'axe CI du Cone, & DAO parallele à cet axe, & que l'on nomme DC ou AB, f; CH, g; AH, b; AP, x, PM, y; on aura ces analogies $AH\,(b)$ $.HC\,(g) :: AP\,(x) . PE = \frac{gx}{b}$, & $AH\,(b)$ $. DH\,(f-g) :: AP\,(x) . PO = \frac{fx-gx}{b}$.

Donc $GE = GO + OP + PE = f + \frac{fx-gx}{b}$ $+ \frac{gx}{b} = \frac{fb+fx}{b} = GF$; & $PF = GF$ $+ GO + OP = \frac{fb+fx}{b} + f + \frac{fx-gx}{b}$ $= \frac{2fb+2fx-gx}{b}$. Mais par la propriété du cercle $PM^2 = EP \times PF$, ce qui eſt $yy = \frac{2fgbx+2fgxx-ggxx}{bb}$, ou $yy = \frac{2fg-gg}{bb}$ $\times \frac{2fbx}{2f-g} + xx$, qui donne cette proportion $yy . \frac{2fb}{2f-g} + x \times x :: 2fg-gg . bb$, qui eſt la propriété eſſentielle de l'hyperbole. D'où l'on voit que ſi l'on tire AK parallele au côté CR du Cone, les Triangles AKH, aCH, ſeront ſemblables, & que $KH . HC :: AH . Ha$, ou $KH . KC :: AH . Aa$, c'eſt-à-dire,

$2f-g \,.\, 2f :: h \,.\, \frac{2fh}{2f-g} = Aa$. Aa eſt donc le grand axe.

Pour avoir l'axe conjugué, ſoit fait $hh \,.\, 2fg-gg :: \frac{4ffhh}{4ff-4fg+gg} \,.\, \frac{4ffg}{2f-g}$, dont la racine $\frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$ ſera l'axe conjugué. Donc ſi ſur le diametre KC, on décrit le demi-cercle $K1C$, & qu'à ce cercle on mène l'ordonnée $H1$, que du point K par le point 1, on mène la droite $K12$, $C2$ ſera l'axe conjugué, car les Triangles $KH1$, $KC2$, ſeront ſemblables, & donneront cette proportion $KH(2f-g) \,.\, H1 \,.\, (\sqrt{2fg-gg}) :: KC(2f) \,.\, C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$. Le grand axe eſt donc $Aa = \frac{2fh}{2f-g}$, & ſon conjugué $C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$, qui ſont entre eux comme $AH(h) \,.\, H1\,(\sqrt{2fg-gg})$.

COROLLAIRE I.

III. Si le point A demeurant le même, c'eſt-à-dire, le ſommet de la ſection à la même diſtance du ſommet C des deux Cones, on ſuppoſe que le plan 6, 7, 9, 8, fait une révolution autour du point A, depuis la ſituation AQ dans laquelle il touche le Cone, juſqu'à la ſituation AC dans laquelle il le touche

che encore de l'autre côté; on verra toutes les differentes courbes qui peuvent naitre des differentes ſections du Cone par le plan. Or comme les differentes inclinaiſons du plan dépendent de la grandeur $CH(g)$, il ne faut donc, pour trouver ces courbes, que donner à CH ou g, toutes les grandeurs poſſibles, depuis zero juſqu'à l'infini, poſitivement & négativement, ou, ce qui revient au même, conſiderer la ligne AH dans toutes les ſituations poſſibles ſur la ligne infinie Vu, & le rapport qu'elle a dans chaque ſituation à la ligne $H1$ correſpondante qui eſt ordonnée au cercle, dont le diametre $CK=2f$; car on a vu que ces deux lignes expriment le rapport des deux axes de l'hyperbole, dont Aa, qui eſt la plus courte diſtance des deux Cones priſe ſur le plan coupant, eſt le grand axe.

Lorſque le point H tombe en C, les lignes Aa & AH deviennent égales à AC, & l'ordonnée $H1$ eſt nulle, ce qui fait voir que le grand axe de cette hyperbole eſt AC, & le petit eſt zero. Cette hyperbole eſt la ligne droite AQ.

Lorſque le point H tombe en D, alors $g=f$, & l'Equation deviendra $yy=\frac{ff}{bb}\times\overline{2bx-xx}$. Cette hyperbole a $2AD$ pour grand axe, & $2CD$ pour petit axe. D'où l'on voit que cette hyperbole ſera équilatere, lorſque l'angle QCR des deux côtés du Cone ſera droit, & que dans toute autre ſuppoſition l'hyperbole engendrée par le plan parallele à l'axe du Cone ſera celle qui ap-

pro-

proche le plus de l'équilatere, car la ligne AH eſt la plus petite de toutes ſes ſemblables lorſque le point H tombe en D; & au contraire la ligne $H1$ eſt la plus grande de toutes ſes ſemblables. Donc dans cette ſuppoſition, le rapport de ces deux lignes approche le plus qu'il eſt poſſible du rapport d'égalité.

Si l'on continue de faire croître la ligne $CH=g$ depuis D juſqu'en K, on verra que la ligne AH croîtra toujours juſqu'à ce qu'elle devienne AK, & que la ligne $H1$ diminuera toujours, & qu'elle eſt zero en K; le rapport de AH à $H1$ eſt donc infini en ce point. Or comme le rapport de ces lignes eſt toujours celui des deux axes de l'hyperbole engendrée, il s'enſuit que l'hyperbole engendrée par le plan parallele au côté CR du Cone, eſt telle que le grand axe contient ſon conjugué une infinité de fois, quoique celui-ci ſoit lui-même infini, l'Equation de la courbe devient en ce cas, lorſque $g=2f$, $yy=\frac{gx}{b}$, le grand axe $\frac{gb}{0}$, & ſon conjugué $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{0}}$ ou $\frac{gb}{\frac{1}{\infty}}$ & $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{\frac{1}{\infty}}}$, c'eſt-à-dire, comme $b\times\infty\,.\,\sqrt{g}\times\sqrt{\infty}$.

La courbe exprimée par cette Equation, eſt la parabole dont le parametre eſt $\frac{gg}{b}$, c'eſt à-dire, 3me proportionnelle à AK & à CK.

Si la ligne AH continue de croître & devient

vient AX, alors le plan coupera l'autre côté CR du Cone en a, & l'Equation générale, à cauſe de g plus grand que $2f$, deviendra $yy = \frac{gg-2fg}{bb} \times \frac{-2fbx}{2f-g} - xx$, ou $yy = \frac{gg-2fg}{bb} \times \frac{2fbx}{g-2f} - xx$, qui eſt l'Equation à l'Ellipſe, dont le grand axe eſt $\frac{2fb}{g-2f}$, & le petit, en faiſant cette proportion, $bb \cdot gg-2fg :: \frac{4ffbb}{g-2f^2} \cdot \frac{4ffg}{g-2f} = \frac{4ffgg}{gg-2fg}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$, valeur du petit axe. D'où l'on voit que ſi l'on tire AY parallele & égale à CK, les Triangles XKA. AYa, ſeront ſemblables, & l'on aura $XK\ (g-2f) \cdot XA\ (b) :: AY\ (2f) \cdot Aa = \frac{2fb}{g-2f} =$ au grand axe.

Pour trouver le petit axe, ſoit tiré XZ tangente au cercle, dont le diametre eſt CK, & au point touchant Z, la ligne KZ; ſi du point Y, on tire Y 10 parallele à KZ, & A 10 parallele à XZ, cette ligne A 10 ſera le petit axe, car on aura $XK\ (g-2f) \cdot XZ\ (\sqrt{gg-2fg}) :: AY\ (2f) \cdot A\ 10 = \frac{2f\sqrt{gg-2fg}}{gg-2f} = \frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$

Ces deux axes ſont donc entre eux :: AX . XZ, d'où l'on voit que lorſque le point X ſera à l'infini, ces deux lignes ſeront égales, & par conſéquent l'Ellipſe ſera alors un cercle;

cle; ce qui doit être, car alors le plan coupant eſt parallele à la baſe du Cone, & l'Equation générale des Ellipſes, qui eſt $yy = \frac{gg-2fg}{bb} \times \sqrt{\frac{2fbx}{g-2f} - xx}$, devient $\frac{bb}{bb} \times \sqrt{\frac{2fbx}{b} - xx} = yy$, ou $yy = 2fx - xx$, parce que b & g étant infinies, ſont égales, & les termes $-2fg$ & $-2f$ deviennent nuls par rapport aux termes gg & g.

Si l'on ſuppoſe que g ſoit négatif, c'eſt-à-dire, que le plan qui engendre la courbe coupe la ligne CK de l'autre côté en u, l'Equation générale $yy = \frac{2fg-gg}{bb} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f-g}} + xx$ deviendra $yy = \frac{-2fg-gg}{bb} \times \sqrt{\frac{-2fbx}{2f+g}} + xx = \frac{2fg+gg}{bb} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f+g}} - xx$, parce que g & x deviennent négatifs de poſitifs qu'ils étoient. La courbe de ce cas eſt encore une Ellipſe dont le grand axe eſt $A12 = \frac{2fb}{2f+g}$, & le petit axe eſt $\frac{2fg}{\sqrt{2fg+gg}}$. D'où l'on voit que lorſque $g = 0$, le grand axe eſt b, & le petit eſt 0, ce qui doit être: car l'Ellipſe eſt alors le côté AC du Cone.

COROLLAIRE II.

IV. Il ſuit de tout ce que l'on vient de dire, que la premiere hyperbole formée par le

le plan eſt la ligne droite AQ; qu'enſuite ce plan forme des hyperboles extrêmement étroites, c'eſt-à-dire, dont l'axe conjugué eſt extrêmement petit; qu'après cela les hyperboles s'élargiſſent, c'eſt-à-dire, que leurs axes conjugués augmentent, mais avec plus d'accélération que les grands axes; qu'enfin ces deux axes deviennent égaux, lorſque le plan eſt parellele à l'axe du Cone, (on ſuppoſe que l'angle QCR du Cone eſt droit); qu'enſuite le plan continuant à former des hyperboles, leurs axes continuent d'augmenter à l'infini, mais les grands axes avec plus d'accélération que leurs conjugués, enſorte que lorſque le plan eſt parallele au côté du Cone, les deux axes de l'hyperbole de ce cas ſont l'un & l'autre infinis, mais le grand axe infiniment plus grand que ſon conjugué, & c'eſt alors la parabole qui eſt engendrée, laquelle peut être conſiderée à cet égard comme une hyperbole, mais la derniere de toutes. Qu'après cela le plan continuant ſa révolution, coupe le ſecond côté CR du Cone à une prodigieuſe diſtance, & forme d'abord des Ellipſes dont les deux axes ſont chacun infinis, mais le grand infiniment plus grand que ſon conjugué; & qu'à meſure que le plan tourne, les deux axes de ces Ellipſes diminuent, ſavoir les grands beaucoup plus promtement que leurs conjugués, & qu'ils deviennent égaux, lorſque le plan eſt parallele à la baſe du Cone, c'eſt-à-dire que l'Ellipſe de ce cas eſt un cercle. Et qu'enfin le plan achevant ſa révolution, engendre des Ellipſes, dont les grands

droite *AC*. Ce ſecond ordre d'Ellipſes diffère du premier, en ce que dans celui là, les axes conjugués diminuent dans un plus petit rapport que les grands axes, au-lieu que dans celui-ci les axes conjugués diminuent dans un plus grand rapport que les grands axes.

COROLLAIRE III.

VI. Il ſuit encore, que de toutes les differentes Hyperboles & Ellipſes engendrées par la révolution du plan, aucunes ne ſont ſemblables, les deux axes de ces courbes croiſſant ſelon differentes loix. D'où l'on voit auſſi, que ſi l'on conçoit un ſecond plan attaché à un autre point *A* du côté *CQ* du Cone plus près ou plus loin du ſommet *C*, & que l'on faſſe faire une révolution à ce ſecond plan, ſemblable à celle du premier, cette révolution engendrera le même nombre infini de courbes que la premiere, dont chacune dans ſon ordre ſera ſemblable à ſa correſpondante dans le ſien, c'eſt-à-dire, que de ce nombre infini de courbes, les ſeules ſemblables ſont celles qui ſont engendrées par des plans paralleles: de-là vient que toutes les paraboles engendrées dans le même Cone ſont ſemblables, & que de toutes, l'infinité d'Ellipſes & d'Hyperboles engendrées dans le même Cone, celles-là ſeulement ſont ſemblables, qui ſont formées par des plans paralleles.

De-là on voit auſſi que les ſections coniques formées par differens Cones ne ſont point ſemblables.

REMARQUE II.

VII. Si au-lieu de ſe ſervir, comme on a fait, du plan circulaire $FMEmF$, parallele à la baſe du Cone, dont la propriété connue $EP \times PF = PM^2$, a fait trouver l'Equation générale des autres ſections, on s'étoit ſervi d'un autre plan quelconque oblique à la baſe, on auroit de même trouvé l'Equation générale de toutes les ſections par le moyen de la propriété qui convient à la ſection du plan choiſi.

* Soit, par exemple, $Em54ME$ parallele au côté CR du Cone, on ſait que la courbe engendrée par ce plan, eſt la parabole mEM, dont le ſommet eſt en E, & dont le parametre eſt $\frac{EF^2}{CE}$. Si donc on veut avoir l'Equation de la ſection quelconque mAM, par le moyen de la parabole mEM, il ne faut que trouver les expreſſions algébriques de CE, EF & EP, ce qui eſt aiſé. Car les mêmes choſes étant poſées, & de plus ayant nommé CB ou DA (b), les triangles ſemblables AKH & aCH donneront $KH\,(2f-g) \,.\, CH\,(g) :: AH\,(b) \,.\, Ha = \frac{gb}{2f-g}$. Donc $Aa = \frac{2fb}{2f-g}$, & $KH\,(2f-g) \,.\, CH\,(g) :: AK\,(\sqrt{bb+ff}) \,.\, Ca = \frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}$. Les Triangles ſemblables ACa & AEP donneront

* Fig. 2.

neront auſſi $Aa\left(\frac{2fh}{2f-g}\right).Ca\left(\frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}\right)$ :: $AP(x).EP=\frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}$, & $Aa\left(\frac{2fh}{2f-g}\right).AC\left(\sqrt{bb+ff}\right)$ :: $AP(x).AE=\frac{2fx-gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}$. Donc $EC=\frac{2fh+2fx-gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}$. Les Triangles $CA\Upsilon$ & CEF donneront encore $CA\left(\sqrt{bb+ff}\right).A\Upsilon(2f)$ :: $CE\left(\frac{2fh+2fx-gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}\right).EF=\frac{2fh+2fx-gx}{h}$. Donc l'Equation de la parabole mEM, qui eſt $EP\times\frac{EF^2}{CE}=PM^2$, deviendra, en termes algébriques,

$$\frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}\times\frac{\overline{2fh+2fx-gx}^2\times 2fh}{bb\times 2fh+2fx-gx\sqrt{bb+ff}}=yy,$$

qui ſe réduit à $\frac{bhyy}{2fg-gg}=xx+\frac{2fhx}{2f-g}$, qui eſt la même Equation qui a déja été trouvée pour la courbe mAM.

Il en ſera de même de tout autre plan oblique à l'axe du Cone, autre que $5mEM4$. On trouvera toujours par ſon moyen, la même Equation pour la courbe $6mAM7$.

Autre maniere plus générale de conſiderer toutes les Sections qui peuvent être engendrées dans un Cone par un plan qui le coupe de toutes les façons poſſibles.

* VIII. Si l'on conçoit le nouveau plan $IMNLmnI$ perpendiculaire à l'axe AP de la ſection mAM, & que l'on faſſe tourner le plan mAM ſur l'axe AP, il eſt clair qu'il s'engendrera, par cette nouvelle révolution, une infinité de nouvelles ſections, telle que $nACN$ (toutes terminées à la courbe $IMNLmn$) dont on trouvera l'Equation en cette ſorte.

On ſait que la courbe $IMNLm$ eſt une Ellipſe depuis la ſituation où IL eſt perpendiculaire ſur DAE, juſqu'à celle où IL lui ſeroit parallele, & qu'enſuite cette courbe ſeroit une hyperbole. Si donc, les mêmes choſes étant poſées de même que dans la premiere conſideration, on nomme de plus le demi-grand axe KI de cette ellipſe ou hyperbole a, ſon demi-petit axe b, l'ordonnée PN, z, qui eſt commune à la courbe $nmLNM$ & à la courbe $nACN$, le ſinus de l'angle MPN, n, & le ſinus total m; que de plus on mène NQ parallele à MP, on aura, à cauſe de l'Ellipſe † $IMNL$, $aa \cdot bb :: IQ \times QL \cdot QN^2$

$:: \overline{IP+PQ} \times \overline{PL-PQ} \cdot PN^2 - PQ^2$

$:: \overline{IP + \frac{n}{m} PN} \times \overline{LP - \frac{n}{m} PN} \cdot PN^2 - \frac{nn}{mm} PN^2$. D'où l'on tire

PN

* Fig. 3. & 4. † Fig. 3.

$$PN = \frac{\frac{1}{2}bbmn \times \overline{PL - PI} + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times 4aamm - 4aann + 2bbnn + bbnn \times \overline{PL^2 + IP^2}}}{aamm - aann + bbnn}$$

bla-

Par un ſemblable calcul, pour les cas où la courbe $nmLNM$ (*Fig.* 4.) eſt une hyperbole, on trouvera

$$PN = \frac{-\frac{1}{2}bbmn \times \overline{PL + PI} + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times 4aamm - 4aann - 2bbnn + bbnn \times \overline{PL^2 + IP^2}}}{aamm - aann - bbnn}$$

13.

Chacune de ces Equations exprimera la relation de AP (x) à PN (z) lorſqu'on aura mis, pour a, b, IP & PL, leurs valeurs.

Premier Cas, lorſque IMNL *eſt une Ellipſe.*

Pour trouver ces valeurs, ſoit mené (*Fig.* 3.) $D2$ perpendiculaire ſur PAH prolongée juſqu'à la rencontre de l'autre côté $LD3$ du Cone.

On ſait (*Art.* 2.) que $A3 = \frac{2fb}{2f-g}$, $PM = \frac{\sqrt{2fg-gg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f-g} + xx}$, AB parallele à l'axe du Cone, ſera $\sqrt{bb-ff+2fg-gg} = l$. Les Triangles ſem-

blables ABH, $D2H$, donneront ces proportions, $AH . AB :: DH . D2 = \frac{gl}{b}$, $AH . BH :: DH . H2 = \frac{fg - gg}{b}$. Donc $A2 = \frac{bb + fg - gg}{b}$, & $32 = A3 - A2 = \frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{2fh - gh}$. Les Triangles semblables, $32D$, $3PL$, & $A2D$, API, donneront encore ces proportions, $32 . 2D :: 3P . PL = \frac{2flh + 2flx - glx}{3fg - 2ff + hh - gg}$, $A2 . 2D :: AP . PI = \frac{glx}{bh + fg - gg}$. Et si l'on fait cette proportion, $\sqrt{IP \times PL} . PM :: a . b$, on trouvera $b = \frac{a\sqrt{3fg - 2ff + hh - gg} \times \sqrt{bh + fg - gg}}{lh}$. Mais comme ces grandeurs sont fort composées, soit $\frac{bh + fg - gg}{b} = A2 = p$ & $\frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{2fh - gh} = \frac{cg}{h}$; on aura $PL = \frac{2flh + 2flx - glx}{2cf - cg}$, $PI = \frac{glx}{ph}$ & $b = \frac{a\sqrt{2cfp - cgp}}{l\sqrt{h}}$.

Si donc on substitue dans l'Equation A les valeurs que l'on vient de trouver pour b, IP & PL, on aura $z = \frac{1}{2} mn \times \frac{(2fh + 2fx - gx) \times plh - glx \times (2cf - cg)}{(mm - nn) \times llhh + nn \times (2cfph - cghp)}$

C

$$C = \pm\tfrac{1}{2}ml \times \frac{\sqrt{gx\times(2fb+2fx-gx)\times(llbb\times 4mm-4nn+2nn\times(2cfpb-cgpb)}}{+nn\times(ggxx\times 2cf-cg+ppb^2\times 2fb+2fx-gx)}$$

fait

qui eſt l'Equation de la ſection $nACN$, quel que ſoit l'angle MPN des deux plans APM, APN, & quel que ſoit l'angle EDL du Cone, & cela dans le cas où la ſection $IMNLmnI$, du plan perpendiculaire ſur AP, eſt une Ellipſe.

Second Cas, lorſque MNLmn *eſt une hyperbole.*

IX. *Fig.* 4. On a dans ce cas $A3=\frac{2fb}{g-2f}$, PM (ordonnée de la courbe $AM3mA$) $=\frac{\sqrt{gg-2fg}}{b}\times\sqrt{\frac{2fbx}{g-2f}-xx}$, $AB=l$, $D2=\frac{gl}{b}$, $H2=\frac{gg-fg}{b}$. Donc $A2=\frac{gg-fg-bb}{b}$ & $32=\frac{3fgg-2ffg+gbb-g^3}{gb-2fb}$, $PL=\frac{2flb-glx+2flx}{3fg-2ff+bb-gg}$, $PI=\frac{glx}{gg-fg-bb}$ & $b=\frac{a\sqrt{3fg-2ff+bb-gg}\times\sqrt{gg-fg-bb}}{lb}$. Et ſi l'on

fait $\frac{gg-fg-hh}{b}=A2=p$, $\frac{3fgg-2ffg+ghh-g^3}{gh-2fh}=\frac{cg}{b}=32$, on aura $PL=\frac{2flh-glx+2flx}{cg-2cf}$, $PI=\frac{glx}{ph}$ & $b=\frac{a\sqrt{cgp-2cfp}}{l\sqrt{h}}$.

Si donc on ſubſtitue ces valeurs dans l'Equation B, elle deviendra

$$z=+\tfrac{1}{2}mn\times\frac{(2fh-gx+2fx)\times plh+glx\times(cg-2cf)}{(mm-nn)\times llhh-nn\times(cgph-2cfph)}$$
$$-\sqrt{\frac{gx\times(2fh-gx+2fx)\times(llhh\times 4mm-4nn-2nn\times cgph-2cfph)}{}^{2}}$$
$$D=\tfrac{1}{2}ml\times\frac{+nn\times(ggxx\times cg-2cf+pphh\times 2fh-gx+2fx)^{2}}{(mm-nn)\times llhh-nn\times(cgph-2cfph)}$$

qui eſt l'Equation de la ſection $nACN$ dans ce ſecond cas.

REMARQUE.

L'Equation C, (*fig.* 3.) conſiderée ſous cette forme générale, exprimera toujours une hyperbole $nACN$ rapportée à l'un de ſes diametres pour toutes les valeurs de g, croiſſant depuis $g=0$ juſqu'à $g=2f$, excepté les cas particuliers

qui seront remarqués dans les Corollaires suivans.

Il en est de même de l'Equation *D* * sous cette forme générale ; elle exprimera toujours une Ellipse aussi rapportée à l'un de ses diametres pour toutes les valeurs de g, croissant depuis $g = 2f$ jusqu'à g infini, & ensuite décroissant depuis g infini jusqu'à $g = 0$, excepté aussi les cas particuliers qui seront remarqués dans les Corollaires qui suivent.

COROLLAIRE I.

X. Si dans l'Equation † *C*, on suppose $n = 0$, elle se changera en $z = \frac{\sqrt{2fgg - gg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f - g} + xx}$, qui est l'Equation qui a été trouvée pour l'hyperbole *m A m*.

COROLLAIRE II.

XI. Si l'on suppose $m = n$, elle se changera en $z = -\frac{1}{2} \times \frac{(2fb + 2fx - gx) \times plh - glx \times (2cf - cg)}{2cfpb - cgpb}$

$= \pm\frac{1}{2} l \times \frac{(gx \times 2cf - cg + ph \times 2fb + 2fx - gx)}{2cfpb - cgpb}$,

qui est un lieu à la ligne droite, & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors la section *nACN* devient le Triangle *IDL*.

Co-

* Fig. 4. † Fig. 3.

COROLLAIRE III.

XII. Si dans l'Equation D, * on ſuppoſe $n = 0$, elle ſe réduira à $z = \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{h} \times \sqrt{\frac{2fhx}{g-2f} - xx}$, qui eſt l'Equation qui a été trouvée pour l'Ellipſe $mAM3m$.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si dans cette Equation, on ſuppoſe $m = n$, elle deviendra $z - \frac{1}{2} \times \frac{(2fh - gx + 2fx)plh - glx \times (cg - 2cf)}{cgph - 2cfph} = \pm\frac{1}{2} l \times \frac{(gx \times cg - 2cf - ph \times 2fh - gx + 2fx)}{cgph - 2cfph}$, qui eſt le lieu au Triangle $AD3$.

COROLLAIRE V.

XIV. Il ſuit de l'Equation C, que lorſque $g = 0$, on a $z = \frac{mn \times (fh + fx) \times plh \pm \frac{1}{2} mlnph \times (2fh + 2fx)}{(mm - nn)llhh + nn \times 2cfph}$, qui eſt un lieu à la ligne droite; ce qui fait voir que lorſque HAP touche le Cone, l'infinité de ſections qui réſultent de l'infinité de valeurs du rapport $\frac{m}{n}$, ſeront toujours des Triangles.

Co-

* Fig. 4.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on ſuppoſe $g=f$, on aura $l=h$, $p=h$, $c=\frac{hh}{f}$, & l'Equation C deviendra

$$z-\frac{nf}{m}=\pm\frac{f\sqrt{nnhh+2mmhx+mmxx}}{mh},$$

qui eſt $z-\frac{nh}{m}=\pm\sqrt{\frac{nnhh}{mm}+2hx+xx}$, lorſque $h=f$; $z=\pm\sqrt{2hx+xx}$, lorſque $n=0$; & $z-f=\pm\times\sqrt{\frac{fb+fx}{b}}$ lorſque $m=n$.

Ce qui montre que quand HAP eſt parallele à l'axe du Cone, toutes les ſections $nACN$ ſeront une infinité d'hyperboles, & un Triangle; & que toutes ces hyperboles ſeront équilateres, quand l'angle EDL du Cone ſera droit.

COROLLAIRE VII.

XVI. Si l'on ſuppoſe $g=2f$, on aura $c=\frac{bb}{2f}$, & l'Equation C deviendra $z-\frac{mn\times(fplh-flhx)}{(mm-nn)llh+nnphh}$

$$=\frac{mlf\sqrt{hx\times(4mmll-4nnll+2nnpph)+nn\times(pphh+hhxx)}}{(mm-nn)llh+nnphh}$$

qui ſe réduit à $z=\frac{gVx}{Vh}$, lorſque $n=0$, & à $z=\frac{-flp+flx}{ph}\pm\frac{flp+flx}{ph}$, lorſque $m=n$. Ce qui fait voir que quand HAP eſt paral-

lele au côté DL du Cone, toutes les ſections $hACN$ ſont une infinité d'hyperboles, une parabole, & un Triangle.

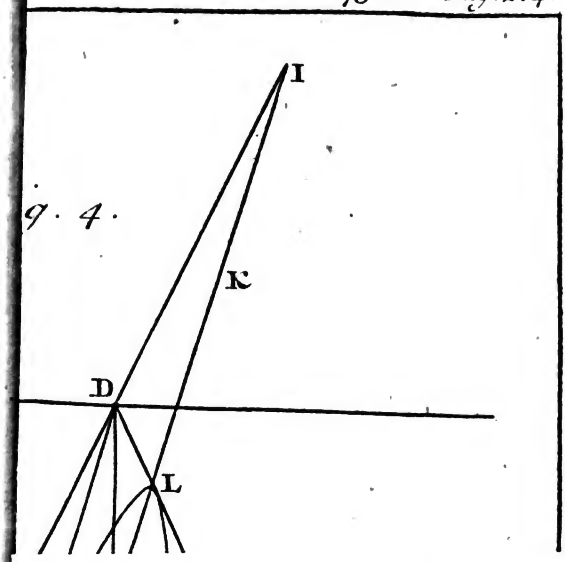
COROLLAIRE VIII.

XVII. Il ſuit de l'Equation D, que ſi l'on ſuppoſe g & h infinies, cette Equation deviendra $z + \frac{1}{2} m n \times \frac{(2fpl - plx + clx)}{(mm - nn) \times ll - nncp}$

$$= \frac{\frac{1}{2} ml \sqrt{2fx - xx \times (4mmll - 4nnll - 2nncp) + nnccxx + 4nnffpp - 4nnfp^2x + n^2p^2xx}}{(mm - nn) \times ll - nncp}$$

qui exprimera une Ellipſe, lorſque les termes affectés de la quantité zz ſont négatifs; une hyperbole, lorſque ces termes ſont poſitifs; & une parabole, lorſque ces termes s'anéantiſſent.

Si dans cette derniere Equation, on ſuppoſe $n = o$, elle deviendra $z = \sqrt{2fx - xx}$, & ſi $m = n$, on aura $z + \frac{plx - 2fpl - clx}{2cp} + l \times \frac{(px + cx - 2fp)}{2cp}$, dont la premiere exprime un cercle, & la ſeconde exprime une ligne droite.



9. 4.

Bibliothèque de l'Observatoire de Paris

que j'appris le succès d

* 4 Avril 1731.

RECHERCHES SUR L'OPERATION DE LA TAILLE PAR L'APPAREIL LATERAL.

Par M. MORAND. *

LA multiplicité des méthodes pour l'opération de la Taille eſt d'autant plus utile, qu'elle eſt naturellement fondée ſur les variations qui dépendent de la Pierre & de l'état de la Veſſie maladie; auſſi lorſqu'on a attaqué ceux qui propoſent differens procédés pour faire l'opération de la Taille, on s'en eſt pris plutôt à l'application trop générale de la méthode propoſée, qu'à la méthode même.

Pour moi qui les ai étudiées toutes, & toutes pratiquées, je crois pouvoir avancer qu'elles ſont toutes bonnes, à certains égards; & qu'en les ſuppoſant perfectionnées, l'habileté de l'Anatomiſte Chirurgien conſiſte autant dans le choix de la méthode que dans l'exécution.

Après avoir décrit celle du haut Appareil, j'étois dans le deſſein de décrire l'Appareil lateral, lorſque j'appris le ſuccès éclatant avec

* 4 Avril 1731.

avec lequel M. Cheſelden célèbre Chirurgien Anglois faiſoit cette opération. Je ne rougis point de dire que j'ai fait le voyage de Londres exprès pour le voir travailler. Les opérations que je lui vis faire au Printems de l'année 1729, dans l'Hôpital de S. Thomas, les queſtions que je fis à ſes malades, les conferences que j'eus avec lui-même, m'ont donné des lumieres que la méditation ne m'auroit peut-être point fournies, & du courage pour entreprendre cette opération, que je croyois plus difficile que le grand Appareil; & qui actuellement me le paroît moins

Revenu de Londres, j'eſſuya toutes les queſtions que la curioſité ou l'amour du bien-public purent faire imaginer, & je tâchai d'y ſatisfaire, à une circonſtance près que M. Cheſelden vouloit communiquer lui-même à l'Académie, ce qu'il fit en détaillant ſa méthode dans pluſieurs Lettres qu'il m'adreſſa en differens tems de l'année 1729. Il l'a depuis publiée en 1730, dans une courte Diſſertation en Anglois, que j'ai traduite pour en donner un Extrait fidele*.

M. Cheſelden nous apprend dans cette Diſſertation, qu'ayant fait le haut Appareil avant celui-ci, il n'avoit point été malheureux dans cette opération, qu'il n'avoit perdu qu'un malade ſur ſept, qu'il n'a quitté cette opération que dans l'eſperance d'en trouver une meilleure, & qu'il eſt bien ſûr qu'elle

* An appendix to the fourth edition of the Anatomy &c. by *W. Cheſelden*, 1730.

le pourroit être pratiquée actuellement avec plus de succès qu'elle ne l'avoit été, en profitant des observaions qu'on a fait.

Après ces expériences sur le haut Appareil, la réputation de M. Rau l'avoit engagé à tenter son opération. M. Cheselden la fit d'abord en remplissant d'eau la Vessie, au moyen de quoi il tiroit avec autant de facilité que de vîtesse de très grosses pierres : ses malades paroissoient hors de danger quelques jours après l'opération ; mais l'urine s'insinuant dans la membrane cellulaire qui environne le Rectum, faisoit des ulcercs sordides avec pourriture, & de dix malades taillés de cette façon, il en est mort quatre. Il essaya ensuite de tailler préciſément comme M. Albinus prétend que M. Rau tailloit, mais il éprouva les mêmes inconvéniens de la part de l'urine. Ces desavantages lui firent imaginer la méthode que je lui ai vu faire, & à laquelle il est dévoué pour toujours. La voici rapportée par lui-même.

„ Je lie le malade, comme au grand Ap-
„ pareil, après l'avoir couché sur une table
„ horizontale, de la hauteur de trois pieds,
„ ayant la tête seulement élevée. Je fais
„ d'abord une incision aux tégumens aussi
„ longue qu'il est possible, en commençant
„ près l'endroit où elle finit au grand Ap-
„ pareil; je continue de couper de haut en
„ bas, entre les muscles accélérateur &
„ érecteur gauche, & à côté de l'intestin
„ rectum; je tâte ensuite pour trouver la
„ sonde, & je coupe dessus, le long de
„ la glande prostate, en continuant jusqu'à

„ la

„ la Veſſie, & en aſſujettiſſant le rectum en
„ bas pendant tout le tems de l'opération
„ avec un ou deux doigts de la main gauche.
„ Le reſte de l'opération eſt comme dans
„ l'ancienne méthode, avec cette differen-
„ ce que je lie les Vaiſſeaux coupés.

Après cette deſcription, M. Cheſelden qui étoit averti que l'on avoit cru trouver une contrariété dans ſes Lettres, ſur le nombre de ceux qu'il avoit taillés, parce qu'il avoit écrit à M. Pibrac, Chirurgien de Paris, qu'il en avoit taillé vingt-ſept, ſans qu'il en fût mort un, & à moi que de quarante-ſept, il n'en étoit mort que quatre, explique ces calculs differens, en diſant que vingt-ſept malades taillés de ſuite par ſa méthode guérirent, le premier qui mourut étant le vingt-huitieme: *Je n'ai pas beſoin de tromper*, dit-il, *pour repréſenter mes ſuccès.*

Ces quarante-ſept dont M. Cheſelden parloit dans ſes Lettres, ſont ceux qu'il avoit taillés en tout par cette méthode, depuis le mois de Mars 1727 juſqu'en Juin 1729, tant dans l'Hôpital S. Thomas que dans Londres. Les quarante-ſix dont il parle dans ſa Diſſertation imprimée, ſont ceux qu'il a taillés dans l'Hôpital ſeulement juſqu'à la fin de Juillet 1730, il en donne l'âge & le nom, excepté de ceux que je lui vis tailler, & qu'il dit avoir perdu, ſans s'être reſſouvenu qu'il me les avoit donnés à Londres, écrits de ſa propre main.

De ces quarante-ſix de l'Hôpital, il n'en eſt mort que deux; l'un âgé de dix-ſept ans, étoit malade dès ſon enfance, exténué par

de

de longues ſouffrances, & incommodé des reins; l'autre mourut quinze jours après l'opération, ayant une toux violente. Un des quarante-quatre guéris avoit ſoixante-ſept ans, & trente-trois pierres; un autre quarante-deux ans, & une pierre peſant onze onces: pluſieurs des enfans eurent la petite-vérole pendant la cure, & d'autres la rougeole.

Voilà ce que contient l'Ecrit de M. Cheſelden: il ne ſera pas inutile d'y ajouter pluſieurs choſes eſſentielles qui ſe trouvent dans les Lettres écrites pour l'Académie.

En parlant des expériences qu'il fit de la méthode de M. Rau, telle qu'elle eſt propoſée par M. Albinus, il ajoute à l'inconvénient des ulceres avec pourriture, produits par l'urine qui ſe gliſſe dans le tiſſu cellulaire, celui des hémorragies continuées juſqu'à la mort, comme il ſavoit que cela étoit arrivé.

A l'égard de ſa méthode en particulier, il recommande d'avoir ſoin que celui qui tient la ſonde ne la pouſſe point du tout en devant; il aſſûre que par ſon inciſion intérieure il coupe totalement le Sphincter, & qu'il n'a jamais trouvé d'inconvénient à couper la glande proſtate; il conſeille de ne point faire de playe trop profonde à la membrane graſſe & celluleuſe, ſituée à la partie extérieure du rectum: il avoue naturellement que dans les commencemens, il bleſſa l'inteſtin rectum à deux malades, qui cependant guérirent tous deux, & que cela arriva faute d'attention à la conduite de la ſonde; il prétend qu'il eſt plus facile de nettoyer

les

les veſſies ulcérées par cette méthode que par aucune autre; il ajoute enfin dans une Lettre un fait bien favorable à cette opération. Un homme étoit deſtiné à être taillé par le grand Appareil; l'inciſion étant faite par l'Opérateur, il lui fut impoſſible de tirer la pierre. M. Cheſelden, qui étoit préſent, fut invité à eſſayer lui-même, il fit ſon opétion à la ſuite de la premiere, tira une pierre peſant près de douze onces, & le malade guérit.

M. Cheſelden me paroît avoir omis la longueur & l'obliquité de ſon inciſion extérieure; ce qui n'eſt cependant pas ſans raiſon. Au reſte ſes Lettres montrent également ſon habileté & ſa bonne foi; & la Compagnie répondit à ſa politeſſe, en le faiſant Correſpondant de l'Académie.

Pour profiter des opérations que je lui avois vu faire à Londres, je fis beaucoup d'expériences ſur les Cadavres, je travaillai à une analyſe exacte des parties intereſſées dans l'opération; & quand je fus muni des connoiſſances que l'Anatomie m'avoit fourni, j'en propoſai la pratique à M. Maréchal Premier Chirurgien du Roi, qui ne s'eſt prêté à cette nouveauté, que parce qu'il a vu qu'elle intereſſoit le bien-public.

Sous ſes yeux, en préſence de pluſieurs Académiciens, Medecins & Chirurgiens, cette opération s'eſt faite l'année derniere à Paris, avec grand ſuccès.

Tout le monde ſait que de ſeize malades taillés par cette méthode, tant dans la Ville que dans l'Hôpital de la Charité, huit par M.

M. Perchet, huit par moi, chacun de nous n'en a perdu qu'un; pendant que de douze taillés en même tems dans l'Hôpital, par le grand Appareil, il en eſt mort cinq. De ceux-ci, il y avoit trois Sujets dont il y avoit plus à craindre qu'à eſperer, & on n'a pas manqué de nous dire que nous avions choiſi les meilleurs pour l'opération nouvelle.

Je pourrois répondre à cela, qu'une premiére épreuve nous y autoriſoit, mais nous ne voulons point de grace: il nous eſt facile de prouver que de nos ſeize malades taillés par l'Appareil lateral, il y avoit un enfant qui ayant été ſaigné ſix fois pour une fievre rebelle & indépendante de ſa pierre, étoit bouffi par tout le corps, & dans l'uſage actuel du Quinquina, lorſqu'il fut taillé; un homme de ſoixante-deux ans, qui avoit cinq groſſes pierres; un autre de cinquante-cinq ans, qui ayant eu la fievre, la jauniſſe, & un dévoyement de pluſieurs mois, dont il n'étoit pas remis, fut taillé le dernier jour de Juillet, à cauſe des preſſantes douleurs qu'il ſouffroit; enfin un autre dont la veſſie étoit ſquirreuſe, pleine de fongus, & la pierre de la groſſeur & préciſément de la forme d'un marron d'Inde dans ſa coque, dont on auroit un peu émouſſé les pointes. Je ne ſai ſi on peut appeller ces quatre malades de bons Sujets; c'eſt à ceux qui liront ce Mémoire à en juger: cependant trois de ceux-ci ſont guéris, & onze des autres.

Le ſimple énoncé des faits nous juſtifie, & nous nous flatons que dorénavant nous n'au-

n'aurons pas besoin d'employer d'autres moyens contre la Critique. Les raisons de préférence pour l'Appareil lateral, comparé au grand Appareil, seront amplement détaillées dans des Mémoires particuliers, & l'ont été déja avec bien de la solidité, par M. Falconnet dans sa These : *An educendo calculo, cæteris anteferendus apparatus lateralis.* Je me contenterai de dire ici, que les principaux avantages de cette opération consistent en ce que le manuel en est bien plus facile que celui du grand Appareil; il est plus sûr, parce que le Chirurgien est guidé, non-seulement par la crenelure de la sonde, mais mieux encore par le doigt index de la main gauche, à l'aide duquel il agit toujours, & court moins de risque de se fourvoyer. Les avantages qui en reviennent aux malades sont considerables : toutes choses égales, l'opération par l'Appareil lateral est moins longue, & doit être moins douloureuse que par le grand Appareil, parce que dans l'une on coupe certaines parties qu'on déchire dans l'autre ; elle favorise davantage l'extraction des grosses pierres, c'est une proposition qui résulte de la précédente. Ceux qui en ont été guéris, n'ont été incommodés, ni de fistules, ni d'incontinence d'urine; on n'a pas eu le desagrément de voir ces communications de la playe avec le boyau, que quelques malades taillés au grand Appareil, ont malheureusement éprouvés dans le tems même qu'on travailloit au panégyrique du grand Appareil. Enfin la Taille laterale est non seulement utile aux Pierreux, mais

mais encore elle ſemble avoir été trouvée pour ſecourir plus ſurement que par l'opération ordinaire ceux qui par obſtruction ou abſcès au col de la Veſſie ſe trouvent dans la malheureuſe néceſſité de ſouffrir ce que l'on nomme l'inciſion au Périné: c'eſt une obſervation de M. Chirac.

Ce que je viens de dire ſur l'Appareil lateral n'eſt qu'un préliminaire au Traité que j'eſpere donner par les ſuites. J'oſe avancer que ce Traité nous manque: M. Méry a donné la critique des opérations de Frere Jaques*, & ayant à la ſuite de ſon Ouvrage propoſé l'idée d'une méthode pour faire l'Appareil lateral, il ne l'a point pratiquée. M. Albinus a donné dans une Diſſertation Latine†, l'opération laterale qu'il dit avoir été pratiquée par M. Rau: mais le manuel en eſt ſi compoſé, & l'exécution ſi difficile, que je doute qu'elle eût été adoptée par M. Rau, ſi l'Ouvrage eût été publié de ſon vivant. Le Docteur Douglas ‡ a donné un ſimple recueil de ce qu'on avoit écrit avant lui ſur cette opération, & M. Cheſelden ne la pratique plus comme elle eſt décrite dans le *Poſtſcriptum* du Docteur Douglas. Enfin M. Garengeot Chirurgien de Paris, connu par la fécondité de ſa plume, l'a propoſé aux gens de l'Art, ſans l'avoir faite lui-même, & ſur une premiere expérience faite par un autre.

Je

* Obſervations ſur la maniere de tailler dans les deux Sexes, &c.

† *Index Supellectilis Anatomicæ, &c.* 1725.

‡ The hiſtory of the lateral operation by James Douglas, M. D. 1726.

Je n'ai envié à perſonne l'honneur d'écrire ſur cette matiere, depuis qu'elle a été renouvellée en France. Je ſai que les Ouvrages précipités laiſſent ordinairement, non des reſtes à recueillir, mais des moiſſons à faire. En attendant celui auquel je m'engage, je vais donner à la Compagnie quelques obſervations détachées qui regardent la partie hiſtorique de cette opération, & qui la rendent à ſes vrais Auteurs.

PREMIERE OBSERVATION.

On appelle communément la *Méthode de Frere Jaques* ſon opération, quoique la plupart des Chirurgiens ne l'ayent connu que ſur le rapport de M. Méry: mais ſi une méthode de tailler doit être une maniere de tailler ſuivant une règle toujours conſtante, au moyen de laquelle on entame les mêmes parties toutes les fois; à conſulter l'Ouvrage de M. Méry, on verra que Frere Jaques n'avoit point de méthode: car il entamoit la Veſſie, tantôt dans ſon col, tantôt dans ſon corps, il ſéparoit quelquefois le col du corps, ſouvent il traverſoit la Veſſie & l'ouvroit en deux endroits, il intereſſoit l'inteſtin rectum, qui ne doit point être touché dans cette opération; enfin il bleſſoit differentes parties qui ſervent à la génération.

Par l'ouverture de ceux qui périſſoient entre les mains de ce Moine, M. Mery découvroit tous ſes écarts, & l'inconſtance de l'inciſion intérieure; il voulut deſabuſer le Pu-

Public qui ſe prévient aiſément en faveur des gens d'un certain caractere, en nous faiſant part de ſes obſervations à ce ſujet. Il nous a donné un Ouvrage dont il réſulte que Frere Jaques ne tailloit pas deux perſonnes de ſuite de la même façon; on pourroit dire par conſéquent que Frere Jaques n'avoit point de méthode, & il ne pouvoit pas s'en former une, ignorant la Topographie, pour ainſi dire, des parties ſujettes à ſon Lithotome: il reſtoit donc à M. Méry, en décriant l'opération de Frere Jaques, à déterminer nettement & préciſément de tous les endroits qu'il entamoit, celui qu'il auroit été le plus avantageux d'entamer, ſuivant une certaine méthode; cependant c'eſt de toutes les parties de ſon Ouvrage, celle qui eſt le plus légerement traitée.

On dira ſans doute, que c'eſt l'idée qu'on s'étoit faite de l'opération de Frere Jaques; mais ſi l'on en convient avec moi, il faudra convenir auſſi que ſi Frere Jaques a pu profiter, & des réflexions critiques de M. Méry, & des avis ſalutaires qu'il avoit reçus pour rectifier ſon opération, il a pu par les ſuites pratiquer une bonne méthode, & qu'il eſt fâcheux que le Public ait été privé du fruit qu'il y avoit à retirer de la vivacité de ceux qui ont écrit contre cet Opérateur. Or on va voir qu'on l'a perdu de vue dans le tems qu'il falloit le ſuivre, que les Auteurs qui ont travaillé ſur cette matiere ont été dépourvus des pieces les plus utiles ſur la Taille de Frere Jaques, & qu'il eſt conſtant que Frere Jaques pratiqua poſtérieurement

à la critique de M. Méry une Taille latérale, la même que celle que M. Cheſelden pratique aujourd'hui avec ſuccès : c'eſt ce qu'il ſera facile de prouver, en donnant ici la partie la plus curieuſe, & en même tems la plus cachée de l'Hiſtoire de Frere Jaques.

La Critique de M. Méry ne ſéduiſit point tout le monde; M. Fagon, pour-lors Premier Medecin du Roi, & M. Félix Premier Chirurgien, jugerent qu'on pouvoit rectifier ſon opération ; Frere Jaques reçut leurs avis, & en profita: cela eſt démontré par le ſimple récit de ſes opérations poſtérieures à la Critique de M. Méry.

Par mes recherches, je l'ai ſuivi par-tout, & je ſai qu'il avoit taillé à Aix-la-Chapelle en 1699 environ ſoixante perſonnes, dont le plus grand nombre guérit. A Verſailles, au Printems de 1701, trente-huit qui guérirent tous, & le fait eſt atteſté par Mrs. Fagon, Ducheſne, Bourdelot, Boudin, Felix & Gervais*. La même année à Angers †, à Beaumont & Beauvais en Picardie, où il y a encore actuellement des gens taillés de ſa façon qui ſont en ſanté. En 1703, M. le Maréchal de Lorge ſe mit entre ſes mains, après avoir reçu dans ſon Hôtel vingt-deux pauvres attaqués de la Pierre, pour les faire tailler par le Frere Jaques; les vingt-deux pauvres guérirent, & M. le Maréchal mourut: c'eſt alors que Frere Jacques prit le parti de paſſer en Hollande.

En

* Nouvelle méthode de tailler, par Frere Jaques Beaulieu, &c. 1702. *à la fin.*

† Voyez l'Ouvrage de M. Hunauld, *MS.*

En-vain veut-on élever la réputation de M. Rau ſur les débris de celle de Frere Jacques. Je rendrai bien-tôt juſtice à M. Rau : mais peut-on ne pas juger favorablement de ce que fit le Frere Jacques en Hollande, lorſqu'on eſt inſtruit qu'il y étoit devenu ſi fameux, que ſon porrtait y fut gravé trois fois differentes,, & que lorſqu'il fut à Bruxelles, dans le deſſein de ne plus retourner en Hollande, les Magiſtrats d'Amſterdam lui envoyerent une Médaille d'Or, ayant d'un côté ſon portrait, & de l'autre la Ville d'Amſterdam, avec cette inſcription: PRO SERVATIS CIVIBUS?

M. Rau étant fait Lithotomiſte à ſa place, Frere Jacques paſſa en Flandres, fit ſon opération à Bruxelles & à Anvers, fut appellé à Nantes, à Lyon & à Geneve, & y travailla heureuſement. En 1708 il fut mandé par M. le Duc de Lorraine, pour tailler un de ſes principaux Officiers, qu'il guérit. Il fut à Vienne en Autriche en 1709, de-là à Padoue & à Rome, & y pratiqua ſon opération. En 1710 il fut à Veniſe. Enfin las de voyager, il revint en 1712 à Beſançon ſa patrie, où il avoit moins travaillé que par-tout ailleurs ; & mourut en 1714, âgé d'environ ſoixante ans.

Son voyage à Angers lui avoit procuré la connoiſſance de M. Hunauld, faiſant la Médecine avec diſtinction, Auteur de quelques Ouvrages imprimés, & dont le Neveu eſt de l'Académie. M. Hunauld apprenant l'Anatomie à Paris, partageoit ſon tems entre les Leçons de Mrs. Mignard & Duverney, &

conſervoit par ſon crayon le travail de ſon Scalpel. Il entreprit de défendre Frere Jacques contre M. Méry, & on peut dire qu'il le fit avec avantage dans une Diſſertation dédiée à M. Fagon, mais qui n'a jamais été imprimée *.

Ce Manuſcrit eſt accompagné de planches anatomiques deſſinées par M. Hunauld lui-même : on y trouve la méthode de Frere Jaques perfectionnée; méthode par laquelle il étoit toujours ſûr de faire ſon inciſion intérieure dans le même endroit, & qui avoit rendu la vie à tant de malades. Depuis l'Ouvrage de M. Méry, Frere Jacques avoit donné lui-même cette méthode dans un Imprimé de ſept à huit pages, dont il y a très peu d'exemplaires †.

Dans ces deux Ouvrages, l'inciſion de Frere Jacques eſt nettement déterminée, il y eſt clairement énoncé qu'il coupoit le col de la Veſſie : il paroît donc que ſi les Auteurs avoient fait ſur cela les recherches néceſſaires, ils auroient diſtingué dans l'Hiſtoire de Frere Jacques deux époques bien differentes : la premiere nous donne Frere Jacques déconcerté par les critiques qu'il avoit eſſuyées, la ſeconde nous le donne encouragé par les inſtructions qu'il avoit reçues ; l'une montre une opération défectueuſe que l'on abandonne, l'autre une opération excellente que l'on reprend aujourd'hui. Il eſt fâ-

* Hiſtoire du procédé de Frere Jacques, par M. Hunauld, &c. MS.

† Nouvelle méthode de tailler, & tirer la Pierre de la Veſſie, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702.

fâcheux de n'avoir jugé du Frere Jacques que sur son opération décrite par M. Méry; & c'est avec justice, ce me semble, qu'on avoit appliqué à cet Opérateur, un passage de Ciceron qu'on lit autour de ses portraits, peut-être pour critiquer la Critique de M. Méry; *Ægri, quia non omnes convalescunt, non idcircò ars nulla Medicina est.* „ Parce qu'on „ ne guérit point tous les malades, on ne „ doit point pour cela nier l'existence de la „ Medecine. "

De toutes ces recherches, je conclus ma premiere observation, & je dis que si Frere Jacques eût été aidé à Paris, comme il le fut à Angers, & s'il eût été aidé à Angers avec autant d'éclat qu'il fut censuré à Paris, nous serions demeurés en possession de l'Appareil lateral, & nous aurions de plus les perfections dont une interruption de plus de trente ans doit naturellement nous priver.

SECONDE OBSERVATION.

Rien ne prouve mieux l'usage que nous pouvions faire en France de la méthode de Frere Jacques, que celui qu'on en fit en Hollande. M. Albinus, qui nous a donné la Vie de M. Rau dans l'Index du Cabinet d'Anatomie, legué par M. Rau à l'Académie de Leyde, nous apprend* que Frere Jacques étant à Amsterdam, obint du Magistrat la permission de faire sa nouvelle opération de la Taille; que M. Rau après avoir assisté

* *De Clar. Ravii vitâ & calculoſorum curatione, p. 7.*

assisté à ses opérations s'éleva contre sa méthode. Jusque-là je vois M. Rau faire en Hollande, ce que M. Méry fit en France; mais qu'arrive-t-il ensuite? Les Magistrats d'Amsterdam, & depuis ceux de Leyde ayant fait M. Rau lui-même Lithotomiste pour ces deux Villes, il pratique l'Appareil lateral, & ne l'abandonne plus; sur quoi il faut remarquer qu'avant l'arrivée de Frere Jacques en Hollande, M. Rau ne tailloit qu'au grand Appareil, comme il l'avoit appris à Paris vers l'année 1683*; de sorte qu'il paroît clairement que ce fut le Frere Jacques qui donna à M. Rau l'idée de l'Appareil lateral. Il paroît ensuite que M. Rau se trouva si bien de l'Appareil lateral, qu'il n'en pratiqua plus d'autre. Il avança dans un Discours public prononcé à Leyde en 1713, qu'il avoit guéri en Hollande, par cette opération, quinze cens quarante-sept personnes affligées de la Pierre †.

M. Albinus décrit dans ce même Ouvrage la méthode dont il prétend que M. Rau se servoit, par laquelle il se proposoit d'entamer la Vessie même, par le côté, & près de son col, un peu vers la partie inférieure & postérieure: *Vesicam ipsam proximè cervicem ejus à latere, nonnihil inferiora & posteriora versus* ‡. Mais cette méthode est beaucoup plus difficile pour le Chirurgien, & beaucoup plus longue pour le malade, que celle du Frere Jacques; & il est facile de démontrer que les avantages qui pour-

* *Idem*, p. 15.
† *De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curatione*, p. 14.
‡ *Idem*, p. 15.

pourroient faire valoir celle de M. Albinus, ſont communs à l'opération de Frere Jacques, même par rapport à l'extraction des groſſes pierres: j'ajoute, qu'il eſt permis de douter ſi on a la méthode dont M. Rau ſe ſervoit réellement, & il pourroit bien ſe faire que la méthode de M. Rau, & celle de Frere Jacques, auroient été les mêmes.

Voici ſur quoi ſont fondées mes conjectures. M. Rau laiſſoit aſſiſter à ſes opérations, mais il n'en donnoit point d'éclairciſſement, il ſe la réſervoit. Il eſt mort en 1719, ſans la rendre publique, & c'eſt un autre Profeſſeur qui l'a donné. Enfin le Docteur Douglas a fort bien remarqué, qu'on ne voit nulle-part des obſervations tirées de l'ouverture des Cadavres *.

Voilà bien des motifs de douter ſi l'opération donnée par M. Albinus eſt réellement celle de M. Rau. Ce qui donne en même tems lieu de croire que celle qu'il pratiquoit pourroit bien être celle de Frere Jacques, c'eſt que, ſelon M. Albinus même, ils faiſoient tous deux l'inciſion dans le même endroit: *Deindè autem methodo novâ ſuâ ſemper eſt uſus, quâ eundem quem Monachus ille locum incidit* †.

On objectera ſans doute, que M. Rau ne fut établi Lithotomiſte public que ſur ce que les Magiſtrats reconnurent la vérité du jugement que M. Rau avoit porté ſur l'opération de Frere Jacques, & que M. Rau fit la Taille avec encore plus de ſuccès que le Frere

* The hiſtory of the lateral operation, p. 74.
† *De Clar. Ravii vitâ, &c. p.* 15.

Frere Jacques: comment cela ſe peut-il, ſi l'opération eſt ſuppoſée la même?

La réponſe eſt facile: M. Rau ſavoit parfaitement l'Anatomie, Frere Jacques l'ignoroit; & l'on ſait que ſans les lumieres de l'Anatomie, le Chirurgien ne marche qu'à tâtons.

TROISIEME OBSERVATION.

Lorſque M.. Rau étoit queſtionné par ceux qui voyoient opérer, ſur le détail de ſa méthode, il ne diſoit autre choſe que ces paroles: *Liſez Celſe.* C'eſt un fait dont M. Winſlow nous a fait part dans une de nos Aſſemblées, en ayant été témoin, & ayant ſuivi en Hollande les opérations de cet homme célèbre. Il eſt donc bien naturel de ſuivre l'indication donnée par M. Rau lui-même, & alors il eſt facile de prouver que M. Rau tailloit comme le Frere Jacques, parce que Frere Jacques corrigé, tailloit par l'Appareil de Celſe. Cela paroît d'abord un paradoxe à ceux qui ont, de l'opération de Celſe, l'idée que les Auteurs nous en donnent ordinairement: mais le paradoxe s'évanouït quand on fait les réflexions ſuivantes.

On a forcé le ſens de Celſe, & on l'a mal interpreté, quand d'une méthode générale, on en a fait une méthode ſeulement praticable pour la pierre qui fait boſſe au Périné.

Le Chapitre 26 du 7me. Livre de Celſe traite des difficultés d'uriner, & la 2de. Section du même porte en titre: *Calculoſis, quæ*

in-

curatio adhibeatur *. L'inciſion eſt ainſi déterminée: *Juxta anum incidi cutis plagâ lunatâ uſque ad cervicem Veſicæ debet: deinde eâ parte quâ ſtrictior ima plaga eſt, etiamnum ſub cute altera tranſverſa plaga facienda eſt, qua cervix aperiatur donec urinæ iter pateat, ſic ut plaga paulo major quam calculus ſit.*

Voilà la méthode générale de Celſe pour tirer la Pierre qui eſt dans la Veſſie, & ce qui prouve que c'eſt une méthode générale, c'eſt qu'à la fin du Chapitre, il donne la méthode de traiter les cas particuliers, & de tirer, par exemple, les Pierres engagées dans le col: *Calculi per ſe delapſi in cervicem.* Je ſai bien qu'on regarde l'opération de Celſe, comme impraticable ſur les Adultes; mais c'eſt un pur préjugé & faute d'examen, car il n'y a point d'Anatomiſte Chirurgien, qui voulant en faire l'expérience ſur le Cadavre, ne reconnoiſſe comme moi, qu'elle peut ſe faire.

Frere Jacques la faiſoit auſſi quelquefois à la lettre; actuellement encore il y a en Italie des Opérateurs qui ne la font pas autrement. Il eſt vrai que cette opération faite à la lettre eſt difficile; mais les changemens qu'on y a faits depuis, par rapport aux inſtrumens, l'ont de beaucoup perfectionnée.

Albucaſis inventa le premier un Biſtouri très étroit & très pointu †. De nos jours, Frere Jacques ſubſtitua aux doigts de l'Opérateur une Sonde, mais très défectueuſe & ſans cré-

* *Aur. Corn. Celſi opera ex recognitione Vanderlinden.* 1657.

† *Albucaſis Chir. part. II. cap. IX. p.* 204.

crénelure. Mrs. Fagon, Felix, Maréchal, Méry conseillerent une Sonde crénelée à Frere Jacques, qui s'en est servi dans les suites; M. Rau a ajouté quelque chose à cette Sonde. M. Chesselden a inventé un Bistouri, qui, à peu de chose près, est le même que celui d'Albucasis: mais toutes ces variations ne touchent que les instrumens, car du reste l'Appareil lateral, depuis Celse jusqu'à M. Chesselden, a toujours été fait dans le lieu déterminé par Celse pour l'incision.

Au reste, la remarque de l'analogie de l'Appareil lateral avec la méthode de Celse a été apperçue par les Modernes, & je ne prétends point m'en attribuer la découverte.

Dans l'Assemblée des Magistrats, des Medecins & Chirurgiens, convoquée à Paris, pour déliberer sur les expériences de Frere Jacques, un des assistans avança que sa méthode avoit été autrefois pratiquée; & M. Méry qui cite ce fait, ajoute de lui-même, qu'il pourroit se faire que cette maniere d'opérer auroit commencé par quelque Opérateur qui se seroit formé une méthode sur ce qu'il auroit lu de la Taille dans Celse *. M. Freind dans son Histoire de la Medecine, en parlant d'Albucasis qui a suivi Celse, dit que l'endroit marqué pour l'incision par cet Auteur, est entierement le même que celui où Frere Jacques, & après lui M. Rau, avoient coutume de la faire †.

Qu'on

* Lisez M. Méry, page 43.
† M. Freind, Hist. de la Medecine, 2 partie, p. 95.

Qu'on ajoute à toutes ces recherches la réponſe de M. Rau à ceux qui le queſtionnoient ; l'obſcurité qui pourroit naître des differens noms de la méthode de Frere Jacques, de celle de M. Rau, de celle de M. Cheſelden, diſparoît en les rapportant toutes à la méthode de Celſe, à laquelle on a ajouté des inſtrumens, & en leur donnant en commun le nom d'*Appareil latéral.*

Si mes conjectures étoient juſtes, la Taille laterale, qui paroît une nouvelle méthode, ſe trouveroit la premiere & la plus ancienne de celles qui ſont connues. J'avoue qu'il ſeroit ſingulier qu'après l'avoir quittée pour faire le grand Appareil, ou l'opération de Marianus, on l'a reprît aujourd'hui ſous une autre forme. On en donneroit une raiſon ſolide, en diſant que la méthode de Celſe, & celle de M. Cheſelden, étant ſuppoſées la même quant au lieu de l'inciſion, la maniere d'y proceder eſt differente, & que l'addition des inſtrumens, les perfections ſucceſſivement ajoutées aux inſtrumens même, rendent facile & ſûre une opération difficile ſans tous ces ſecours. Mais ſans nous embarraſſer de trouver les motifs qui l'ont pu faire abandonner, il ſuffit que nous en ayons de juſtes pour ſon rétabliſſement. La Théorie en fournira un grand nombre, mais les ſeuls capables de perſuader ſont les faits. A examiner les opérations pratiquées par cette méthode depuis le mois de Mars 1727 juſqu'à la fin de 1730, tout doit nous inſpirer de la confiance. Je viens de recevoir la liſte des malades de M. Cheſelden taillés depuis

celle qui eſt imprimée dans ſon *Appendix*, & j'apprends qu'il en a taillé vingt, dont il en eſt mort deux. Si nous la joignons à ſa premiere liſte & à la nôtre, il ſe trouve de compte fait, & en tout, quatre-vingt-deux perſonnes taillées par cette méthode, en quatre ans, dont il n'eſt mort que ſix, & ſoixante-ſeize ont été parfaitement guéris.

NOUVELLE MANIERE DE TROUVER LES FORMULES DES CENTRES DE GRAVITÉ.

Par M. CLAIRAUT. *

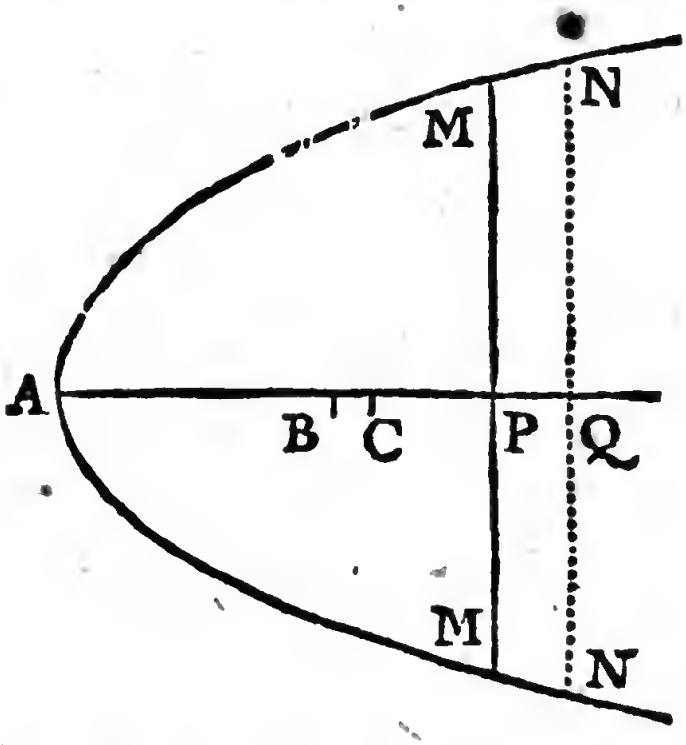
CE que je donne ici n'eſt point une nouvelle méthode pour trouver les centres de gravité: c'eſt ſeulement une maniere d'avoir les formules déja trouvées, qui me ſemble plus ſimple que celle dont on s'eſt ſervi, parce qu'elle ne ſuppoſe que le principe le plus ſimple de la Méchanique, qui eſt que pour trouver le centre de gravité de deux corps, il faut diviſer la ligne qui joint leurs centres de gravité en raiſon réciproque des poids de ces deux corps. En partant de ce principe, je conſidere la Figure que l'on me propoſe comme variant d'une difference infiniment petite; & prenant le centre de gra-

* 5 Mai 1731.

gravité de cette difference ou accroiſſement de la Figure, qui eſt toujours fort aiſé à trouver, je ſuppoſe une ligne tirée au centre de gravité cherché de la Figure propoſée; enſuite diviſant cette ligne dans la raiſon du petit poids d'accroiſſement au poids de la Figure donnée, c'eſt-à-dire, dans la raiſon de la difference de la Figure donnée, à la Figure même, je forme une Equation qui me détermine le centre de gravité des deux Figures.

Par exemple, ſoit propoſé de trouver le centre de gravité de l'aire d'une Courbe quelconque *MAM* diviſée en deux par ſon axe *AP*.

Il eſt évident que le centre de gravité



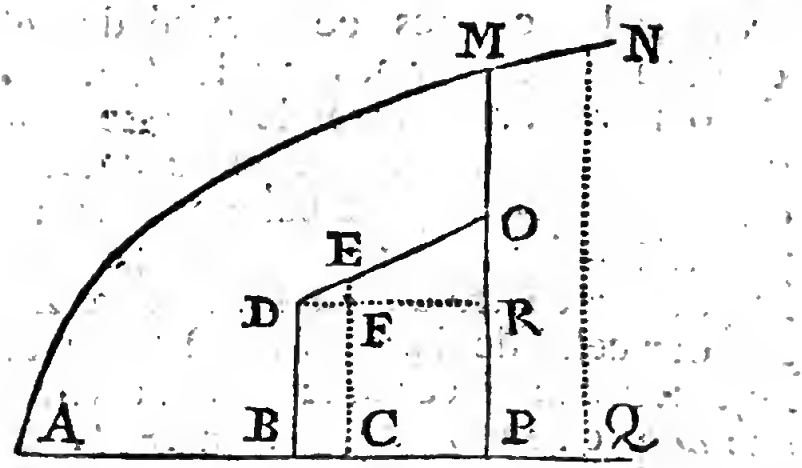
doit être ſur la ligne *AP*, ſuppoſant qu'il ſoit au point *B*; enſuite ſoit *MNNM* l'ac-

croiſſement infiniment petit de l'eſpace MAM, c'eſt-à-dire, ſa difference, il eſt clair que le centre de gravité de ce petit eſpace ſera au milieu de PQ; ou ne faiſant point attention à la grandeur infiniment petite de PQ, le centre de gravité de ce petit eſpace pourra être conſideré au point P. Enſuite ſuppoſant que C ſoit le centre de gravité de l'aire NAN, c'eſt-à-dire, que BC ſoit la difference de AB, on aura $BC.CP$ ou $BP :: NMMN . MAM$, ou en termes algébriques (nommant AP, x, PM, y, AB, u,) & par conſéquent PQ, dx, BC, du, $MNNM$, $2ydx$ & MAM, $2\int.ydx$) $du.x-u :: 2ydx . 2\int.ydx$, ou bien en multipliant les extrêmes & les moyens $du\int.ydx=xydx-uydx$, ou en tranſpoſant $uydx+du\int.ydx=xydx$, dont l'integrale eſt $u\times\int.ydx=\int.xydx$, qui donne u ou $AB=\frac{\int.xydx}{\int.ydx}$, qui eſt la formule ordinaire des centres de gravité des aires des Courbes diviſées en deux par leurs axes.

Soit propoſé à préſent de trouver le centre de gravité d'un eſpace quelconque APM renfermé entre une Courbe quelconque AM, ſon axe AP, & une ordonnée quelconque PM.

On ſuppoſera que l'aire APM ſoit accrue de la difference $PQMN$, & que O, milieu de PM, ſoit le centre de gravité de l'aire $MPQN$, & que D ſoit celui de l'aire propoſée APM, tirant la ligne DO, le centre de gravité de l'aire AQN ſera deſſus, & pour le trouver il faudra diviſer DO de façon que

DE.



DE ſoit à OE ou OD comme $PQMN$ à APM. Enſuite abaiſſant des points D, E, les perpendiculaires DB & EC ſur l'axe AP; & menant DFR parallèle à AP, on aura, en nommant AP, x, PM, y; AB, u, DB, t; $PQ = dx$, $PMNQ = y\,dx$, $APM = \int . y\,dx$, BC ou $DF = du$, $EF = dt$, $PO = \frac{1}{2}y$, BP ou $DR = x - u$, & $OR, \frac{1}{2}y - t$. Et comme $DE . DO :: BC . BP$, on aura $BC\,(du) . . BP\,(x-u) :: PQMN\,(y\,dx) . APM\,(\int . y\,dx)$. D'où l'on tire, comme c'eſt la même proportion que celle de l'exemple précédent, $u = \frac{\int . x\,y\,dx}{\int . y\,dx}$.

Les Triangles ſemblables DEF, DRO, donneront à préſent $DF . DR :: EF . OR$, ou, en termes algébriques, $du . x - u :: dt . \frac{1}{2}y - t$, ou bien à cauſe que $du . x - u :: y\,dx . \int . y\,dx, y\,dx . \int . y\,dx :: dt . \frac{1}{2}y - t$, qui donne $\frac{1}{2}yy\,dx - ty\,dx = \int . y\,dx \times dt$, ou $\frac{1}{2}yy\,dx = ty\,dx + dt \int . y\,dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{1}{2} \int . yy\,dx = t \int . y\,dx$. D'où l'on tire $t = \frac{\frac{1}{2} \int . yy\,dx}{\int . y\,dx}$, qui eſt la formule qui ſert à

trouver les centres de gravité des eſpaces quelconques renfermés par des Courbes.

Pour avoir le centre de gravité d'un Arc quelconque AM d'une Courbe quelconque, on abaiſſera la perpendiculaire MP avec ſa parallele infiniment proche NQ; on prendra D pour le centre de gravité de l'arc AM, & M pour celui de l'arc MN, à cauſe de l'infinie petiteſſe de cet arc; E qui diviſe la ligne DM en raiſon de MN à AM, ſera le centre de gravité de l'arc AMN; ainſi menant DFR parallele à BP, & EFC, DB, paralleles à PM, nommant comme ci-deſſus, AP, x, PM, y, AM, s, AB, u, BD, t, on aura $DF\,(du)\,.\,EF\,(dt)\,::\,DR\,(x-u)\,.\,MR\,(y-t)$, & $DE\,.\,DM::BC\,(du)\,BP\,.\,(x-u)\,::\,MN\,(ds)\,::\,AM\,(s)$.

En réſolvant ces Equations de la même façon qu'on a réſolu les précédentes, on aura $u=\frac{\int.x\,ds}{s}$ & $t=\frac{\int.y\,ds}{s}$, formules pour trouver le centre de gravité des Arcs.

Il eſt aiſé de voir que l'on pourroit facilement ſe ſervir de cette méthode pour trouver les centres de gravité, de quelles ſortes d'Aires, d'Arcs, de Solides courbes qu'on voudroit; ainſi il eſt inutile que j'en donne le calcul, d'autant plus que, comme j'ai déja dit, je ne donne ici rien de nouveau par rapport aux formules, mais ſeulement une maniere de les déduire: c'eſt ce qui fait auſſi que je ne donne aucun détail d'exemples en particulier.

EX-

EXTRAIT

DE DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

Faites à la Louisiane par M. BARON, *Ingénieur du Roi.*

Comparées à celles qui ont été faites à Paris & à Marseille.

Par M. CASSINI. *

DANS le Voyage que le P. Laval, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Toulon, a fait à la Louisiane en 1720, imprimé en 1728, il a déterminé, par une Observation de l'émersion du premier Satellite de Jupiter faite à l'Ile Dauphine le 24 Juillet 1720, la difference des Méridiens entre l'Observatoire de Paris & cette Ile qui est à l'embouchure de la Riviere de la Mobile de $6^h\ 52'\ 40''$ ou de . . . . . $103^d\ 10\ 0$ dont retranchant $20^d\ 0'\ 0''$ pour la difference de longitude entre Paris & l'Ile de Fer, il trouve l'Ile Dauphine plus occidentale que l'Ile de Fer, de . . . . . 83 10 0 & par conséquent la longitude de cette Ile de 276 50 0

Feu

* 9 Mai 1731.

Feu M. Deliſle, qui a déterminé la longitude de Paris, de même que le P. Laval, à 20 degrés de l'Ile de Fer, avoit déterminé dans ſa Carte de la Louiſiane, imprimée en 1718, la longitude de cette Ile de 287d 45′ 0″ ce qui donne la difference des Méridiens entre Paris & l'Ile Dauphine de .... 72 15 0 ainſi il ſe trouve entre ces deux déterminations une difference en longitude de 10d 55′ que le P. Laval appelle avec raiſon une difference énorme.

Comme cette difference parut trop grande à M. Deliſle, pour être attribuée à quelque erreur qu'il eût faite dans ſa Carte, il jugea devoir faire une Diſſertation qui a été imprimée depuis dans les Mémoires de l'Académie de 1729, où il déduit les raiſons qui l'avoient déterminé à établir la poſition de cette Ile, de la maniere qu'il l'a marquée dans cette Carte, & dans celle de l'Amérique qu'il a imprimée en 1722.

Ainſi il étoit à deſirer pour la Géographie, de pouvoir décider quelle étoit la véritable ſituation de l'Ile Dauphine, qui ſe trouvant à l'embouchure de la Riviere de la Mobile, & dans le Golfe du Mexique, devoit avancer ou reculer d'autant de degrés la poſition des Côtes de ce Golfe, qu'il eſt important de connoître pour la ſureté de la Navigation.

Pour la déterminer, nous avons employé diverſes Obſervations qui nous ont été envoyées par M. Baron, Ingénieur du Roi à la Louiſiane, qui, avant que d'entreprendre ſon voyage, s'eſt exercé longtems à l'Obſervatoire, dans le deſſein de faire des Obſer-

ſervations, ſur l'exactitude deſquelles on pût compter.

La premiere de ces Obſervations eſt une Eclipſe de Lune du 8 Août 1729, faite à la Nouvelle Orleans qui eſt ſituée ſur la Riviere de S. Louis. Il ne put pas en obſerver le commencement qui a dû arriver de jour, mais il détermina la ſortie de quelques taches de l'ombre de la Lune, & la fin de l'Eclipſe qui y eſt arrivée à . . . . . 8h 49′ 53″.

Cette Eclipſe qui étoit totale, a été obſervée à Paris dès ſon commencement; mais quelque tems après ſon Emerſion de l'Ombre de la Terre, le Ciel devint nébuleux, de ſorte qu'on ne put pas diſtinguer avec évidence le terme de l'ombre, ni déterminer ſa fin avec préciſion.

Pour y ſuppléer, nous avons employé l'Obſervation de cette Eclipſe qui a été faite par le P. Feuillée, à Marſeille, où il a déterminé la fin le 8 Août à 15 11 32

Si l'on retranche de ce tems, la difference des Méridiens entre Paris & Marſeille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Obſervations, de . . . . . 12′ 28″

on aura la fin de l'Eclipſe au Méridien de Paris, le 8 Août à . . . . . 14h 59′ 4″

ce qui s'accorde aſſez exactement à celle qui réſulte des autres Phaſes de cette Eclipſe obſervées à Paris.

Retranchant de ce tems la fin de l'Eclipſe obſervée à la Nouvelle Orleans, le 8 Août à 8 49 53

on aura la difference des Meridiens entre Paris & la Nouvelle Orleans de . . . 6 9 11

Cet-

Cette détermination eſt confirmée par l'Obſervation d'une tache de la Lune, nommée *Denis*, qui parut ſortir de l'ombre de la Terre, à la Nouvelle Orleans, à . . . $8^h\ 26'\ 14''$
& à Marſeille à . . . . . $14\ 48\ 1$
ce qui donne la difference des Méridiens entre ces deux Villes de . . . . . $6\ 21\ 47$
dont retranchant celle qui eſt entre Paris & Marſeille, de . . . . . $12\ 28$
Reſte la difference entre Paris & la Nouvelle Orleans, de . . . . . $6\ 9\ 19$
à 8 ſecondes près de celle que l'on avoit déterminée par la fin de cette Eclipſe.

Prenant un milieu, on aura la difference des Méridiens entre Paris & la Nouvelle Orleans de $6^h\ 9'\ 15''$ ou de $92^d\ 18'\ 45''$.

Cette Ville n'eſt point marquée dans la Carte de la Louiſiane de M. Deliſle, imprimée en 1718, mais elle ſe trouve dans celle de l'Amérique qui a été publiée quatre années après, par le même Auteur, qui la place ſur la Riviere de S. Louis, deux degrés ou environ à l'Occident de l'Ile Dauphine; ainſi l'on aura par cette Obſervation la difference entre la Longitude de Paris, & celle de l'Ile Dauphine, de . . . . $90^d\ 18\ 45$
plus petite d'un degré 56 min. que celle qui a été déterminée par M. Deliſle, & de $12^d\ 51'$ que ſuivant le P. Laval: ce qui fait juger qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans l'Obſervation du P. Laval, cauſée ſelon les apparences par le dérangement de ſa Pendule, comme il lui étoit arrivé, à ce qu'il rapporte, deux jours auparavant, que quelqu'un l'arrêta pendant ſon abſence.

Cette

Cette détermination ſe trouve conforme à celle d'une Carte Angloiſe de M. Jean Senex, imprimée en 1710, ſur les Obſervations de la Société Royale de Londres, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris, dans laquelle la Longitude de l'Ile Dauphine eſt marquée, à l'égard de Londres, de 88d 0' à l'Occident, auxquels ſi l'on ajoute 2d 25' pour la difference dont Londres eſt plus occidental que Paris, on aura la difference des Méridiens entre Paris & l'Ile Dauphine,
de . . . . . 90d 25' 0"
à 6 minutes près de celle que nous venons de déterminer.

M. Baron a déterminé la hauteur du Pole de la Nouvelle Orleans par l'Etoile polaire
de 29 57 5
& par la hauteur méridienne de Phomahan
de 29 58 29

Prenant un milieu, on aura la hauteur du Pole de la Nouvelle Orleans de 29 57 47

Le P. Laval a déterminé celle de l'Ile Dauphine, de 30 17 0

Ainſi la Nouvelle Orleans eſt plus méridionale que l'Ile Dauphine, de . . . 19 13

M. Baron a auſſi obſervé dans la même Ville, la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée du Nord au Nord-Eſt, de 3 0

Le P. Laval l'avoit obſervée en Mer, près de l'Ile Dauphine, le 2 Juillet 1720, de 2 0

Depuis le rapport que nous avons fait de ces Obſervations à l'Académie, M. Baron nous a envoyé celle de l'Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, faite

à

à la Mobile qui eſt ſur la Riviere qui porte ce nom, à peu près ſous le même Méridien que l'Ile Dauphine.

Cette Immerſion fut obſervée le 6 Novembre de l'année 1730 à . . . . . $17^h\ 17'\ 54''$

On ne put pas l'appercevoir à Paris où elle a dû arriver de jour, & le mauvais tems qu'il a fait dans cette ſaiſon ne nous a pas permis d'y obſerver les Immerſions de ce Satellite qui l'ont précédé ou ſuivi immédiatement. Ainſi nous employerons les Obſervations des 18 & 25 Décembre, dont la premiere arriva le matin à $3^h\ 57'\ 37''$, & la ſeconde à $5^h\ 47'\ 44''$ du matin. Dans la premiere, le calcul anticipoit l'Obſervation de $4'\ 36''$, & dans la ſeconde de $4'\ 26''$. Cette premiere Obſervation a auſſi été faite à Marſeille, par le P. Feuillée, qui la détermina à $4^h\ 9'\ 58''$. plutôt qu'à Paris de $12'\ 21''$, ce qui s'accorde aſſez bien à la difference des Méridiens que l'on a déterminée entre ces deux Villes.

L'Emerſion du 6 Novembre a été calculée pour Paris à $23^h\ 23'\ 36''$, dont retranchant $4'\ 36''$, on aura le tems corrigé à Paris le 6 Novembre 1730 à . . . . . $23^h\ 19'\ 0''$. Elle a été obſervée à la Mobile à 17 17 58. Donc la difference des Meridiens entre Paris & la Mobile eſt de $6^h\ 1'\ 6''$ ou . . . $90^d\ 16\ 30$ éloignée ſeulement de $2'\ 15''$ de celle qui a été déterminée par les Obſervations de la Nouvelle Orleans.

M. Baron a obſervé le 7 Novembre 1730 à la Mobile dans le Fort de Condé, la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée de 6^d d. vers le Nord-Eſt.

En-

Enfin il a obſervé le 12 Mars 1731 à la Nouvelle Orleans l'Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, à ... $10^h 40' 18''$

Cette Emerſion n'a pas pu être apperçue à Paris, mais on a obſervé celle qui a ſuivi immédiatement, qui a été déterminée le 14 Mars à . . . . . $11^h 17' 58''$

Retranchant de ce tems une révolution du premier Satellite de Jupiter qui eſt de . . . . . $1j\ 18^h 28' 36''$

on aura l'Emerſion précédente pour le Méridien de Paris le 13 Mars au matin à 4 49 22

Elle eſt arrivée à la Nouvelle Orleans le 12 Mars au ſoir, à 10 40 18

La difference eſt de 6 9 4

à 7″ près de celle qui réſulte de la fin de l'Eclipſe qui y a été obſervée le 9 Août de l'année 1729. On aura donc, ſuivant cette derniere détermination, la difference de Longitude entre Paris & la Nouvelle Orleans de . . . . . $92^d 16' 0''$

SUITE

SUITE DE L'ANATOMIE DE LA POIRE.

SECONDE PARTIE.

DES VAISSEAUX

Par M. DU HAMEL. *

JE ne puis avoir avancé dans la premiere partie de ce Mémoire, que les filets que j'ai apperçus dans la Poire, ſont des Vaiſſeaux, ſans m'être néceſſairement engagé à rapporter les raiſons qui me les ont fait regarder comme tels, plutôt que comme de ſimples fibres entrelacées d'une certaine maniere dans la ſubſtance de ce fruit.

Il ne faut que jetter les yeux ſur les préparations de la Poire que j'ai fait voir à l'Académie, & dont je donne les figures, pour ſoupçonner que ces filets que nous y découvrons ſont des vaiſſeaux deſtinés à porter les liqueurs dans toute ſa ſubſtance.

Nous n'avons en effet point d'exemple dans l'Anatomie des Animaux, qu'une ſimple fibre ſe diviſe & ſe ſubdiviſe en une infinité de branches de plus en plus petite, & aille ſe

* 8 Août 1731.

ſe ramifier dans toute la ſubſtance d'un viſcere : je crois même qu'on peut regarder cet ordre de diſtribution comme un caractere diſtinctif des vaiſſeaux d'avec les fibres, caractere d'autant plus fidele qu'il eſt fondé ſur une diſpoſition néceſſaire à l'uſage de l'un & de l'autre de ces organes.

Un aſſemblage de pluſieurs fibres ſert ordinairement a former les envelopes, les tégumens, ou le corps des muſcles & des tendons: or les ramifications me paroiſſent favorables au ſoutien, à la force, & à la réſiſtance que les fibres doivent avoir en toutes ces occaſions.

D'un autre côté, l'uſage des vaiſſeaux eſt de diſtribuer la nourriture aux parties: c'eſt à quoi les diviſions & les ramifications ſont infiniment plus commodes qu'un canal droit & uniforme, qui ne pourroit remplir cette fonction que par un grand nombre de replis.

On pourroit m'objecter, que les nerfs ſe diſtribuent par des ramifications dans les viſceres des Animaux : mais auſſi, pluſieurs bons Anatomiſtes les regardent-ils comme des vaiſſeaux; & dans quelque ſyſtême qu'on les conſidere, comme ils doivent ſe diſtribuer à un grand nombre de parties, c'eſt à quoi les ramifications ſont très propres, comme je viens de le dire.

Les filets que nous appercevons dans la Poire ſont donc, ſoit par leur ſituation, ſoit par leur diſtribution, en quelque façon ſemblables aux vaiſſeaux qui ſe diſtribuent dans les Viſceres des Animaux : ils paroiſſent d'ailleurs deſtinés aux mêmes uſages. En

faut-il davantage pour établir une conformité entre les uns & les autres ?

Voici cependant encore des obſervations qui confirment bien l'idée que Mrs. Grew, Malpighi, Leeuwenhoek, Ruiſch, & preſque tous les Botaniſtes Phyſiciens ont eu des filets de notre fruit, car tous ces Auteurs les ont regardés comme des vaiſſeaux.

Il paroît certain que la fibre eſt la même dans la queue de la Poire, qu'elle eſt dans la branche de l'Arbre; d'ailleurs, on peut la ſuivre de la queue du fruit dans ſon intérieur; ainſi cette fibre eſt la même dans le fruit qu'elle étoit dans la branche. Or nous voyons (ſur-tout dans les Plantes qui ont la ſève colorée) que les gouttes de liqueur qui s'échappent, lorſqu'on coupe leurs tiges ou leurs branches, paroiſſent ſortir en abondance de certains endroits qui ſemblent être comme des orifices des vaiſſeaux; je ſuis même parvenu à faire paſſer une injection fluïde dans les vaiſſeaux de quelques eſpeces de Roſeaux : ainſi les fibres qui vont ſe ramifier dans la Poire étant de même nature que celle des branches, ſi l'on regarde celles-ci comme vaiſſeaux, il s'enſuit que les autres en ſont auſſi.

Si l'on veut faire une difference des Plantes ligneuſes d'avec les herbacées, & nier que ces premieres ſoient, comme celles-ci, compoſées d'un aſſemblage de vaiſſeaux, je ferai uſage de l'autorité & des obſervations de M. Grew, & je renvoyerai ceux qui douteront de ce fait, à l'examen des coupes de Plantes que cet Obſervateur exact a

fait

fait graver d'après le Microſcope dans l'Edition Angloiſe *in-folio* de ſon Livre.

L'épanouïſſement des filets dans notre fruit, & leur continuïté avec les fibres ligneuſes ſont donc des preuves aſſez fortes que ces filets ſont des vaiſſeaux; leur ſituation le confirme, car les plus gros aboutiſſent toujours aux endroits où il paroît que la ſève doit être portée avec plus d'abondance à cauſe des parties qui y prennent leur origine; je le ferai remarquer dans la ſuite de ce Mémoire. Qu'on me permette, pour fortifier l'idée que j'ai de l'exiſtence de ces vaiſſeaux dans la Poire, d'ajouter quelques réflexions ſur la nature des differentes liqueurs qui entrent dans la compoſition de ce fruit, car elles ſemblent nous indiquer qu'il y a des glandes dans la Poire, puiſque la préparation des liqueurs eſt ordinairement du reſſort des glandes.

Si nous ne doutons point que les vaiſſeaux n'entrent pour beaucoup dans la compoſition de toutes les glandes, & qu'il y en ait même qui ne ſoient que des pelotons de vaiſſeaux, c'eſt une forte raiſon d'analogie, capable, quand nous n'aurions fait aucun uſage de nos yeux ni du ſcapel pour découvrir la ſituation & l'arrangement des filets de notre fruit, de nous faire croire qu'il entre beaucoup de vaiſſeaux dans ſa compoſition.

En effet, dans la ſuppoſition que les organes deſtinés à contenir les liqueurs de la Poire ne ſont point des vaiſſeaux ou des véſicules, (ce qui reviendroit au même) ſi l'on vouloit qu'une eſpece de coton fît cet of-

fice, & qu'en s'imbibant de ces liqueurs à la maniere des éponges, il formât une ſubſtance qu'on connoit aſſez ſous le nom de *parenchyme*, combien alors ces liqueurs ſeroient-elles expoſées à ſe confondre? Mais un fait qui paroît mettre la choſe hors de doute, c'eſt que les ſucs de la Poire ne s'expriment pas comme les liqueurs contenues dans une ſubſtance cotonneuſe, par une ſimple expreſſion; il faut auparavant détruire les vaiſſeaux, ou en les ratiſſant avec un couteau, ou en les râpant comme du ſucre, ou du moins en les pilant fort longtems. C'eſt ce que j'ai ſouvent expérimenté, quand j'ai voulu avoir des ſucs dépurés de Coin ou de quelques eſpeces de Poires.

Ces ſucs, à la vérité, s'expriment plus aiſément dans quelques eſpeces de Poires que dans d'autres, comme ſont celles qui ont leurs vaiſſeaux plus minces; & c'eſt pour cette raiſon que les Poires molles s'expriment plus aiſément que les mûres, & les mûres que les vertes, puiſque les vaiſſeaux ſont preſque détruits dans les fruits mols, & beaucoup plus minces dans les mûrs que dans les verts.

Je découvre encore de nouvelles preuves de la néceſſité d'admettre des vaiſſeaux dans la Poire, & qui plus eſt, de décider que les filets que nous y appercevons ſont ces vaiſſeaux. Mais comme je ne pourrois les faire ſentir qu'en entrant dans de grands détails, & en allongeant fort cette digreſſion, je me contenterai d'avertir qu'on en trouvera pluſieurs dans la ſuite de ce Mémoire, & d'aſſurer

ſurer qu'on ſe convaincra parfaitement de l'un & de l'autre, quand on cherchera à connoitre ces vaiſſeaux par la diſſection, & à en prendre une juſte idée par l'examen des rapports qu'ils ont avec les parties qui les accompagnent.

Si l'on eſt perſuadé par ce que je viens de dire, que les filets de notre fruit ſont des vaiſſeaux, il reſte encore à ſavoir de quelle nature ſont ces vaiſſeaux, & cette queſtion eſt ſi intereſſante, que je ferai mon poſſible pour l'éclaircir ; je dis l'éclaircir, car elle m'a paru trop embarraſſante pour la décider.

Mais l'ordre de ce Mémoire m'obligeant de remettre cet examen à un autre lieu, je les comparerai pour le préſent aux vaiſſeaux ſanguins des Animaux, tant parce que ces vaiſſeaux ſont les plus familiers & les mieux connus, qu'à cauſe d'un certain port extérieur des vaiſſeaux de notre fruit qui eſt aſſez ſemblable à celui, par exemple, des vaiſſeaux ſanguins qui s'épanouïſſent dans la ſubſtance de la Ratte. Au reſte ce n'eſt ici qu'une ſuppoſition, qu'on ne ſauroit me conteſter, parce que de quelque nature qu'ils ſoient, ils doivent toujours produire le même effet.

Quelque prodigieuſe que paroiſſe la multitude de vaiſſeaux que repréſentent les * Figures de la premiere & deuxieme Planche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle égale le nombre de ceux que j'avois conſervé dans les préparations dont j'ai fait la démonſtration à l'Académie au mois d'Août dernier. Si d'ail-

* Fig. 1, 2, & 3.

d'ailleurs l'on fait attention que les vaiſſeaux de la Poire ſont très déliés, extrêmement fragiles, & même ſouvent anaſtomoſés, & fort entrelacés les uns dans les autres, on ſe perſuadera aiſément que je n'ai pu parvenir à ſéparer & diſſequer les vaiſſeaux que j'ai conſervés dans les Poires préparées dont je viens de parler, ſans en détruire un grand nombre d'autres.

J'ai fait cette remarque pour donner une idée du nombre prodigieux de vaiſſeaux qu'on découvre dans la diſſection de ce fruit. Mais leur nombre n'eſt pas la ſeule choſe qui frappe & qui étonne : on deſeſpere preſque d'appercevoir entre eux aucun ordre ni arrangement, tant ces vaiſſeaux ſont confondus les uns avec les autres.

Cette confuſion n'eſt cependant qu'apparente, & la poſition des gros vaiſſeaux eſt ordinairement conſtante, compaſſée & réguliere *; le grand nombre de leurs branches & de leurs rameaux eſt la ſeule choſe qui occaſionne cette erreur, comme on le verra dans le détail plus particulier où je vais entrer, pour l'ordre & la netteté duquel je commence à les examiner dans la queue de la Poire, comme le lieu de leur origine.

† On ne manque point, après avoir levé les envelopes dont nous avons parlé dans la premiere Partie de ce Mémoire, de découvrir un aſſez bon nombre de gros vaiſſeaux qui

* M Grew eſt l'Auteur qui me paroît avoir le mieux examiné la ſituation des gros vaiſſeaux de la Poire.

† Planche II. Fig. 2.

qui s'étendent le long de la queue ſans ſe diviſer ſenſiblement en aucunes branches dans les jeunes fruits. Ces vaiſſeaux ſont mols, tendres & flexibles ; mais dans les fruits mûrs ils ſont preſque toujours fermes & ligneux.

* Ce n'eſt pas ce faiſceau de vaiſſeaux qui occupe le centre de la queue, c'eſt une matiere qui eſt très fine & tendre dans les jeunes fruits, & qui s'endurcit par la ſuite de même que les vaiſſeaux.

† Cette matiere, auſſi-bien que le faiſceau de vaiſſeaux, ſe prolonge dans la gaine pierreuſe, & ſuivant l'axe du fruit, juſqu'à la pointe inférieure de la ſubſtance pierreuſe qui forme une envelope aux pepins. Ces vaiſſeaux dans cette route ne ſe diviſent preſque point, ils envoyent ſeulement quelques foibles branches à droit & à gauche dans la ſubſtance charnue qui les environne.

‡ On conçoit bien que pour former cette ſubſtance qu'on regarde comme la principale partie de la Poire, à cauſe qu'elle eſt la plus agréable au goût, il faut néceſſairement qu'une partie du faiſceau dont nous venons de parler, ſe ſépare de côté & d'autre pour y porter la nourriture.

D'un autre côté, pour peu qu'on faſſe attention que les pepins ſont la partie de ce fruit la plus chere à la Nature, on imaginera aiſément qu'une autre portion de ce faiſceau doit continuer ſa route ſelon l'axe de la Poire pour

* Fig. 1. † Fig. 10.
‡ Planche II. Fig. 1.

pour charrier aux ſemences le ſuc nourricier dont elles ont beſoin. Tout cela s'exécute, mais d'une maniere bien ſinguliere, car il y a bien, à la vérité, quelques vaiſſeaux que j'appelle *vagues* qui *, auſſi-tôt qu'ils ont quitté l'axe de la Poire, ſe diviſent en quantité de branches qui ſe diſtribuent dans le grand diametre de ce fruit ; mais dix des principaux vont, un peu en ſerpentant & décrivant un arc autour de la ſubſtance pierreuſe, aboutir à la roche comme à un rendez-vous commun.

Cette méchanique étant une fois conçue, on ne ſera pas longtems à juger de ſon uſage, puiſque nous conjecturons que la roche, qui eſt le lieu du rendez-vous de ces dix vaiſſeaux, étoit dans la jeune Poire un amas de glandes dont les pétales & les étamines prenoient leur origine. C'eſt ainſi que la Nature, par une méchanique ſimple & toujours uniforme, du moins en apparence, produit cependant des effets bien differens ; car tant qu'il a été néceſſaire de fournir aux étamines & aux pétales certaines liqueurs convenables, les dix vaiſſeaux que nous examinons ſe trouvoient dans une ſituation propre à charrier la ſève même avec abondance aux glandes deſtinées à la préparation de ces liqueurs.

Mais ſi-tôt que l'œuvre de la fécondation a reçu ſa derniere perfection, les glandes ſe ſont obſtruées & endurcies peu-à-peu, & dès ce moment ont ceſſé de fournir de la nour-

* Planche I. Fig. 1.

nourriture aux pétales & aux étamines qui ſe ſont deſſechées ; en même tems les liqueurs charriées par les dix gros vaiſſeaux n'ont plus été admiſes dans nos glandes, & trouvant ainſi leur ancienne route fermée, ont été obligées de refluer ſur elles-mêmes d'une maniere bien avantageuſe pour l'accroiſſement du fruit, puiſque pour ſe former de nouvelles routes, elles ont été contraintes de dilater les vaiſſeaux lateraux que nous appercevons dans la ſubſtance charnue de la Poire.

C'eſt ainſi que nous croyons que ces vaiſſeaux, après avoir fait dans les jeunes fruits l'office de vaiſſeaux ſpermatiques, en charriant la ſéve aux parties maſculines de la Poire, deviennent dans la ſuite des vaiſſeaux nourriciers qui ſervent à augmenter la partie charnue de ce fruit.

Il ne faut pas être ſurpris de voir des parties de notre fruit ſe ſecher, & périr entierement après avoir ſervi pendant un tems à des uſages importans & eſſentiels, puiſqu'après la naiſſance des Animaux, le placenta, les vaiſſeaux ombilicaux, & le canal de communication deviennent pareillement inutiles.

Le reflux des liqueurs, & les nouvelles routes qu'elles prennent, n'ont rien de plus oppoſé à l'ordre naturel, puiſque la route que prend le ſang, au moment de la naiſſance, par l'artere & la veine pulmonaire, eſt un changement preſque ſemblable. Diſons plutôt que ce reflux imite parfaitement celui qui arrive à l'occaſion de l'opération de

l'Anévriſme, quand le ſang eſt contraint de ſe former de nouvelles routes en dilatant les vaiſſeaux lateraux.

J'ai fait voir dans la premiere partie de cet Ouvrage, que l'endurciſſement des glandes de notre fruit eſt à peu près le même que celui des os des Animaux.

Mais pourquoi cet endurciſſement des glandes de la roche commence-t-il préciſément quand les pepins ſont fécondés, & même quand les liqueurs qui doivent ſervir à former la ſemence ſont en partie ſéparées? Pour ſatisfaire à cette queſtion, je ferai uſage des principes que j'ai établis dans un Mémoire où j'ai recherché les cauſes principales du mouvement de la ſève dans les Plantes; car ayant conclu de pluſieurs expériences que la raréfaction & la condenſation ſucceſſive des liqueurs contenues dans les vaiſſeaux, & de l'air renfermé dans les trachées, produites par les differentes alterations de l'Atmoſphere, étoient les moteurs principaux de la ſève dans les Plantes, je concluois dans le même Mémoire, que les feuilles préſentant beaucoup de ſurface à l'air devoient être ſenſibles à ſes moindres impreſſions, & pouvoient par conſéquent être regardées comme des organes particulierement deſtinés à faire monter la ſève dans les Plantes.

Or de ces principes il s'enſuit que les pétales ou les feuilles de la fleur ne ſont pas ſeulement poſées en cet endroit comme des enveloppes pour ſauver aux piſtiles & aux étamines pluſieurs accidens extérieurs, ou com-

comme des organes destinés à la préparation de quelque liqueur, mais encore & principalement comme une force motrice appliquée au lieu où il y avoit le plus d'obstacle à la distribution de la sève à cause de la délicatesse & de la tortuosité des vaisseaux dont cet amas de glandes est probablement composé; car dans ce tems les fruits ne sont qu'un amas de glandes, & celles de la roche sont alors les plus considerables.

Ainsi quand ces jeunes fruits sont plus particulierement occupés à des sécrétions considerables, & qu'il y a par conséquent plus d'obstacle au mouvement de la sève, n'ayant d'ailleurs par eux-mêmes que très peu de force pour vaincre cet obstacle, puisque cette force qui consiste dans la condensation & la raréfaction successive de l'air & des liqueurs, est proportionnelle au volume de l'un & de l'autre, qui ne peut être alors que très peu de chose; dans ce tems donc où les liqueurs courroient risque de demeurer en repos, la Nature a appliqué au lieu où il y a le plus de résistance, une force motrice des plus efficaces, mais qui ne dure qu'un tems; & c'est, je crois, quand les pétales commencent à se faner, que d'un autre côté commence l'obstruction des glandes qui s'endurcissent peu-à-peu à cause que la sève circule plus lentement dans leurs vaisseaux.

Mais, me dira-t-on, lorsque les liqueurs contenues dans le tronc & les branches de l'Arbre viendront à se raréfier par la chaleur, elles seront contraintes de passer dans les fruits comme dans les feuilles & les

jeunes branches, & ainſi ces fruits groſſiront ſans le ſecours des pétales.

A cela je réponds, qu'il eſt probable que la ſève trouvera plus d'obſtacle à paſſer dans les jeunes fruits que dans les autres parties de l'Arbre, puiſque nous les regardons alors comme un amas de glandes dans leſquelles les liqueurs ne peuvent paſſer ſans peine, à cauſe de l'étroiteſſe & de la tortuoſité des vaiſſeaux qui les compoſent, & par cette même raiſon que les liqueurs ſe portent toujours où il y a le moins de réſiſtance: on conçoit bien encore que quand même la ſève paſſeroit dans ces jeunes fruits, elle s'échapperoit par les branches laterales des dix gros vaiſſeaux, dont nous parlerons dans la ſuite, plutôt que de paſſer dans les glandes de la roche, pour y faire les ſécrétions qui ſont néceſſaires pour la fécondation du fruit.

Si j'ai expliqué l'endurciſſement des glandes par la deſtruction des pétales de la fleur, on peut faire une autre queſtion; ſavoir, pourquoi les pétales tombent après que les fruits ſont noués? Mais comme cette queſtion, qui eſt la même que ſi on demandoit pourquoi les feuilles de la plupart des Arbres tombent en Automne, ſeroit d'une trop longue diſcuſſion, je me contenterai d'indiquer, que les jeunes fruits augmentant de volume peuvent aiſément briſer les vaiſſeaux qui attachent les pétales aux glandes de la roche, d'autant que ces vaiſſeaux ſont très délicats.

Quoi qu'il en ſoit, ſi je ſoutiens qu'il y a des parties de la Poire qui changent en même tems d'organiſation & d'uſage, ce chan-

ge-

gement eſt bien plus ſimple & moins compliqué que celui qui arrive aux organes des Animaux qui ſe métamorphoſent. Mais tout ceci ne peut être regardé que comme des raiſons de convenance, qui en préſuppoſent de plus fortes & de plus convaincantes: je les tire de quelques obſervations que j'ai faites ſur le progrès de la crue de notre fruit.

Tant que la fleur ſubſiſte, la Nature ne travaille qu'à la formation du pepin, & le calice qui doit devenir le fruit, ne groſſit preſque qu'à proportion que les pepins augmentent de volume après que la fleur eſt tombée. Quand les fruits ſont noués, ils ſont encore quelque tems ſans augmenter ſenſiblement en volume, & cela dure juſqu'à ce que les pepins ſoient preſque parvenus à la groſſeur à laquelle ils doivent reſter; pourlors la ſubſtance charnue manque preſque entierement, & les dix gros vaiſſeaux rampent entre les tégumens & la ſubſtance pierreuſe qui ſont alors preſque collés l'un à l'autre: mais lorſque les pétales ſont tombées, que les étamines ſont deſſechées, que les ſemences ont pris leur groſſeur, que les glandes de la roche ſe ſont endurcies, & qu'ainſi le reflux des liqueurs commence, c'eſt alors que la ſubſtance charnue ſe forme bien ſenſiblement, & que les fruits groſſiſſent preſque à vue d'œil.

L'on peut auſſi avoir remarqué comme moi, que ce n'eſt pas dans les plus belles Poires qu'on trouve les pepins mieux conditionnés; au contraire il y a de très belles Poires dont tous les pépins ſont avortés, &

ordinairement dans ces ſortes de fruits on n'en trouve que trois à quatre de bons, pendant qu'il y en a quelquefois dix bien nourris dans de méchantes petites Poires; & cette difference pourroit bien venir de quelque dérangement dans les vaiſſeaux qui diſtribuent aux pepins, & qui auroit déterminé toute la ſève à paſſer dans ceux qui tranſmettent la nourriture à la ſubſtance charnue de la Poire: & ce commerce de ſève peut ſe faire par le moyen des anaſtomoſes qui forment des communications entre ces deux ſortes de vaiſſeaux.

L'examen particulier que j'ai fait de la cauſe d'un accident qui arrive aux jeunes Poires, m'a fait connoitre que ce reflux peut être occaſionné par une cauſe extérieure & contraire à l'ordre de la Nature, ce qui produit pareillement l'augmentation ſubite du volume de la Poire. Voici la cauſe & le détail de cet accident.

Dans le tems que les Poiriers ſont en fleur, il arrive ſouvent qu'une petite Mouche fait ſon nid dans ces fleurs épanouïes, & y dépoſe ſes œufs, qui éclоſent quelque tems après ſous la forme d'un très petit Ver jaune qui a ſix pattes à la tête. Ce Ver entre dans la Poire par le canal des piſtiles, & ronge à droit & à gauche ce qu'il trouve à ſon goût. De cette maniere il dérange l'organiſation des glandes, & précipite le reflux des liqueurs; auſſi ces Poires groſſiſſent-elles beaucoup plus précipitamment que les autres, de ſorte qu'elles ſont groſſes comme des Noix, quand les autres le ſont à peine comme des

Fe-

Feves. Mais ce reflux eſt trop ſubit, ſans ménagement, & peu conforme à l'œconomie de la Poire; d'ailleurs le Ver ronge peut-être par la ſuite les gros troncs des vaiſſeaux, ce qui fait que ces Poires, devenues monſtrueuſes, tombent en peu de tems.

Les preuves que j'ai données du reflux des liqueurs, & l'examen que j'ai fait des changemens qui en réſultent, en m'écartant de mon ſujet, m'ont empêché de continuer l'examen des vaiſſeaux, & de ſuivre leur route, leur diviſion & leur épanouïſſement; choſes cependant trop importantes à l'œconomie de la Poire, pour négliger de les approfondir autant qu'il eſt poſſible: ainſi j'y reviens.

Pour ſe former donc une idée nette de la diſtribution des vaiſſeaux, il faut ſe ſouvenir qu'il y en a un gros faiſceau* qui s'étend ſans ſe deſunir depuis l'extrémité de la queue juſqu'à la ſubſtance pierreuſe, & qui ſe partage à cet endroit en trois parties, dont l'une s'épanouït ſur le champ dans la ſubſtance charnue; & ce ſont ces vaiſſeaux que j'ai appellés *vagues*. L'autre va circulairement ſe rendre à la roche; j'ai appellé *ſpermatiques*, les vaiſſeaux qui la compoſent. La troiſieme enfin ſuit ſa route, & va porter la nourriture aux pepins & à leurs envelopes; pour diſtinguer les vaiſſeaux qui lui appartiennent d'avec les autres, nous les appellerons *nourriciers*. Mais avant d'examiner ces vaiſſeaux, entant qu'ils conſtituent la ſubſtance de la Poire, il eſt bon, je crois, de les conſide-

* Planche II. Fig. 1. & 10.

ſiderer en eux-mêmes, & d'éclaircir, autant qu'il nous ſera poſſible, leur ſtructure intérieure, ou la nature de la ſubſtance dont ils ſont compoſés.

Pour cela il faut ſe rappeller ce que nous en avons dit au commencement de ce Mémoire, & quels ſont les uſages que nous leur avons attribué. Il faut ſe ſouvenir que ce ſont eux qui tranſmettent la nourriture à toutes les parties de la Poire, que nous avons cru les pouvoir comparer à ces vaiſſeaux qui dans les Tithimales & la Chélidoine contiennent un ſuc coloré qui en découle ſi ſenſiblement par gouttes. Enfin puiſque l'analogie entre les Plantes peut ici nous être de quelque utilité, il ne faut pas oublier que nous ſommes parvenus à injecter les vaiſſeaux de quelques Plantes arondinacées, & de plus, que ces vaiſſeaux nous paroiſſoient deſtinés dans ces ſortes de Plantes aux mêmes uſages que le ſont dans notre fruit ceux que nous examinons.

Tout cela ſemble prouver que ces vaiſſeaux ſont creux: pourquoi cependant, s'ils le ſont, Mrs. Grew & Leeuwenhoek n'ont-ils pu découvrir leur cavité? Pourquoi n'ai-je pu appercevoir le jour au travers, quand j'en ai fait une coupe tranſverſale fort mince? Leur tiſſure même, quand on les examine au Microſcope, ſemble prouver qu'ils ne le ſont pas, car les gros troncs ne paroiſſent plus un ſeul canal, mais un aſſemblage de pluſieurs filets joints enſemble par un coton très fin, de ſorte que chacun de ces filets longitudinaux, ou, ſi l'on veut, cha-

que

que vaiſſeau de ce faiſceau, peut être ſéparé des autres, & examiné en particulier.

Ces difficultés ſi embarraſſantes pour moi, l'ont même été pour Mrs. Grew & Leeuwenhoek, de ſorte que pour y ſatisfaire, M. Grew (qui après avoir avancé dans un endroit, qu'ils ſont creux, ſemble en douter dans d'autres,) joint à un tiſſu cellulaire qu'il admet dans ces vaiſſeaux, la tiſſure propre de ces vaiſſeaux qu'il regarde comme compoſés d'un nombre prodigieux de filets.

Pour Leeuwenhoek, il attribue cette opacité à la fineſſe & à l'affaiſſement des vaiſſeaux.

Avant que de rapporter ce que je penſe ſur cela, il eſt, je crois, à propos de détailler les recherches que j'ai faites au Microſcope, puiſque ce ſont elles qui m'ont déterminé à adopter le ſentiment que je vais propoſer; & quels en ſont les fondemens.

I.

* J'ai examiné au Microſcope, le tronc des dix gros vaiſſeaux, & j'ai apperçu qu'il étoit un aſſemblage de pluſieurs filets aſſez gros, qui s'étendoient ſuivant ſa longueur, & qui paroiſſoient mal unis enſemble; quelquefois même j'ai apperçu quelques-uns de ces filets qui ſe ſéparoient des autres, & s'y rejoignoient après quelques lignes de chemin.

II.

* Planche II. Fig. 5.

II.

*Je suis parvenu à séparer plusieurs de ces filets les uns des autres, & à en avoir un tout seul que je pouvois examiner en particulier.

III.

J'ai exposé ce filet seul à un fort Microscope à liqueur, & je ne l'ai plus apperçu composé de longues fibres longitudinales, comme dans la premiere observation, mais seulement de petites fibres courtes qui avoient aussi leur direction suivant la longueur du vaisseau.

IV.

J'ai observé la même chose quand j'ai examiné quelques ramifications fines, au-lieu d'un de ces troncs principaux, dont j'ai parlé dans la premiere observation.

V.

† J'ai déchiré un de ces filets avec deux pointes d'acier très fines, & l'ayant exposé au même Microscope à liqueur, j'ai reconnu, autant que des objets si fins le peuvent permettre, 1°. Qu'il s'étoit déchiré suivant la longueur. 2°. Que la direction de ces filets

* Fig. 7. & 8. † Planche II. Fig 9.

lets étoit longitudinale. 3°. Qu'ils n'étoient plus un assemblage de filets mal unis ensemble. 4°. J'y ai apperçu quelques fibres entortillées, comme on le voit dans la Figure.

VI.

*J'ai examiné une extrémité très fine de ramification, & je n'ai plus apperçu de direction dans les fibres, même aux endroits des bifurcations.

De toutes ces observations, j'ai cru pouvoir conclurre :

I.

Que ce que j'ai appellé jusqu'à présent, un tronc de vaisseaux, est un faisceau ou un assemblage de plusieurs vaisseaux.

II.

Que les premieres bifurcations ne sont pas des divisions de vaisseaux, mais des séparations d'un faisceau en plusieurs faisceaux plus petits.

III.

Que lorsque ces vaisseaux se sont séparés à un certain point, ils deviennent uniques, & se divisent alors en plusieurs branches.

IV.

Je juge qu'ils sont creux, parce que sans cela

* Fig. 8.

cela l'injection ne passeroit pas si aisément au travers, comme nous avons remarqué qu'elle passoit dans les vaisseaux des Plantes arondinacées; & la sève ne transudroit pas avec cette facilité que tout le monde connoit dans la Chélidoine & les Tithimales, quand on coupe ces sortes de Plantes.

V.

J'attribue leur opacité à un coton qui les revêt intérieurement, & qui y forme comme le tissu cellulaire de M. Grew; coton que j'ai plus particulierement observé dans quelques-uns des principaux vaisseaux des arondinacées. Enfin leur délicatesse, & leur affaissement peuvent bien contribuer à cette opacité, comme l'a remarqué M. Leeuwenhoek.

Au reste, j'espere que des expériences que je suis en train d'exécuter, me donneront lieu d'éclaircir encore cette question: en attendant je passe à quelque chose de plus clair, à leur situation dans le fruit.

Des Vaisseaux vagues.

* Tout ce que j'ai pu remarquer sur ces vaisseaux, c'est qu'après s'être un peu écartés du centre, ils vont s'épanouïr dans la partie la plus renflée de la Poire. Leur nombre est incertain, quelquefois même je ne les ai point rencontrés, ce qui me fait soupçonner

* Planche II. Fig. 1.

ner qu'ils ne ſe trouvent que dans les Poires qui ſont fort renflées à l'endroit de leurs pepins.

Ils pourroient bien ſervir encore à fournir quelque nourriture au peu de chair qu'ont les jeunes Poires dans le tems que les dix gros vaiſſeaux ſont employés à charrier la ſève aux pétales & aux étamines.

Des Vaiſſeaux ſpermatiques.

* Les dix gros vaiſſeaux de ce nom vont, comme je l'ai dit, ſe rendre à la roche : mais dans cette route ils jettent quantité de branches de côté & d'autre, de telle ſorte cependant que celles qui s'enfoncent vers le centre, ou du côté de la ſubſtance pierreuſe, ſont en petit nombre, & fort foibles en comparaiſon de celles qui vont à la circonference. Entre celles-ci, une des plus conſiderables eſt celle qui va ſe diſtribuer du côté de la queue. Car nous avons remarqué que le faiſceau de vaiſſeaux ne ſe diviſe point, juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à l'envelope pierreuſe; ainſi le peu de chair qui eſt du côté de la queue, ou à la partie pointue de la Poire, ne recevroit aucune nourriture, ſi par une méchanique particuliere, quelques vaiſſeaux ne venoient ſe diſtribuer à cette partie. C'eſt auſſi pour cela que la premiere ou ſeconde branche de chacun des dix gros vaiſſeaux ſe recourbe en maniere de croſſe, & va s'épanouïr tout du long de la gaine pierreuſe.

Les

* Fig 1. & 10.

Les branches les plus groſſes, après celles dont je viens de parler, ſont celles qui répondent au grand diametre de la Poire; & les autres vont en diminuant, à meſure qu'elles approchent de la roche.

J'inſiſte ſur la groſſeur & ſur l'arrangement de ces branches, parce qu'elles s'accordent à merveille avec la figure de ce fruit: car ſi les Poires ſont renflées & groſſes vers les pepins, ce n'eſt pas ſeulement à cauſe du volume de ces pepins, de celui de leurs enveloppes, de la ſubſtance qui eſt entre les pepins, & de l'épaiſſeur de la ſubſtance pierreuſe; mais parce que c'eſt en cet endroit que ſe diſtribuent les vaiſſeaux vagues, & que les branches des ſpermatiques ſont plus groſſes & plus fréquentes. Il n'y a au contraire que dix branches de ces vaiſſeaux qui s'épanouïſſent le long de la gaine pierreuſe, ce qui fait que la plupart des Poires ſe terminent en pointe de ce côté-là: je dis la plupart, car il y en a pluſieurs eſpeces qui ſont preſque rondes. Mais dans ces eſpeces, la gaine pierreuſe eſt fort courte, l'envelope pierreuſe n'eſt pas loin de la queue, & ainſi le lieu de la diviſion en eſt fort près.

Cependant il y a toujours une branche qui ſe recourbe, mais elle eſt fort courte, elle ſe diviſe à ſa naiſſance même, en quantité de rameaux, ce qui fait que ces ſortes de Poires ſont preſque rondes.

C'eſt ainſi que les dix gros vaiſſeaux ſe diſtribuent par tout le fruit, & cette diſtribution eſt ſi ſenſible à ceux qui veulent ſe donner la peine de l'obſerver, qu'elle donne

lieu

lieu naturellement à une diviſion de la Poire en ſix parts ou quartiers égaux, car cinq de ces vaiſſeaux répondent aux cinq loges des pepins, & les cinq autres à la ſubſtance qui eſt entre deux.

Ce n'eſt donc pas ſans fondement que je tiens que la chair de la Poire eſt formée par l'épanouïſſement des vaiſſeaux vagues, & des ſpermatiques: mais comment cela ſe peut-il faire, & par quelle méchanique cette ſubſtance peut-elle être ainſi formée du ſimple aſſemblage de vaiſſeaux? Pour la développer cette méchanique, autant que la petiteſſe preſque infinie des objets le pourra permettre, je commencerai par faire remarquer que la diviſion des vaiſſeaux ſe fait de deux manieres toutes differentes; & pour ne les point confondre, j'appellerai l'une *ramification*, ſans cependant vouloir la comparer aux ramifications des vaiſſeaux ſanguins, mais plutôt à la diſtribution des branches d'un arbre; & l'autre en vaiſſeaux capillaires.

* La premiere eſt la plus ſenſible, & imite la diſtribution des branches d'un arbre, c'eſt-à-dire qu'un gros faiſceau de vaiſſeaux ſe ſépare en deux, qui ſe ſubdiviſent encore en deux ou trois plus petites, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'elles ſoient arrivées ſous les tégumens, où les vaiſſeaux ſe diviſent en pluſieurs branches qui s'entrelacent les unes dans les autres, & s'anaſtomoſent très ſouvent enſemble, ce qui forme ce réſeau que j'ai appellé le *Cuir de la Poire*. Enfin quantité de

* Planche II. Fig. 3.

de ces ramifications ſe terminent aux glandes du tiſſu pierreux, où il paroît que la matiere de la tranſpiration ſe ſépare.

Mais pour comprendre d'une maniere bien ſenſible, l'ordre que ces ramifications ſuivent dans notre fruit, je les compare aux branches d'un Pommier fort touffu, chargé de beaucoup de fruit, qui ſeroit dépouillé de ſes feuilles, & dont on auroit entrelacé les branches de la circonference les unes dans les autres, car rien n'imite mieux les vaiſſeaux de la Poire que la diſpoſition des branches du Pommier; les Pommes peuvent faire comprendre la ſituation des principales glandes, qui ſont ordinairement attachées aux gros vaiſſeaux; & enfin l'entrelacement des branches de la circonference peut donner une idée de celui des branches de nos vaiſſeaux ſous les tégumens: c'eſt l'ordre de ces ramifications qui forme la diſpoſition de la chair de notre fruit. Il reſte maintenant à remplir tous les petits vuides que ce nombre prodigieux de ramifications & de glandes laiſſent entre elles: c'eſt à quoi ſervent les branches capillaires, que je ne peux mieux comparer qu'à un coton très fin qui revêt & hériſſe en quelque maniere toutes les glandes, tous les troncs des vaiſſeaux & toutes les ramifications: c'eſt ce tiſſu qui compoſe le parenchyme de Malpighi, c'eſt ce duvet qu'on découvre avec un foible Microſcope comme des rayons autour des glandes, * & pour ainſi dire comme une chevelure autour des gros vais-

* Planche II. Fig. 4.

vaiſſeaux; & ce qui m'autoriſe à le regarder comme un aſſemblage d'un nombre prodigieux de vaiſſeaux d'une fineſſe extrême, eſt qu'en expoſant une glande ou un gros vaiſſeau qui en eſt garni au foyer d'un bon Microſcope, ces filets m'ont ſouvent paru plus gros à leur bout qui tient aux vaiſſeaux ou à la glande, qu'à leur autre extrémité, & je crois qu'ils s'inſerent ſouvent dans les vaiſſeaux & dans les glandes, parce qu'ils y ſont aſſez adhérens, & qu'on ne les en peut ſéparer qu'avec quelque difficulté.

Voilà les notions générales qu'on peut prendre de la ſtructure de notre fruit, quand on ſe contente de l'examiner avec un Microſcope ordinaire: mais ayant expoſé à un excellent Microſcope à trois verres, un petit morceau de Poire coupé fort mince, & étendu ſur une ſurface noire, j'ai remarqué,

I.

Que quelquefois il ſortoit d'une glande ou d'un vaiſſeau * un paquet de petites fibres qui s'étendoient en long ſans ſe diviſer ni ſe recourber; & ces petits filets s'étendoient quelquefois d'une glande à l'autre, d'autres fois d'une glande à un vaiſſeau, ou après avoir fait un peu de chemin, alloient s'inſerer à d'autres petits filets.

II.

† D'autres fois on voit quelques-uns de ces

* Fig. 5. † Fig. 5.

ces filets groſſir à une très petite diſtance du vaiſſeau ou de la glande, & former comme une eſpece de petite Poire, d'où il part trois ou quatre filets qui vont ſe joindre ou à un vaiſſeau, ou à une glande, ou à d'autres filets.

III.

Quelquefois pluſieurs de ces filets vont aboutir comme * au petit ganglion, d'où il en part d'autres qui vont ſe perdre aux mêmes endroits que les précédens.

IV.

On peut encore remarquer, que ces filets ſont comme bordés d'une ſubſtance blanchâtre très fine.

V.

J'ai expoſé à un bon Microſcope à liqueur quelques-uns † de ces filets, pour voir cette ſubſtance blanche, & elle m'a paru n'être encore qu'un coton plus fin que le premier; & ſi j'avois pu examiner ce coton à un meilleur Microſcope, peut-être en aurois-je encore découvert un autre plus fin. Au reſte, je ſoupçonne que cette ſubſtance blanchâtre eſt de la même nature que celle d'une ſubſtance qu'on trouve en grande quantité auprès des pepins, & dont nous parlerons dans la ſuite.

L'on

* Planche II. Fig. 5. † Fig. 7. & 8.

L'on conçoit de-là qu'il n'eſt pas aiſé de décider ſur l'uſage de ces vaiſſeaux, puiſque leur petiteſſe nous permet à peine d'entrevoir qu'ils en ſont, encore eſt-ce avec l'aide des meilleurs Microſcopes, & après de longues macérations. Cependant ſi notre conjecture ſur les pierres eſt bien fondée, la grande quantité de glandes qu'on apperçoit dans ces fruits me fait croire que la plupart ſont ſécrétoires & excrétoires; peut-être cependant y en a-t-il qui ont leur route ſéparée, & qu'on pourroit regarder comme des vaiſſeaux lymphatiques.

Mais ſans trop décider ſur des objets qui ſe dérobent preſque à nos recherches, je crois pouvoir avancer que les Poires fondantes & les Poires caſſantes * diffèrent principalement les unes des autres par la tiſſure de leurs vaiſſeaux, de telle ſorte que les caſſantes ayant leurs vaiſſeaux plus forts, leurs liqueurs ne peuvent être exprimées qu'après avoir détruit les vaiſſeaux par le broyement & la trituration. Les Poires fondantes au contraire ont leurs vaiſſeaux ſi tendres & délicats, que la moindre choſe les détruit, & en fait par conſéquent échapper les liqueurs: ce qui m'autoriſe à penſer de cette façon, c'eſt que quand les Poires caſſantes ſont molles, & qu'ainſi leurs vaiſſeaux ſont émincés, on en exprime auſſi aiſément le ſuc que ſi elles étoient fondantes. Il ne faut pas omettre non plus une autre rai-

* Leeuwenhoek m'a paru avoir bien obſervé la ſtructure de la ſubſtance de la Poire.

raiſon, pourquoi les liqueurs des fruits mols s'échappent aiſément: car lorſque les fruits molliſſent, il arrive une fermentation; de toutes les fermentations il réſulte une dépuration des liqueurs qui fait qu'elles ſont plus fluïdes, plus coulantes, & par conſéquent plus faciles à s'exprimer.

Cependant il faut ajouter qu'ordinairement les pierres des Poires caſſantes ſont plus dures que celles des fondantes; & ſi les vaiſſeaux de ces dernieres ſont plus minces, de-là il s'enſuit naturellement qu'ils ſont plus remplis de ſucs. Enfin il arrive plus ſouvent aux Poires caſſantes que quelques-uns de leurs vaiſſeaux deviennent ligneux, qu'aux Poires fondantes; ce qui fait voir qu'ils ſont plus épais, plus ſerrés & plus étroits, puiſqu'ils s'obſtruent plus aiſément.

Mais il eſt bon de remarquer en paſſant, que cet endurciſſement qui arrive aſſez ſouvent aux vaiſſeaux de tout le faiſceau, & quelquefois aux principaux troncs des vagues & des ſpermatiques, juſtifie ce que j'ai avancé dans ma premiere Partie ſur l'endurciſſement des glandes.

L'examen aſſez exact que je viens de faire de tout ce qui concerne les vaiſſeaux, pourroit faire croire que j'aurois découvert quelque choſe dans leur arrangement qui fût favorable à la circulation de la ſève; mais bien-loin d'avoir rien apperçu qui pût éclaircir la queſtion, mes recherches n'ont ſervi qu'à m'en rendre l'objet encore plus incertain: car il n'y a pas d'apparence qu'il y en ait de la Poire à l'Arbre, mais je crois bien qu'il

qu'il peut y avoir une eſpece de circulation dans la Poire même ; car, comme je l'ai déja dit, il y a preſque toujours pluſieurs vaiſſeaux, l'un à côté de l'autre, qui ſuivent la même route, & cet ordre m'a paru aſſez ſemblable à celui que la Nature garde dans les Animaux, où les gros troncs de veines, d'arteres & de nerfs ſuivent preſque toujours le même chemin, étant renfermés dans une gaine commune. Si cette conformité n'eſt pas une preuve que la circulation exiſte dans les fruits, du moins doit-elle faire ſubſiſter le doute, & ce ſeroit beaucoup ſi ce doute engageoit à faire de nouveaux efforts pour éclaircir cette queſtion.

Les Anatomiſtes comprennent bien que je n'ai pu appercevoir les parties que je viens de décrire, ſans avoir employé pluſieurs préparations qu'on peut regarder comme des eſpeces de ruſes imaginées ſuivant le beſoin, & qui ſont toujours très utiles pour découvrir ces parties fines & embarraſſées les unes dans les autres, qui ſans leur ſecours ſeroient imperceptibles, & demeureroient inconnues.

Comme je me ſuis propoſé, au commencement de ce Mémoire, de joindre à la deſcription de chaque partie la maniere de la découvrir, je vais ſatisfaire à cet engagement par un détail exact, quoiqu'abregé, de celles qui m'ont paru les plus utiles.

I.

*Pour découvrir l'extrémité des vaiſſeaux

* Planche I. Fig 2.

qui vont aboutir aux glandes du tiſſu pierreux, il faut lever tout doucement un morceau des tégumens d'une Poire molle, & l'on apperçoit ces extrémités de vaiſſeaux d'une groſſeur même aſſez conſiderable, qui tiennent aux glandes qu'on enleve avec les tégumens.

II.

* Pour appercevoir l'entrelacement des ramifications dans la Peau, proprement dite, il faut ôter les envelopes d'une Poire qui ait macéré longtems, & la mettre flotter dans l'eau, de telle ſorte qu'elle en ſoit recouverte de deux à trois lignes, & darder de l'eau deſſus avec une ſeringue à injection: de cette maniere on appercevra dans l'étendue ſeulement de l'eſpace que couvriroit un liard, un entrelacement prodigieux de vaiſſeaux & une infinité d'anaſtomoſes.

III.

† Comme toutes les ramifications ſont garnies de vaiſſeaux capillaires; dans les endroits où il y a plus de ramifications, les vaiſſeaux capillaires ſont auſſi en plus grand nombre, & par conſéquent plus ſerrés les uns dans les autres: c'eſt auſſi ce que j'ai remarqué dans la peau. Pour le découvrir, il faut continuer à ſeringuer avec force, & on verra cette eſpece de peau ſe détacher par

* Fig. 2. † Fig. 1.

par flocons & comme une croute assez épaisse, de dessus le reste de la substance de la Poire.

IV.

* Il y a deux moyens de découvrir les gros vaisseaux ; car en coupant une Poire mûre transversalement à l'endroit des pepins, on en apperçoit la coupe, & l'on peut ainsi remarquer la disposition des vaisseaux spermatiques par rapport aux pepins; & en coupant ces Poires suivant leur longueur, † il arrive assez souvent qu'on découvre quelques-uns de ces vaisseaux, & qu'on peut en suivre la route. Mais pour les mieux examiner, il faut couper ainsi une Poire qui ait macéré longtems, & quand on a découvert une fois un de ces vaisseaux, le suivre en disséquant simplement avec la pointe du cure-dent, & des pinces très fines.

V.

Si l'on veut avoir un grand épanouissement des vaisseaux, comme dans la page 6, il faut commencer par emporter avec les tégumens cet entrelacement de vaisseaux que j'ai appellé la peau proprement dite, & couper les six gros vaisseaux à leur insertion à la roche, & le canal pierreux; alors la Poire nageant dans l'eau, il faut détacher par-dessus le plus de vaisseaux qu'il est possible, tantôt en seringuant de l'eau, & quelquefois en remuant &

* Planche II. Fig. 10. † Fig. 1.

& agitant les gros flocons avec des tenettes; d'autres fois en les preſſant entre les doigts, ou les ſéparant avec la pointe d'une plume, ou d'un ſcalpel. * Mais lorſqu'on a détaché le plus qu'on a pu de ces vaiſſeaux, il faut pour achever, détruire le plus qu'on peut, la ſubſtance pierreuſe, par l'ouverture que laiſſe la roche & le canal pierreux qu'on a emporté. Quand la ſubſtance pierreuſe eſt une fois détruite, l'ouvrage eſt preſque fini, & en paſſant le doigt indice dans le milieu, & appuyant le pouce ſur la ſubſtance charnue, on acheve tout doucement de ſéparer les vaiſſeaux.

† Si l'on veut alors détacher un gros vaiſſeau pour l'examiner en particulier au Microſcope, flottant dans l'eau, on le voit hériſſé de vaiſſeaux capillaires.

‡ Mais ſi l'on veut avoir les gros vaiſſeaux bien nets, il faut les laiſſer tremper pendant quelques jours, & prendre la patience de les ſuivre, & de les nettoyer avec la pointe d'une plume & de petites tenettes; c'eſt de cette maniere que j'ai préparé la Poire que j'ai fait voir à l'Académie le mois d'Août dernier, à laquelle j'avois conſervé un nombre prodigieux de vaiſſeaux.

Je viens déja d'indiquer comme il faut s'y prendre pour découvrir les vaiſſeaux capillaires. Mais il eſt bon d'avertir que pour les bien appercevoir, il faut que les fruits ayent macéré fort longtems.

En

* Planche I. Fig. 3.
† Planche II. Fig. 4. ‡ Fig. 3.

En parlant des tégumens, j'ai fait remarquer les maladies qui les attaquent le plus ordinairement ; il y en a auſſi quelques-unes auxquelles les vaiſſeaux ſont ſujets. Quand un ou deux des dix gros vaiſſeaux d'une jeune Poire ſont attaqués de quelques maladies, la partie de la Poire à laquelle ils diſtribuent le ſuc ne prend point de nourriture, mais les tégumens reſtent attachés aux glandes de la ſubſtance pierreuſe, qui groſſiſſent conſidérablement, & c'eſt quelque inconvénient à peu près ſemblable qui rend les pierres d'une figure très difforme.

J'ai encore remarqué quelquefois que toute la partie d'une Poire à laquelle un de ces dix gros vaiſſeaux doit diſtribuer le ſuc, étoit gangrénée pendant que le reſte en étoit ſain, ce qui venoit ſans doute d'un accident qui étoit arrivé ſeulement à un des dix gros vaiſſeaux, & dans le tems que la Poire étoit parvenue à ſa groſſeur. Enfin j'ai remarqué que le S. Germain, l'Epine d'Hiver, & quelques autres Poires étoient quelquefois attaquées d'une eſpece de gangrène qui commence par la ſuperficie, & qui gagne le cœur, mais qui a cela de ſingulier qu'elle eſt d'une amertume inſupportable : je crois qu'elle eſt la ſuite de quelque contuſion.

Il reſte à examiner les vaiſſeaux que nous avons appellé *Nourriciers*. Mais comme leur uſage eſt de porter la nourriture aux pepins & aux organes qui les accompagnent, l'ordre que je me ſuis preſcrit dans cet Ouvrage m'oblige d'en remettre l'hiſtoire à la troiſieme Partie.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Fig. 1. Cette Figure repréſente une Poire qui a macéré longtems, & qu'on a diſſequé de maniere à faire voir comme les branches des vaiſſeaux ſpermatiques ou vagues, vont s'entrelacer ſous les tégumens, & forment une ſubſtance plus ferme que le reſte de la Poire. Cette ſubſtance eſt ici repréſentée par les flocons *a*.

Fig. 2. L'on voit dans cette Figure,

a, les vaiſſeaux qui vont aboutir aux glandes de la peau, ou du tiſſu pierreux.

b, l'entrelacement & les anaſtomoſes des vaiſſeaux ſous ce tiſſu pierreux, ce qui forme, comme nous l'avons dit, la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 3. Une Poire diſſequée à la maniere de M. Ruiſch : & dans laquelle l'on voit un grand nombre de vaiſſeaux, mais tellement confondus, qu'il n'eſt pas poſſible d'en connoitre l'ordre & l'arrangement.

PLANCHE II.

Fig. 1. Repréſente la coupe d'une Poire amollie par les macérations, & qui eſt diſſequée pour faire voir la route des vaiſſeaux appellés *vagues*, & des ſpermatiques; d'un côté l'on n'a deſſiné que les gros vaiſſeaux, & de l'autre les vaiſſeaux capillaires ſont conſervés.

a,

a, un vaiſſeau vague.
b, un vaiſſeau ſpermatique nettoyé ou dégagé des vaiſſeaux capillaires.
c, une branche qui ſe recourbe pour diſtribuer à la queue.
d, les branches qui diſtribuent dans la chair de la Poire.
e, les branches qui diſtribuent aux glandes de la ſubſtance pierreuſe.
ff, la route d'un faiſceau de vaiſſeaux depuis l'extrémité de la queue juſqu'à la baſe des pepins qui eſt le lieu de la diviſion.
g, vaiſſeau ſpermatique hériſſé de vaiſſeaux capillaires.
hh, inſertion des vaiſſeaux ſpermatiques à la roche.

Fig. 2. Repréſente la queue d'une Poire avec les vaiſſeaux qui en ſortent.
a, la queue avec ſes tégumens.
b, les vaiſſeaux qui ſortent de la queue & vont ſans ſe diviſer juſqu'à la baſe des pepins.

Fig. 3. Repréſente un gros vaiſſeau ſpermatique ſéparé & ſeul, ou nettoyé des vaiſſeaux capillaires qui l'accompagnent.
aa, le tronc principal.
b, les branches qui en partent.
c, des flocons qui ſont formés par l'entrelacement des vaiſſeaux ſous les tégumens, ce que j'ai appellé le *Cuir*, ou la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 4. Un vaiſſeau hériſſé de vaiſſeaux capillaires, & garni de petites glandes.

Fig. 5. Un petit morceau de Poire vu au

Microſcope, & dans lequel l'on voit,

a, un gros vaiſſeau.

b, des pierres ou glandes, & les vaiſſeaux capillaires qui les joignent enſemble.

Fig. 6. Une petite pierre ou glande hériſſée de vaiſſeaux capillaires.

Fig. 7. Un petit vaiſſeau hériſſé de vaiſſeaux capillaires où l'on peut voir que la texture de ce vaiſſeau eſt un aſſemblage de petits filets courts qui ſont interrompus par des eſpeces d'interſections, & non pas continus comme dans le vaiſſeau *a* de la Fig. 5.

Fig. 8. La diviſion d'un très petit vaiſſeau où l'on ne voit plus que la ſéparation des deux branches ſe faſſe comme celle de pluſieurs fils d'un même écheveau, comme cela s'obſerve dans les premieres diviſions, ce que nous avons repréſenté dans la Figure 11.

Fig. 9. Un vaiſſeau déchiré, & vu à un fort Microſcope, & dans lequel on voit que la texture du vaiſſeau eſt formée par de petits filets qui ont une direction longitudinale, & qu'il y a de ces filets qui ſe contournent en tire-bourre.

Fig. 10. La coupe d'une Poire de Rouſſelet que j'ai mis longtems tremper dans un Syrop de Sucre bien clarifié, & dans laquelle on apperçoit très clairement,

a, le faiſceau de vaiſſeaux qui occupe l'axe de la Poire.

b, un des vaiſſeaux ſpermatiques.

c, un réſeau ou plexus de vaiſſeaux qui s'épanouït ſur les loges des pepins.

d, une loge des pepins.

e, un

Fig. 2

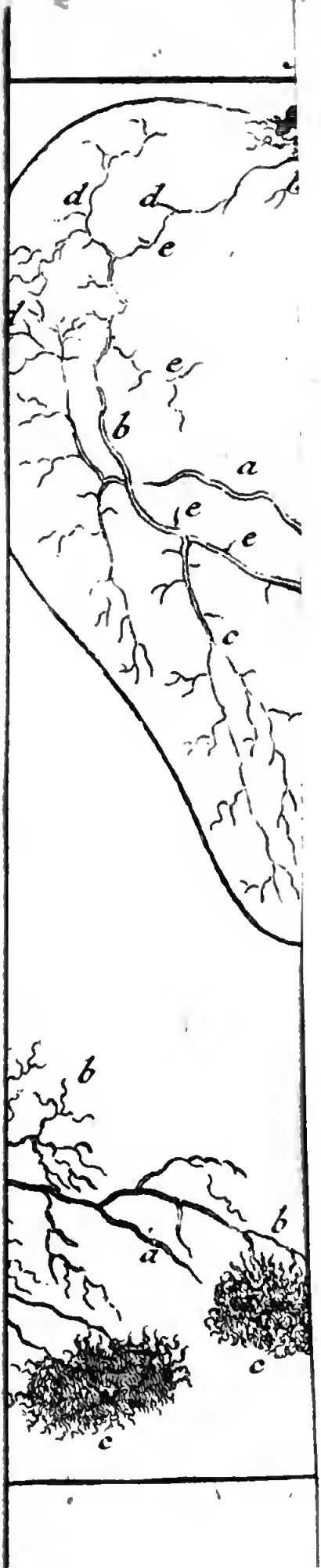

d
d
e
e
e
b
a
e
e
c
b
b
a
c
c

Fig. 6.

Fig. 5.

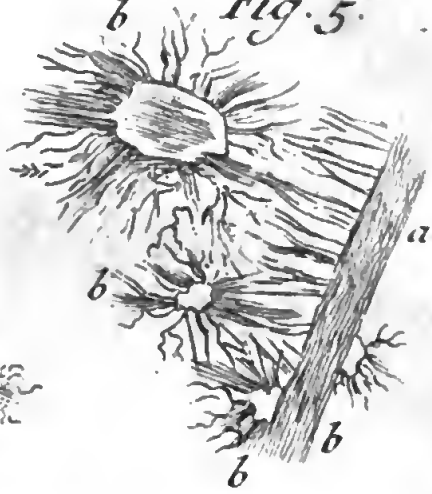
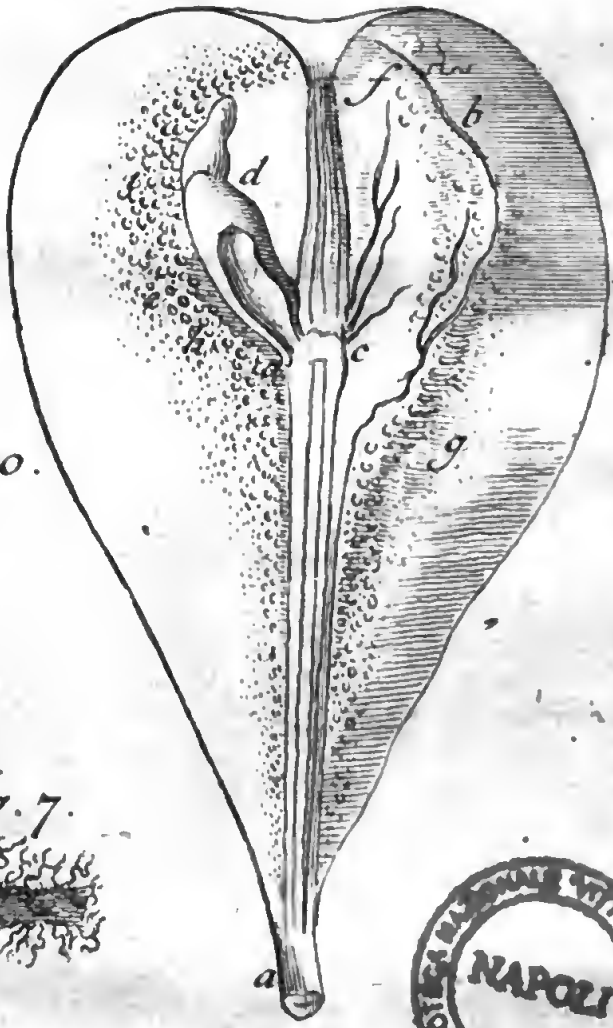
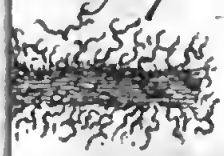


Fig. 8.



ig. 10.

Fig. 7.



NAPOLI

e, un pepin en ſituation dans ſa loge.

f, une loge ou cavité qui eſt entre les pepins, & par laquelle paſſent les piſtiles.

g, une houppe qui eſt au bas de cette loge ou cavité.

h, un petit vaiſſeau que j'appellerai *ombilical*, par où les amandes prennent nourriture.

i, les pierres qui ſont autour des loges des pepins, ou les glandes de la ſubſtance pierreuſe.

Fig. 11. Le tronc d'un des gros vaiſſeaux vu au Microſcope, après avoir macéré quelque tems, & dans lequel l'on voit que ces vaiſſeaux ſont compoſés d'un aſſemblage de filets mal joints enſemble, & qui ſe ſéparent les uns des autres dans le lieu des diviſions, à peu près comme font les nerfs dans les animaux.

L'on peut conſulter encore les Figures que nous avons fait graver à la ſuite de notre Mémoire de 1730, page 466, & il eſt bon de remarquer qu'on a deſſiné toutes ces Figures nageantes dans l'eau.

DU QUART DE CERCLE ASTRONOMIQUE FIXE.

Par M. GODIN. *

L'OCCASION que j'ai eu de placer pour mon uſage, un Quart de Cercle fixe ou Mural, m'a engagé à traiter cette partie d'Aſtronomie pratique.

Je l'ai diviſée en trois Articles principaux.

1°. De la conſtruction de l'Inſtrument, & des differentes parties qui le compoſent.

2°. De ſa vérification.

3°. De la maniere de le placer.

ARTICLE I.

§. 1. *De la Conſtruction de l'Inſtrument en général.*

Je ne répete point ici ce qui ſe trouve ailleurs ſur la conſtruction des Quarts de Cercle; on peut conſulter là-deſſus pluſieurs volumes des anciens & nouveaux Mémoires de l'Académie. Il me ſuffira de remarquer ce qui eſt eſſentiel au Quart de Cercle fixe.

Je ſuppoſe donc la contignation faite, qui eſt ce qu'on appelle la *Carcaſſe* de l'Inſtrument: je ſuppoſe les règles de chan, auxquelles on doit

* 22 Août 1731.

doit donner le plus de hauteur qu'il eſt poſſible, le Limbe poſé & dreſſé exactement avec le centre : tel eſt l'Inſtrument répréſenté *Fig.* 1.

* *A*, *B*, *C* ſont des bouts de barreaux de fer ſoudés fortement aux pieces de la Carcaſſe, & percés d'un trou rond d'environ un pouce de diametre : c'eſt par ces trous que paſſent trois mutules à double queue ſcellées dans un Mur ſolide, & c'eſt par ce moyen que l'Inſtrument eſt porté & rendu fixe, ce que je détaillerai davantage dans l'Art. III.

On prépare une Lunette un peu plus grande que le rayon de l'Inſtrument, elle peut avoir un pied & demi de plus, ſi l'Inſtrument a 3 pieds de rayon ; on monte cette Lunette ſur deux règles de fer attachées enſemble à angle droit, de maniere qu'elles ſont de chan l'une à l'autre ; la Lunette ſe place dans l'angle formé par les deux règles, & elle y eſt aſſujettie dans toute ſa longueur par des collets qui l'embraſſent, & qui ont de chaque côté des empattemens qui s'attachent à vis à l'une des règles. Comme cette Lunette ainſi montée doit tourner autour du centre de l'Inſtrument, on laiſſe à un endroit convenable de l'une des règles, en la forgeant, une plaque circulaire de fer, percée d'un trou, & on y adapte un canon d'acier cylindrique, foré dans toute ſa longueur, d'un trou de même diametre que celui qui eſt à la plaque.

La Lunette ainſi montée & fixée aux deux règles, on la place ſur l'Inſtrument poſé ho-

* Planche I. Fig. 1. † Fig. 2.

horizontalement : le canon cylindrique fixé à l'une des règles, entre dans un trou fait au centre de l'Inſtrument, & un autre cylindre ou clou repréſenté (*Fig.* 3.) entre dans le trou du premier cylindre, & traverſe toute l'épaiſſeur du centre de l'Inſtrument. Ce clou eſt fait de cuivre, il eſt borné à l'une de ſes extrémités par une tête fort large : ſon autre extrémité eſt faite en vis, & entre la partie cylindrique & la partie viſſée, il y a une autre partie quarrée. La partie *AB* cylindrique eſt d'une longueur égale à toute l'épaiſſeur du centre, y compris celle de la règle qui porte la Lunette; la partie *BC* quadrangulaire eſt reçue dans une piece attachée à vis derriere le centre de l'Inſtrument, & cette piece eſt percée pour cet effet d'un trou quarré de même grandeur. La partie *CD* faite en vis, ſaille entierement, & reçoit un écrou qui ſerre toutes ces pieces les unes avec les autres. C'eſt de cette maniere que la Lunette eſt aſſujettie par un de ſes points au centre de l'Inſtrument, & peut tourner librement autour de ce centre.

Cette conſtruction des centres d'Inſtrumens à Alhidade eſt la meilleure & la plus durable de toutes : elle conſiſte, comme on voit, à faire tourner un cylindre autour de deux autres, dont un ſert d'envelope, & l'autre de meche ou d'axe : le cylindre qui tourne eſt celui qui eſt fixé à la règle qui porte la Lunette; l'envelope eſt celui qui eſt formé par le trou fait au centre même de l'Inſtrument, & l'axe eſt la partie *AB* du clou repréſenté (*Fig.* 3.); ce clou ou cet

axe

axe ne ſauroit tourner, à cauſe de ſa partie *B C* retenue dans un trou quarré fait à la piece, ſolidement attachée au corps même de l'Inſtrument. Plus l'épaiſſeur du centre ſera grande, & par conſéquent plus les cylindres ſeront longs, & plus le mouvement de la Lunette ſera uniforme & facile.

La règle qui porte la Lunette ou l'Alhidade, eſt plus large à ſon extrémité qui doit couler ſur le limbe de l'Inſtrument. Elle porte en cet endroit une piece de cuivre faite en bizeau, ou bien un cheveu, qui, l'un & l'autre, doivent marquer les diviſions. On y place auſſi un Micrometre qui me paroît d'une grande utilité dans ces ſortes d'Inſtrumens. La piece qui porte le bizeau eſt repréſentée (*Fig.* 4.) en *A*, elle peut s'éloigner ou s'approcher de la Lunette *B C*, & on peut en même tems diriger le bord de ſon bizeau au centre par le moyen de deux vis qui la preſſent contre l'Alhidade, & qui la traverſent en paſſant par des ouvertures longues & plus larges que le fuſt de chaque vis, mais moins larges que la tête; ce qui fait que cette piece peut avoir quelque mouvement autour de ces deux vis. Le cheveu eſt porté par une autre piece *D E*, ſemblable à peu près au bizeau, & il eſt de même arrêté par deux vis ſur deux avances *F G* de l'Alhidade. Toutes ces pieces ne portent pas ſur la largeur entiere du limbe, qui en ſeroit rayé en peu de tems; mais ſeulement ſur les deux bords, le reſte étant un peu uſé en deſſous pour laiſſer du vuide entre elles & le limbe.

§.

entre ſes ſupports, ſa tête eſt quarrée & paſſe en dedans de la poupée *H* qui eſt forée, on y adapte une clef *O* qui ſert à faire tourner la vis.

Si l'on tourne la vis retenue entre ſes ſupports, on fera mouvoir l'écrou *I* vers *K*, ou vers *H*, & par conſéquent le point *E* vers le même côté, ce qui fera mouvoir le cercle qui porte les filets, de maniere qu'on pourra donner à ces filets telle inclinaiſon qu'on voudra, & faire, par exemple, lorſque l'Inſtrument ſera en place, que le filet vertical ſoit effectivement dans un vertical, & celui qui lui eſt à angles droits, ſoit horizontal.

Au haut de cette plaque, il y a une vis dont l'axe eſt parallele au plan *AB*, la piece *NP* eſt ſoudée ſur la plaque même, & la piece *PM* eſt à angles droits avec la premiere. La tête de la vis paſſe par un trou de la platine ſupérieure du Micrometre tout monté, comme on voit en *D* (*Fig.* 4.) & elle y eſt retenue entre deux pieces immobiles par ſon collet *R*. Si on la fait tourner, elle élevera ou elle abaiſſera toute la plaque *AB*, & par ce moyen on mettra la ligne de foi de la Lunette qui paſſe par le centre des filets, dans une ſituation parallele au rayon du cercle auquel ou adaptera cette Lunette. On a ajouté à la partie inférieure un reſſort *ST*, qui preſſant contre le fond du Micrometre tout monté, aſſujettit la plaque *AB* dans la ſituation qu'on lui donne.

La Fig. 2. repréſente une autre piece de cuivre évidée circulairement, de même que la

la premiere, & soudée à angles droits à la piece *CHD* qui est attachée à vis à la platine supérieure du Micrometre; le long de cette plaque, on fait couler un assemblage de diverses pieces, dont les bords faits en rainure embrassent les côtés de la plaque: ce mouvement se fait par une longue vis qui est reçue dans un écrou brisé *EF*, qui tient à l'assemblage *EFLI*. La partie *EF* est retenue par un bizeau, ou en queue d'aronde par une piece immobile *N*. La vis traverse la piece *CH*, & la platine supérieure, pour recevoir un index, & une tête propre à la faire tourner; elle est retenue en cet endroit, en sorte qu'elle ne peut s'abaisser ni s'élever, mais elle donne ce mouvement à tout l'assemblage *EFLI*, & par conséquent au filet 1, 2, qui y est attaché. La piece *IGKXL* qui porte ce filet est faite en fer-à-cheval, c'est le Curseur du Micrometre; il tient à l'assemblage d'un côté par un clou à vis *G*, autour duquel il peut tourner; & son autre branche *XL* est assujettie par une lame à ressort, attachée à vis en *Y*. Cette lame porte en dessous sur un retour de la branche *XL*.

Pour que le filet 1, 2, soit exactement parallele au filet *CD* de la Fig. 1. (ce qui est absolument nécessaire) on place en *O* & en *Z* deux poupées fixes qui portent une vis retenue entre elles: cette vis porte une autre petite poupée taraudée, à laquelle est attachée un mentonet *K*: le tout est semblable aux pieces *H*, *I*, *K*, de la Fig. 1. Le Curseur a une oreille en *K* échancrée,

&

& qui saisit le mentonet de la poupée mobile : faisant tourner la vis d'un côté ou d'autre, la poupée mobile ira vers *O* ouvers *Z*, & tirera par conséquent le point *K* du Curseur ; & parce que ce Curseur peut se mouvoir autour du point *G*, il est évident que le filet 1, 2, prendra par ce mouvement telle inclinaison qu'on voudra.

La Fig. 3. est le profil des deux premieres Figures jointes ensemble, de la même maniere qu'elles le sont dans le Micrometre tout monté. *FOGS* est le profil de la Fig. 1. *BC* est la platine supérieure divisée en 100 parties. *AM* est la grande vis de la Fig. 2. *Q* est la vis qui sert à incliner le Curseur ou le filet qu'il porte : les ouvertures 1, 2, servent à attacher à vis une petite lame extérieure au Micrométre, & qui suit le mouvement du Curseur ; elle est divisée en 30 parties, dont chacune est égale à un tour de la grande vis, & est subdivisée par conséquent en 100 parties sur la platine supérieure. Cette lame est représentée (*Fig.* 4.) par *QZ*. On attache à la boîte du Micrométre un index *A* (*Fig.* 4.) qui marque les divisions de cette lame qui se meut sous cet index.

Pour former le Micrometre, on assemble donc les deux premieres Figures de la maniere qu'il est représenté (*Fig.* 3.) ; on enferme le tout dans une boîte. La plaque de la Fig. 1. est reçue dans deux rainures faites aux deux côtés de cette boîte, & le ressort *ST* presse contre le fond. Les pieces de la Fig. 2. sont aussi assujetties dans la boîte par les

les deux tenons *P*, *Q*, qui ſont reçus dans deux ouvertures faites au fond de la boîte. Le haut de la grande vis paſſe par le centre de la platine ſupérieure, & cette platine, & les autres pieces qui y tiennent, ſont aſſujetties à la boîte en maniere de couvercle, par pluſieurs vis; & c'eſt ainſi que toutes les pieces ſont retenues dans la ſituation néceſſaire.

Il y a differentes ouvertures à cette boîte repréſentée (*Fig.* 4.) *D* eſt le bout de la vis *R* de la Fig. 1. *Q* eſt la vis *O Z* de la Fig. 2. *O* eſt la vis *HK* de la Fig. 1. On recouvre ces ouvertures par des pieces *B*, *C*, qui tournent ſur des cloux à vis attachés au corps de la Lunette. *S*, *R*, ſont deux bouts de tuyau qui tiennent à la boîte, & qui ſervent l'un pour loger l'oculaire, & l'autre s'inſere dans le tuyau de la Lunette même. *M*, *N*, ſont des trous faits pour mettre des vis qui arrêtent le Micrometre tout monté ſur les règles qui portent la Lunette: il y en a de même de l'autre côté.

Pour connoître maintenant la valeur des parties du Micrometre en degrés, minutes & ſecondes de cercle, je meſurai ſur un terrein fort uni une diſtance de 500 toiſes; à une des extrémités, je plaçai deux mires, dont les centres étoient éloignés de 17 pieds 5 pouces & 5 lignes, qui eſt la tangente d'un arc de 20 minutes à cette diſtance; & ayant placé la Lunette à l'autre extrémité, je trouvai pluſieurs fois l'intervalle entre le centre des mires vues par la Lunette, de 1137 parties du Micrometre. De-là j'ai conclu

clu que 1137 parties du Micrometre répondoient à 20 minutes de cercle. D'où il eſt aiſé de trouver le nombre des parties qui répondent à une minute, à une ſeconde, &c. On doit faire une fois pour toutes, une Table de ces parties, afin d'y avoir recours dans toutes les obſervations que l'on fera dans la ſuite.

§. 3. *De la Diviſion de l'Inſtrument.*

Dans les Quarts de Cercle ordinaires qui ſont montés ſur un pied, & qu'on peut mouvoir verticalement & horizontalement par le moyen d'un genou, on peut marquer où l'on veut le premier point de la diviſion, & la continuer enſuite ſur tout le limbe: car la diviſion de tout le limbe étant achevée, on peut par diverſes méthodes faire convenir l'axe de la Lunette à cette diviſion. Mais dans un Inſtrument deſtiné à être fixe, il eſt important de marquer le premier point de diviſion qui eſt celui de 90 degrés, en conſéquence & dépendamment de la poſition de l'Inſtrument ſur ſes ſupports, & dans le lieu même où l'on doit le fixer. Autrement il arriveroit preſque toujours que le point de 90 degrés ne ſe trouveroit pas dans une ligne à plomb avec le centre, & dans ce cas toutes les hauteurs obſervées ſeroient plus ou moins grandes que les véritables. Il eſt vrai qu'on peut connoitre cette difference qui eſt égale pour tous les degrés, mais cela même eſt ſujet à quelque erreur, & il y en a d'ailleurs aſſez d'autres dont

dont il faut tenir compte. Voici la méthode qu'on peut employer.

On attache au mur qui doit porter le Quart de Cercle, une petite planche de la longueur au moins du rayon de l'Inſtrument: elle doit être horizontale, & ſon bord à très peu près dans le plan du Méridien. On place enſuite l'Inſtrument au-deſſous de cette planche, on le ſuſpend par des cordes à divers cloux fichés dans le mur, on l'ajuſte par le moyen de pluſieurs cales à la hauteur qu'on veut, & à la diſtance du mur qui eſt néceſſaire; on ſuſpend enſuite deux ou trois aplombs faits de filets très déliés, ou de cheveux, de maniere qu'ils raſent exactement le bord de la planche qui eſt dans la méridienne, les laiſſant pendre librement; on ajuſte l'Inſtrument de maniere qu'il raſe auſſi ſon limbe, & on le cale, c'eſt-à-dire, on l'arrête dans cette ſituation; alors on prend des baguettes de plomb que l'on fait paſſer par les tenons de l'Inſtrument; on modele les mutules, & on leur donne la longueur préciſe qu'il leur faut; on marque auſſi les endroits du mur où l'on doit les ſceller; lorſqu'elles ſont forgées en fer, & prêtes à ſceller, on réitere la même opération; & de cette maniere on les ſcelle, l'Inſtrument étant en place, & ſoutenu d'ailleurs dans la même ſituation qu'il doit avoir dans la ſuite; lorſque les mutules ſont aſſez ſolides pour que l'Inſtrument poſant deſſus ne puiſſe pas les faire varier, on l'y laiſſe appuyer, en ôtant ſes autres ſoutiens, & dans cet état on met le centre chargé de

ſon

ſon plomb, & l'on marque le plus délicatement qu'il eſt poſſible, le point du limbe où paſſe le cheveu qui pend du centre: telle eſt la méthode que j'ai pratiquée, & qui m'a très bien réuſſi. Si l'on attendoit à ſceller ces mutules lorſque l'Inſtrument ſeroit entierement fini, on trouveroit bien des inconvéniens qu'on évite par la méthode cideſſus, outre que l'on riſqueroit de gâter la diviſion.

Ayant ainſi déterminé le commencement de la diviſion, ou le point de 90°; on peut, pour trouver celui de 0° ſe ſervir de la méthode ordinaire des Ouvriers, pourvu qu'on opère avec préciſion. Pour cet effet, il faut tracer le premier cercle concentrique de la diviſion avec un compas à verge, dont les pointes ſoient très déliées; on portera enſuite la grandeur de ce rayon, depuis le point de 90°, juſqu'à un autre point de la circonference qui ſera celui de 30°, parce qu'on remonte de 90° à 0°, & partageant en deux cet arc de 60°, on aura l'arc de 30° que l'on prendra avec un autre compas à verge, on le portera depuis 30° juſqu'à un autre point de la circonference qui ſera le point 0° de la diviſion.

Je dis qu'il faut prendre cet arc de 30° avec un autre compas, parce qu'il eſt important de conſerver dans la même ouverture le premier compas avec lequel on a décrit le cercle, & marqué l'arc de 60 degrés. Cette grandeur doit être employée à l'examen de la diviſion, du moins de la part de l'Ouvrier. Car, par exemple, en portant cet

cet arc de 60 degrés, depuis le point 0° qu'on vient de marquer, il faut que l'autre pointe tombe sur le point 60 de la division, autrement le point 0° n'est pas exact, & ayant conservé les grandeurs des arcs de 60 & de 30 degrés, on est en état de rectifier cette position. Cette détermination exacte de l'angle droit sur ces sortes d'Instrumens est une opération des plus nécessaires, & peut-être la plus vicieuse dans la plupart de ceux qu'on a construits jusqu'à présent. J'ai imaginé une méthode particuliere, pour vérifier l'angle droit de ces sortes d'Instrumens sans pied, dont les Ouvriers pourront se servir très commodément: je la donnerai dans l'Article de la Vérification.

L'Angle droit, & les points de 30 en 30 degrés étant marqués, on achevera la division du limbe entier, suivant la grandeur du rayon de l'Instrument, de la maniere qu'il est enseigné dans les Tables de M. de la Hire, & que M. Bion a inseré en François dans son Livre de la construction des Instrumens de Mathématiques: à l'égard des transversales, & de la position des cercles concentriques, je ne suis pas d'avis qu'on néglige d'en faire le calcul, ainsi que le dit M. de la Hire, fondé sur ce que dans un Quart de Cercle de 3 pieds, & dont la division a un pouce de largeur, la plus grande difference entre les cercles concentriques également distans, & ceux que le calcul donne, ne monte qu'à $\frac{1}{12}$ de ligne. Nos Ouvriers distinguent exactement les vingtiemes de ligne, ainsi que je l'ai vu moi-même, & l'on doit profiter de cette pré-

préciſion. Sur un Quart de Cercle de cette grandeur, l'erreur va à environ 5 ſecondes, & elle eſt plus grande dans un Inſtrument plus petit. Il vaut donc mieux déterminer la diſtance des cercles concentriques par le calcul en vingtiemes de ligne, & tracer des tranſverſales rectilignes, qui me paroiſſent préférables aux tranſverſales circulaires: car il n'y a rien de ſi difficile dans la conſtruction des Inſtrumens, que de décrire de grands arcs de cercle, & en effet très peu d'Ouvriers y réuſſiſſent.

On laiſſera au-delà des points de 0 & de 90 degrés, des arcs de 3 ou 4 degrés au moins, diviſés comme le reſte du limbe: on a beſoin de ces arcs dans pluſieurs opérations.

Au-deſſous de la diviſion par les tranſverſales, on tracera un cercle légerement, en ſorte qu'il ne paroiſſe plus après que l'Inſtrument aura été poli. Sur ce cercle, on marquera des points de 10 en 10 minutes, le plus exactement qu'il ſera poſſible; ſur un Inſtrument d'un rayon plus grand que 3 pieds, on pourroit les marquer de 5 en 5. Ces points doivent être ronds & profonds, c'eſt en eux que conſiſte la principale partie de la diviſion de l'Inſtrument, auquel on adapte un Micrometre.

§. 4. *Quelques autres Obſervations ſur cet Inſtrument.*

Il ſera très commode de marquer le centre de l'Inſtrument ſur la platine qui recouvre l'axe du mouvement de la Lunette, elle doit

en ce cas paſſer au-deſſus du centre; & on ajuſtera à ce centre une petite aiguille, de la maniere qu'on jugera la moins embarraſſante, ſans que la Lunette en ſoit gênée, ni l'axe affoibli; en ce cas il faudra que le deſſus de cette même platine ſoit dans le même plan que le limbe: mais comme on pourroit trouver à cela quelque difficulté, il ſuffira, je crois, de tranſporter ce centre à quelque diſtance de ſa véritable ſituation, de maniere qu'y ſuſpendant un cheveu garni de ſon plomb, il batte librement (l'Inſtrument étant en place) ſur un point déterminé au-delà du 90°, par exemple, ſur celui de 1° ou de 2°. Nous verrons dans le 3me Article l'uſage de cet aplomb. Enfin pour éclairer les filets que l'on met au foyer de la Lunette de cet Inſtrument, & généralement à toutes les autres Lunettes que l'on employe dans l'Aſtronomie pour divers uſages auxquels ces filets ſont propres, je n'ai trouvé rien de mieux que le ſecond moyen propoſé par * M. de la Hire, page 72 de l'uſage de ſes Tables, en remédiant aux inconvéniens auxquels il aſſure que ce moyen eſt ſujet. Je l'avois fait exécuter à une Lunette de 7 pieds, longtems avant que d'avoir remarqué qu'il étoit dans les Tables de M. de la Hire, & la maniere dont je l'avois fait exécuter, corrigeoit les défauts que M. de la Hire y trouve. Il faut faire au tuyau de la Lunette, un peu au-delà du foyer des Verres, ou du lieu des filets, une ouverture de

5 ou

* M. Picard eſt le premier, que je ſache, qui ait propoſé ce moyen. *Voy. ſes Obſervations MS.*

5 ou 6 pouces de longueur sur un pouce ou environ de largeur; on bouche cette ouverture par une glace plane ou courbe, & cette glace est recouverte par une piece de même étoffe que le tuyau, qui s'ouvre & se ferme à charniere ou à coulisse. La Figure 5 représente cette ouverture faite au bout d'une Lunette en *AB*, où l'on a mastiqué une glace qui a la même courbure que le tuyau de la Lunette; les filets sont en *C*, & l'oculaire au point *D*. Il est évident que puisqu'il y a une glace en *AB*, les filets ne seront pas plus sujets aux divers états de l'air, que si le tuyau de la Lunette étoit continu, ce qui est un des inconvéniens allégués par M. de la Hire. Mais si l'on adapte au bout oculaire de la Lunette un cercle de carton *EF*, qui s'y puisse soutenir de lui-même, l'œil placé en *O* ne sera point incommodé d'une lumiere qui sera en *A*, qui est l'autre inconvénient remarqué par M. de la Hire; mais sans appercevoir du tout cette lumiere, il verra les fils posés en *C*, très nettement éclairés par cette lumiere posée vers *A*. Je n'employe à la Lunette de 7 pieds, dont j'ai parlé, qu'une petite bougie enfermée dans une lanterne commune de papier que je déploye, à cause du vent, & cela me réussit très bien, quoique le Verre que j'ai mis à l'ouverture laterale de la Lunette soit très commun & plein de bulles & de points. Quand on n'a plus affaire d'éclairer les filets, on rabat le couvercle *GH*, qui garantit le Verre, & ferme entierement le côté de la Lunette; on fait en *R* un petit trou au carton, par lequel

on mire pour diriger la Lunette à l'objet qu'on veut obſerver.

Pour arrêter la Lunette dans une ſituation quelconque, lorſque l'inſtrument eſt en place, j'ai fait faire une petite machine repréſentée (*fig. 6.*) *AB* eſt une piece de fer doublement coudée en *C* & en *DE*, en ſorte qu'il y ait deux eſpeces de retraites dans leſquelles le limbe de l'Inſtrument puiſſe s'engager aſſez juſte. Le bout *F* eſt taraudé, & reçoit une vis *F* de même pas que l'écrou, par le moyen de laquelle on ſerre la piece *AB* contre le limbe, en ſorte qu'elle ſoit invariable dans une ſituation quelconque qu'on lui donne. Il y a en *G* une poupée taraudée auſſi, qui reçoit une vis *HK* aſſez longue, laquelle étant retenue dans ſon écrou en *G*, appuye contre le côté *PL* de la règle de chan de la Lunette qu'elle ſoutient dans une même ſituation. Si l'on veut élever ou abaiſſer la Lunette, on tourne la vis *HK* d'un ſens ou d'un autre, & ſi la vis eſt à l'un ou l'autre de ces bouts dans l'écrou, on change de ſituation la piece *AB* toute entiere, & on l'arrête de nouveau dans cette ſituation au moyen de la vis *F*.

La Figure 7 repréſente le profil de cette machine.

ARTICLE II.

De la Vérification de l'Inſtrument.

Je fais conſiſter la vérification de l'Inſtrument en 3 points.

1°. Que les verres de la Lunette, & la Lunette elle-même, ſoient bien centrés.

2°. Que

2°. Que les points 0° & 90° faſſent exactement un angle droit au centre, & que l'axe de la Lunette, ou plutôt la ligne de foi, ſoit parallele au rayon qui paſſe par le point de la diviſion indiqué par le bizeau, ou le cheveu.

3°. Que la diviſion entiere ſoit juſte, ou qu'on connoiſſe exactement ſes défauts.

§. 1. *Centrer les Verres, & la Lunette.*

Centrer un Verre objectif, c'eſt faire qu'il ait dans tous les points de ſa circonference, une égale épaiſſeur, ou pour parler plus exactement, que les centres des convexités ſe trouvent dans la ligne droite prolongée qui détermine la plus grande épaiſſeur du Verre, ou qui joint les centres des deux ſurfaces, ou bien enfin que l'axe des convexités ſoit perpendiculaire au plan qui ſépare ces deux mêmes convexités.

Centrer une Lunette, c'eſt faire que le centre de l'objectif & de l'oculaire, le point d'interſection des filets, & autant qu'il eſt poſſible, l'axe du tuyau de la Lunette, ſoient dans une même ligne droite.

Si un objectif n'eſt pas centré de lui-même, c'eſt un défaut qu'on ne peut pas lui ôter, ſans en recommencer le travail: c'eſt un défaut néanmoins que j'ai trouvé dans un grand nombre de Verres que j'ai eu occaſion d'examiner.

M. Caſſini a démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1710, la néceſſité de centrer le Verre objectif d'une Lunette, où il a

entendu la néceſſité de centrer la Lunette elle-même, dans le ſens, & ſuivant la définition que j'en ai donnée: car il eſt queſtion de faire concourir le foyer de l'objectif avec l'interſection des filets, ce qui pourroit ne pas arriver, quoique l'objectif fût parfaitement centré; & ſi l'objectif n'eſt pas centré, cela eſt impoſſible.

Ce n'eſt pas que les objectifs centrés ou non-centrés ne ſervent preſque également dans les Lunettes adaptées aux Inſtrumens, ſoit qu'elles ſoient fixes, ou qu'elles ſe meuvent autour du centre, pourvu que dans leur mouvement, elles reſtent toujours paralleles à elles-mêmes; car dans ces cas l'objectif reſtant toujours dans la même ſituation, l'erreur produite par le défaut de centrage ne fait rien, parce qu'elle fait toujours également. Le ſoin que l'on a de vérifier ces Inſtrumens par le renverſement, fait que le point d'interſection des filets par où paſſe la ligne de foi de la Lunette immobile fait toujours l'angle néceſſaire avec un rayon déterminé de l'Inſtrument, & l'on démontre aiſément par la Dioptrique, que quoique le foyer de l'objectif ne tombe pas ſur l'interſection des filets, la ligne qui paſſe par ce point eſt une véritable ligne de foi, immuable dans toutes les poſitions de l'Inſtrument; il ne faut donc que placer l'objectif tel qu'il ſoit, dans une ſituation quelconque, & n'y plus toucher dans la ſuite: il en ſera de même d'une autre Lunette en Alhidade qu'on ajoutera à l'Inſtrument, en la faiſant une fois convenir avec la premiere.

Néan-

Néanmoins c'eſt un défaut qu'un objectif non centré, & quand même la viſion par un tel Verre n'en ſeroit pas moins parfaite, il eſt toujours incommode de ne pouvoir pas déplacer un objectif, ſans changer l'œconomie d'une Lunette: ne pourroit-on donc pas centrer les Verres en les travaillant? Il ſemble qu'on le peut, ſur-tout depuis que M. de la Hire a donné, en 1699, un Mémoire exprès à ce ſujet; mais ſa méthode, très vraye dans la Théorie, ne paroît pas praticable à des Ouvriers, elle dépend d'apparences trop difficiles à diſtinguer. Cela m'a fait penſer à une autre qui me paroît fort ſimple, & tout-à-fait à la portée des Ouvriers.

Je prends un morceau quelconque de glace, je le travaille & le polis entierement d'un côté, je l'expoſe enſuite au Soleil, tout monté ſur ſa molette, & recevant l'image réfléchie ſur un plan quelconque (*Fig.* 8.) à la diſtance du rayon environ, parce que le fond du Verre eſt ſuppoſé plat: je remarque dans cette image un petit eſpace circulaire, beaucoup plus lumineux que le reſte. Si ce point lumineux ſe trouve au centre de l'image, comme en *C*, c'eſt une preuve que la plus grande épaiſſeur du Verre eſt au centre de la Figure, & en ce cas il faut achever le Verre, en le travaillant de l'autre côté préciſément de la même maniere: mais ſi ce point ne ſe trouve pas au centre, mais par exemple en *F*, il faut que ce point *F* qui marque le point de la plus grande épaiſſeur devienne auſſi le centre de la Figure: pour cela il faut marquer ſur ce Verre, le point

F avec un peu de craye ou d'encre, &c. & de ce point, comme centre, décrivant un cercle qui paſſe par le point de la circonference le plus proche, qui eſt auſſi toujours le point le plus épais de cette circonference, je retranche toute la partie *ABC* de ce Verre: alors j'ai un nouveau Verre plus petit que le premier, & travaillé d'un côté, de maniere que la plus grande épaiſſeur ſe trouve au centre de la Figure, ce qui revient au premier cas.

Dans les Figures 9 & 10, qui repréſentent un morceau de glace plan-circulaire, dont les deux faces oppoſées peuvent être paralleles, ou non: il eſt évident que les points *FI*, qu'on peut conſiderer comme réfléchiſſans le point le plus lumineux de l'image, déterminent la plus grande épaiſſeur du Verre, le centre de l'image étant en *Z*: coupant le Verre, ſuivant le plan circulaire qui paſſe par *BD* & *HR*, on aura le Verre *RHFBDI*, dont le centre ſera dans la ligne de la plus grande épaiſſeur *FI*, & retournant le Verre ſur ſa molette, on convexera l'autre face *RD*, en commençant par les bords, enſorte que le point *I* reſte le dernier point éteint de toute cette ſurface; ce qu'on ne peut pas faire, ſans donner à ce côté du Verre la courbure *PIO* égale, ſemblable, & ayant un même rayon que le rayon prolongé de la courbure *HFG*. D'où il ſuit que le Verre ſera exactement centré par cette méthode, quelque direction qu'ayent entre elles les deux ſurfaces *HB*, *RD*. Ce qui eſt un grand avantage de cette méthode ſur les autres,

tres, qui demandent que le Verre plan qu'on veut travailler, ſoit coupé circulairement, & d'égale épaiſſeur par-tout.

Pour marquer le point *F* de la ſurface du Verre, je me ſers d'un petit cercle de carton bien mince, de deux lignes environ de diametre, que je place ſur la ſurface du Verre expoſée au Soleil; ce cercle fait une pénombre que l'on peut très aiſément faire convenir avec le petit cercle lumineux qui n'en paroît pas affoibli : le centre de ce cercle eſt percé d'un trou fort fin, par lequel on fait paſſer un peu de poudre noire, & ôtant le petit cercle de deſſus le Verre, on trouve le point *F* tout marqué. On le peut faire encore d'une autre maniere; pour trouver le point *I*, je renverſe le Verre, en ſorte que la ſurface *R I D* ſoit du côté de l'œil, & voyant le point *F* au travers du Verre, & par un petit tuyau qui porte deux fils à angles droits pour éviter la parallaxe, je marque le point *I* qui lui répond dans l'autre ſurface.

Cette méthode de centrer les objectifs ne paroîtra peut-être qu'un Commentaire de la 45me Propoſition des Fragmens de Dioptrique de * M. Picard, où j'ai trouvé l'idée de ma méthode, quelque tems après l'avoir écrite; mais quand on ne la regarderoit que ſur ce pied, je ſerai toujours ſatisfait, pourvu qu'elle réuſſiſſe dans la pratique, ce dont je ne doute point, ſoit à cauſe de ſa ſimplicité, ſoit parce que les Ouvriers à qui je l'ai ex-

* *Recueil de l'Academ. tome VI. page 622.*

expliquée n'y trouvent aucune difficulté par rapport à leur travail. Juſqu'à préſent ils n'ont eu aucune méthode pour centrer leurs Verres, c'eſt ce qui fait qu'il eſt extrêmement rare d'en trouver qui le ſoient.

Cela m'avoit engagé en examinant cette matiere, de chercher ſi l'on ne pourroit pas éviter de les centrer exactement.

Je crus d'abord qu'il ſuffiſoit de faire des objectifs, plan-convexes, parce qu'il me parut très aiſé de faire dans ces ſortes de Verres, que le centre de la convexité fût préciſément dans la ligne de la plus grande épaiſſeur, pourvu que l'on uſât le côté plat du Verre juſqu'à la rencontre du côté convexe; & c'eſt ce qui fait que les oculaires ſont toujours bien centrés. Car un tel Verre deviendra toujours un ſegment de Sphère qui ſatisfera à la queſtion. Mais par-là les Verres deviendroient ou d'une grandeur exceſſive, ou ſi minces qu'ils ne pourroient être d'aucun uſage. Si l'on calcule l'épaiſſeur d'un plan-convexe de 10 pieds ſeulement de rayon pour faire un objectif de 20 pieds de foyer, & que l'on donne à ce Verre 4 pouces d'étendue, on trouvera pour l'arc de la convexité 1° 54′ 35″ environ, & pour le ſinus verſe de la moitié de cet arc, qui eſt la plus grande épaiſſeur de ce Verre, on trouvera un peu moins d'une ligne; d'où il paroît que ces ſortes de Verres travaillés de la maniere que je viens de dire, ne peuvent être d'uſage au-delà de 4 ou 5 pieds de rayon, ou de 8 ou 10 pieds de foyer, encore faudroit-il leur donner plus de 4 pouces de grandeur.

Ayant

Ayant donc un objectif bien centré, il ne reste plus qu'à le mettre dans le tuyau de la Lunette, de maniere que la Lunette elle-même soit centrée.

Pour cet effet, ayant placé dans le tuyau deux filets à angles droits qui se croisent dans l'axe, autant qu'il est possible, on prépare un autre petit tuyau qui puisse entrer exactement dans celui de la Lunette; à l'extrémité de ce tuyau, * on soude une plaque ronde ou quarrée, évidée de même que le tuyau qui la porte; sur cette plaque, il y a trois tourniquets dans lesquels on loge l'objectif, & qui servent à le retenir. On fait entrer le petit tuyau dans le grand, & ajoutant un oculaire à la Lunette montée ainsi, on la dirige à quelque objet éloigné que l'on place à l'intersection des filets. Alors conservant la Lunette dans la même position, on fait tourner sur lui-même le petit tuyau qui porte l'objectif; & si l'objet vu par la Lunette ne change pas de situation, c'est-à-dire, demeure toujours à l'intersection des filets, dans ce mouvement de l'objectif, c'est une preuve que la Lunette ainsi montée est exactement centrée; si elle ne l'est pas, on verra cet objet changer de situation, & décrire un cercle plus ou moins grand, dont un des filets sera une tangente. En ce cas on fera mouvoir l'objectif sur les tourniquets, parallelement à lui-même vers le côté où est le centre du cercle qu'on a observé, & de la quantité du demi-diametre de ce cercle: on arrêtera de nouveau l'objectif dans cette situation, & on recommencera la même opé-

* Fig. 11.

ration, jusqu'à ce qu'on remarque que l'objet mis sur l'intersection des filets ne change point de place, en faisant faire une révolution entiere au tuyau qui porte l'objectif. C'est dans cette situation que ce Verre doit être fixé, & l'on pourra souder sur la plaque, des diaphragmes ou des cercles de chan qui serviront à loger le Verre, & à le retenir dans la même situation.

§. 2. *De l'Angle droit de l'Instrument, & du parallelisme de la ligne de foi de la Lunette avec le rayon.*

Il est aisé dans un Quart de Cercle ordinaire, monté sur un pied, de vérifier l'angle droit, il ne faut pour cela que deux opérations; par le renversement on place la ligne de foi de la Lunette perpendiculaire au cheveu qui pend du centre sur zero, & par la vérification au Zénith, on connoit si cette ligne de foi est parallele au rayon qui passe par 90°; on connoit donc si les points 0° & 90° sont éloignés entre eux du quart de la circonference.

Il n'en est pas de même dans ceux que l'on destine à être fixes; comme ils n'ont point de pied, ces opérations ne se peuvent faire. Il me semble qu'on n'a eu jusqu'à présent qu'une seule méthode de vérifier & de poser ces sortes d'Instrumens, qui consiste à les comparer à un autre Quart de Cercle mobile, dont on suppose la division bonne ou connue; mais il est clair que cela ne satisfait pas. Voici la méthode que j'employe.

Dans

Dans le Quart de Cercle fixe, la Lunette tourne autour du centre, comme l'Alhidade dans les autres ; & le bizeau ou cheveu qu'elle porte par ſon mouvement le long du limbe, indique l'angle de la ligne de foi de la Lunette, & du rayon qui paſſe par le premier point de diviſion : tel eſt du moins le but de la conſtruction. Mais pour cela il faut que la ligne de foi de la Lunette ſoit parallele au rayon mené au point de la circonference qui eſt coupé par le bizeau, ou par le cheveu. Pour cet effet, je mets le Quart de Cercle ſur une longue table horizontale, la diviſion tournée en en-haut ; je pointe la Lunette à un objet remarquable & éloigné, & je fais répondre cet objet à l'interſection des filets ; je fais auſſi en ſorte que le bizeau, ou le cheveu qui marque les degrés, tombe préciſément ſur o° ; l'Inſtrument étant dans cette ſituation immobile, j'ôte la Lunette, & je mets le centre de l'Inſtrument qui eſt le même dont on s'eſt ſervi dans ſa conſtruction ; je tends un cheveu le plus long qu'il eſt poſſible, que j'appuye ſur deux ſupports placés de part & d'autre de l'Inſtrument, & je fais en ſorte, en plaçant ces ſupports, que le cheveu paſſe exactement par le centre, & par le point o° ; j'ôte enſuite le cheveu, & laiſſant les ſupports dans la même ſituation, je renverſe l'Inſtrument, en ſorte que la diviſion regarde en en-bas, & que le centre & le point o° ſoient préciſément dans la même direction qu'ils avoient auparavant, c'eſt-à-dire, ſoient encore coupés par le cheveu tendu de nouveau ; il faut auſſi dans l'une &

d'autre opération que le cheveu passe très près du limbe & du centre, afin d'éviter la parallaxe: d'où il suit que lorsqu'on renverse l'Instrument, qui dans la premiere opération posoit sur ses règles de chan, on doit l'élever avec des cales d'une hauteur convenable, qui portent sous ses règles de plat, de maniere qu'il soit dans un même plan, devant & après le renversement.

Par-là il est évident qu'on a fait faire à tout l'Instrument une demi-révolution sur le rayon qui passe par 0°; & une droite quelconque qui n'auroit pas differé de ce rayon, ou qui en étant éloignée d'une certaine quantité lui auroit été parallele dans la premiere position, cette droite, dis-je, n'en differera pas, ou lui sera parallele, & en sera éloignée de la même quantité dans la seconde; & puisque dans la premiere position, la ligne de foi de la Lunette répondant à un certain objet, marquoit 0° sur le limbe, si cette ligne est parallele au rayon qui passe par 0°, en remettant la Lunette après le renversement, & la fixant au même objet, elle doit tomber encore sur 0°, & si cela n'arrive pas, la quantité dont elle en sera éloignée est le double de la difference, ou de l'erreur de l'Instrument.

Soit (*Fig.* 12.) un Quart de Cercle *A C D* posé horizontalement, *B P* la ligne de foi de la Lunette qui peut tourner autour du centre *C*, & *F D P* l'index de la division qui représente ici le bizeau. La ligne de foi *P B* étant dirigée à un objet *O* fort éloigné, soit l'extrémité *D* de l'index sur le point 0° de

l'In

l'Inſtrument: Söit auſſi *B E* parallele à *C D*, menée par le point *B*, où la ligne de foi rencontre le rayon *A C* prolongé. Si la ligne de foi *B P* étoit parallele au rayon *C D*, cette ligne ne differeroit pas de la ligne *B E*.

Maintenant ſi l'on fait tourner le Quart de Cercle, ou plutôt toute la ſuperficie *A C P* ſur le rayon *C D*, de maniere qu'elle faſſe une demi-révolution, le point *A* tombera en *α*, le point *B* en *β*, & la ligne de foi *B P* ſera repréſentée par *β π*, & le point *D* n'ayant pas changé de place, cette ligne ne ſera plus dirigée au même objet *O* qu'auparavant, mais à un autre objet *ω* fort éloigné du premier. Pour retrouver l'objet *O*, il faut placer cette ligne de foi en *ρ β*, dans une ſituation parallele à *P B*; car on ſuppoſe l'objet *O* très éloigné, & dans ce cas le point *D* de l'index ſera tranſporté en *δ* par tout l'arc *D δ*, dont la moitié *D R* eſt l'erreur de l'Inſtrument.

On corrigera l'erreur en cette ſorte. Remettant la Lunette comme dans la premiere opération en *B P*, le bord du bizeau tombera en *D*. On deſſerera les vis qui le retiennent dans cette poſition (*Fig.* 13.), on le fera avancer du côté du point *R*, & on l'y arrêtera en ſerrant les vis, de maniere que remettant enſuite ce point *D* ſur 0°, & la Lunette étant par conſéquent en *B E* (*Fig.* 12.), non-ſeulement le point 0° d'en-bas, mais auſſi celui d'en-haut de la diviſion, & toute la partie du rayon qui paſſe par 0°, & qui eſt tracée ſur le limbe, ſoit en même tems cachée par le bord du bizeau, ou par le cheveu ſi c'en eſt un.

Pour

Pour vérifier maintenant l'angle droit de l'Inſtrument, c'eſt-à-dire, pour ſavoir ſi les points 0° & 90° ſont préciſément éloignés l'un de l'autre d'un quart de la circonference, il n'y a qu'à faire la même opération pour le point de 90°, que celle qu'on vient de faire pour le point de 0°, après néanmoins qu'on aura mis la ligne de foi de la Lunette dans une ſituation parallele au rayon; ou, ſi l'on veut, voici la méthode que j'ai encore employée. Je place le Quart de Cercle comme ci-devant en *ACD* (*fig.* 12.) horizontalement, & la Lunette étant en *BE*, & l'index ſur le point 0°, je remarque l'objet qui répond à l'interſection des fillets; alors j'ôte la Lunette, & je tends, comme j'ai déja fait, un cheveu le plus long qu'il eſt poſſible, que je fais paſſer préciſément par le point *A* de 90°, & par le centre *C* de l'Inſtrument. Je laiſſe les ſupports du cheveu en cet état, & je renverſe l'Inſtrument en *DC*« avec les mêmes précautions que j'ai indiquées dans l'opération précédente, la Lunette étant en *B*ε pointée au même objet, il eſt évident que ſi le point *A* eſt éloigné du point *D* d'un quart de la circonference, par la demi-révolution, il ſera porté au point « dans la ligne *AC* prolongée. Je retends donc de nouveau le cheveu ſur ces ſupports; & ſi les points *C*« ſe trouvent dans ſa direction, l'angle de l'Inſtrument eſt exactement droit. Si le cheveu ne paſſe pas par le point «, il paſſera par un autre point du limbe diviſé, qui ſera éloigné du point « du double de l'erreur, dont l'angle *ACD* ſera moindre qu'un droit, ſi le point

point α du limbe tombe entre le cheveu & le point D, & plus grand s'il tombe au-delà du cheveu, par rapport à ce point D.

Telle eſt la méthode dont il me ſemble que les Ouvriers pourront ſe ſervir avec ſuccès pour placer le point A qui ſoit à 90 degrés du commencement de la diviſion. Il ne faut que la pratiquer dans un lieu d'où l'on découvre un objet très éloigné, & tel que ſa diſtance ſoit comme infinie, par rapport au diametre $B\beta$ de la platine du centre: car l'Inſtrument étant achevé, ſi l'angle droit n'eſt pas exact, on ne ſauroit le corriger, & l'erreur influe diverſement ſur toutes les autres portions du limbe: on ne peut qu'y avoir égard, par des Tables de réduction qui ſont toujours fort incommodes.

Dans ces opérations j'ai pointé des objets éloignés de plus de 4000 toiſes, & je tendois des cheveux de 12 & 15 pieds de long, chargés de poids aſſez conſiderables.

Si dans la premiere Figure, on fait que le centre de l'Inſtrument ſoit marqué ſur la platine, les opérations que je viens de décrire ſe feront avec moins d'embarras, parce qu'on ne ſera pas obligé d'ôter la Lunette pour placer le centre; un Ouvrier intelligent ſera en état de l'exécuter, & de prévenir quelques difficultés que cette conſtruction pourroit produire.

§. 3. *Examiner la Diviſion entiere du Limbe de l'Inſtrument.*

La certitude des Obſervations dépend preſque

que toute de cet examen, rien néanmoins n'eſt ſi négligé. Il eſt vrai que l'opération eſt longue & pénible: mais le fût-elle encore beaucoup plus, on ne doit en aucune façon s'en diſpenſer.

Voici, ſi je ne me trompe, la méthode la plus facile, & peut-être la ſeule, de faire cet examen avec préciſion. Je vais la décrire, telle que je l'ai employée pour le Quart de Cercle dont je me ſers, parce qu'elle eſt la même pour tous les autres.

Outre les tranſverſales qui diviſent cet Inſtrument de minutes en minutes, il y a un cercle ſéparé, diviſé par points de 10 en 10 minutes. Je n'ai examiné que la poſition de ces points, qui ſuffiſent avec le Micrometre pour diviſer tout le limbe en parties très petites, ainſi qu'il a été dit.

Je plaçai le Quart de Cercle horizontalement ſur une grande table ſolide, le limbe tourné en en-haut; & dans une longue avenue qui borde la maiſon où je demeure, je meſurai une diſtance de 421 pieds 10 pouces, depuis le centre de l'Inſtrument. Je plaçai à l'extrémité de cette diſtance une mire fixe, & de niveau avec la Lunette de l'Inſtrument. La tangente de 10 min. étant à cette diſtance de 14 pouc. 9 lign. je plaçai une autre mire éloignée horizontalement de la premiere de 14 pouc. 9 lign. Cette ſeconde mire pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la premiere le long d'une couliſſe dont le bord étoit diviſé en lignes depuis l'autre mire. L'opération ſe faiſoit de cette maniere.

Je plaçois le bizeau de la Lunette ſur 0° du

du limbe, & je tournois l'Inſtrument juſqu'à ce que la ſection des filets répondît juſte à la mire fixe; faiſant enſuite tourner la Lunette autour du centre, j'avançois le bizeau à 0° 10′, & regardant par la Lunette, je faiſois approcher ou éloigner la mire mobile de la fixe juſqu'à ce qu'elle me parût exactement à la ſection des filets, ce qui ſe faiſoit par des ſignaux dont on étoit convenu. Quand cela étoit ainſi, on écrivoit la diſtance obſervée entre les mires, qui répondoit à l'intervalle entre 0° & 0° 10′. Je laiſſois après cela la Lunette dans la même ſituation, c'eſt-à-dire, à 0° 10′, & avançant un peu l'Inſtrument ſur la table, je faiſois en ſorte que la ſection des filets répondît de nouveau à la mire fixe; y étant, je pouſſois la Lunette vers un autre point, en ſorte que le bizeau marquât 0° 20′; on approchoit encore la mire mobile, ou on l'éloignoit de la fixe, juſqu'à ce qu'elle répondît à la ſection des filets, & on écrivoit toujours ſa diſtance à la fixe pour l'intervalle de 0° 10′ à 0° 20′. C'eſt ainſi qu'en répétant cette opération pour chaque point de la diviſion, j'avois la meſure exacte des intervalles entre les points.

Mais comme je faiſois cette opération dans un tems aſſez froid, & qu'il falloit chaque jour tranſporter l'Inſtrument dehors, ce qui étoit accompagné de quelques autres difficultés, je penſai à un ſecond moyen qui fût à peu près ſemblable, & qui n'eût pas les mêmes inconvéniens: pour cet effet je plaçai à une fenêtre éloignée de moi de 114 toiſes, deux autres mires un peu plus grandes, fixes cha-

chacune, & à 2 pieds juſte de diſtance l'une de l'autre.

Je voyois commodément ces mires avec la Lunette du Quart de Cercle poſé horizontalement ſur une grande table au milieu de mon Cabinet: par ce moyen je ne déplaçois pas l'Inſtrument, & je pouvois profiter de tous les inſtans propres à cet examen; les mires étoient telles que la Fig. 14. les repréſente. L'une avoit au-deſſus de l'anneau noir, un rang de bandes alternativement blanches & noires, de 3 lign. de largeur chacune.

Mettant donc comme ci-devant le bizeau de la Lunette ſur 0°, & la ligne de foi ſur la mire ſimple, je laiſſois l'Inſtrument en place, & pouſſant la Lunette ſur 0° 10′, je voyois tout d'un coup à quelle diviſion & partie de diviſion le fil vertical répondoit ſur la mire diviſée, ce que j'écrivois, & ainſi des autres intervalles du limbe; & pour m'aſſurer davantage de la grandeur de ces differens intervalles, je les meſurois auſſi avec le Micrometre: car le fil mobile convenant parfaitement avec l'immobile, lorſque par le tranſport de la Lunette, ces deux fils qui n'en faiſoient qu'un, répondoient à une certaine diviſion de la mire, je ramenois le fil mobile vers la mire ſimple, juſqu'à ce qu'il paſſât par ſon centre, & je marquois le nombre des parties du Micrometre qui répondoient à cet intervalle: je connoiſſois donc la tangente de tous les arcs de 10 minutes, pris de ſuite ſur l'Inſtrument, en pouces & en lignes, & en parties du Micrometre; & comparant cette tangente avec celle de 10 minu-

minutes juſtes, à la diſtance donnée, & les parties du Micrometre obſervées avec celles d'un angle de 10 minutes, j'avois la difference de chaque intervalle du limbe à un intervalle de 10 minutes juſtes, & par conſéquent l'erreur de chaque point. Il faut, ſi l'on veut atteindre à quelque préciſion, réiterer au moins une fois le même examen pour chaque point, & recommencer une troiſieme fois les intervalles que l'on trouve differens par les deux premieres.

Ayant trouvé l'erreur de chaque point, on en dreſſe une Table qui doit être conſultée dans toutes les Obſervations.

A des diſtances plus grandes, on auroit des intervalles plus grands ; mais les filets du Micrometre cacheroient auſſi par leur épaiſſeur un plus grand eſpace, & par cette raiſon l'on n'en doit pas eſperer plus de préciſion : il me ſemble qu'il ſuffit de prendre une diſtance médiocre, comme de 100 ou 150 toiſes.

Voici une petite Table où toutes ces opérations ſe trouvent marquées pour le premier degré, depuis 0 juſqu'à 1, ce qui ſervira d'exemple pour tous les autres.

Divisions du Limbe de l'Instrument.	Base observée en lignes.	Base observée en parties du Micrometre.	Angle veritable par les lignes.	Angle véritable par le Micrometre.	Angle moyen.	Valeur de l'Arc total, depuis 0°. jusqu'à chaque point.
0°. 0'. 10''.	285.	569.	0°. 9'. 59''.	0°. 10'. 0''. $\frac{1}{2}$	0°. 9'. 59''. 45'''.	0°. 9'. 59''. 45'''.
10. 20.	282. $\frac{1}{2}$	563. $\frac{3}{4}$	9. 53. $\frac{1}{2}$	9. 55.	9. 54. 15.	19. 54. 0.
20. 30.	288.	573. $\frac{1}{2}$	10. 5.	10. 5.	10. 5. 0.	29. 59. 0.
30. 40.	287.	571. $\frac{1}{2}$	10. 3.	10. 3. $\frac{1}{2}$	10. 3. 15.	40. 2. 15.
40. 50.	283. $\frac{3}{4}$	566.	9. 56.	9. 57.	9. 56. 30.	49. 58. 45.
50. 60. *ou* 1°. 0	284. $\frac{1}{4}$	567.	9. 57.	9. 58.	9. 57. 30.	59. 56. 15.

ARTICLE III.

De la position de l'Instrument.

La position de l'Instrument demande trois choses,

1°. Que son limbe & son centre soient exactement dans le plan du Méridien.

2°. Que le point de 90° du Limbe soit dans la perpendiculaire qui passe par le centre.

3°. Qu'il soit invariable dans cette position.

I. Pour placer l'Instrument après toutes les vérifications faites, il faut le mettre d'abord sur ses mutules; leurs extrémités qui passent par les tenons de l'Instrument sont faites en vis, & portent deux écrous, l'un se met derriere l'Instrument, l'autre en devant, de maniere que le Quart de Cercle étant arrêté, & pour ainsi dire, saisi entre ces deux écrous, il ne peut s'approcher ni s'éloigner du Mur auquel il est attaché. Quelle que soit alors sa position, par rapport au plan du Méridien, on le laissera en cet état.

On observera avec un Quart de Cercle mobile quelconque, des hauteurs correspondantes de plusieurs Etoiles qui ayent des déclinaisons differentes. On aura, par ce moyen, le tems de leur passage par le Méridien. On observera aussi le même jour le passage de ces Etoiles par le filet vertical de la Lunette du Quart de Cercle fixe; cette heure comparée à celle qui résulte des hauteurs correspondantes, donnera en tems la déclinaison du degré du Limbe de l'Instrument à la hauteur

teur duquel l'Etoile aura passé par le Méridien. Si donc dans une même nuit, on observe trois ou quatre Etoiles qui ayent depuis 15 jusqu'à 80 degrés de hauteur méridienne, on aura la distance de trois ou quatre points du Limbe au Méridien, en differens degrés; & par le moyen des écrous que l'on desserrera, on donnera à l'Instrument une nouvelle position, conforme à ce que les Observations demanderont; on l'arrêtera dans cette situation, en remarquant, s'il se peut, le chemin qu'on lui aura fait faire, afin de pouvoir se règler dans une autre occasion. On recommencera les mêmes Observations pour examiner la nouvelle position de l'Instrument, & si elle n'est pas exacte, on la corrigera comme la premiere, & ainsi de suite jusqu'à ce que par un grand nombre d'Observations réiterées, le passage des Etoiles par la Lunette se fasse à l'heure trouvée par les correspondantes.

On aura toujours soin dans chaque position de l'Instrument, résultante des corrections qu'on fera, de serrer les deux écrous de chaque mutule, comme si cette position étoit absolument exacte, & ne devoit plus être changée; mais en les serrant, il ne faut pas les forcer trop, de peur de voiler l'Instrument.

II. Quand on sera sûr que l'Instrument est exactement dans le plan du Méridien; on suspendra du centre, le cheveu chargé de son plomb, & on remarquera s'il passe par 90°: si cela n'arrive pas, on l'y fera passer, en limant un peu de l'intérieur de deux tenons

nons, en ſorte qu'il tourne, pour ainſi dire, ſur le troiſieme; ce qu'il faut faire avec toute la préciſion poſſible, puiſque toute l'œconomie de la diviſion dépend de la poſition exacte du point de 90° dans le vertical du centre. Je demande auſſi que cette opération ne ſe faſſe qu'après que l'Inſtrument aura été exactement placé dans le plan du Méridien: car ſi celle-ci ſe faiſoit la derniere, on dérangeroit immanquablement le point de 90°, & il faudroit toujours le vérifier après, ou il pourroit ſe faire qu'on auroit limé les tenons d'un côté oppoſé à celui qu'il auroit fallu limer. Au-lieu que ſi l'Inſtrument eſt exactement dans le plan du Méridien, les écrous de derriere le retiendront toujours dans cette poſition, & on pourra le faire tourner ſur une de ſes mutules, ſans l'en déranger. Ce qu'il faudra cependant vérifier encore après que le point de 90° aura été poſé exactement dans la perpendiculaire du centre.

Il ſuit de-là, que l'on aura dans les Obſervations, les vrayes hauteurs méridiennes apparentes, puiſque le point de 90° étant dans la verticale du centre, on connoit par les vérifications de l'Art. II. les véritables arcs compris entre ce point de 90° & tous les autres points du Limbe.

III. On ne peut pas ſe promettre qu'un Inſtrument ainſi placé, reſte toujours préciſément dans la même ſituation: car quand il ſeroit lui-même immobile, par rapport à ſes mutules, le Mur auquel on le fixe, travaille preſque toujours: le ſeul remede eſt

de vérifier ces ſortes d'Inſtrumens très ſouvent, une fois, par exemple, chaque mois; & s'il ſe dérange de ſa premiere poſition, on pourra toujours l'y remettre, ſi l'on veut, ou bien tenir compte de l'erreur.

Si l'Inſtrument placé peut porter ſon centre au milieu de la platine qui tient à la Lunette, ou en quelque endroit à côté, on aura la commodité de vérifier toutes les fois qu'on voudra, ſi le point de 90° s'écarte de la verticale du centre; on peut auſſi s'en aſſurer de cette maniere. L'Inſtrument étant exactement placé, on mettra la ligne de foi de la Lunette horizontalement, ſans égard à la poſition bonne ou mauvaiſe du point o de la diviſion; & on remarquera un point dans l'horizon où les filets paroiſſent ſe couper; ſi cela ſe peut, on y fixera un repaire, comme une pierre ſcellée, ſi l'on rencontre quelque mur, &c. ou un pieu ſolide avec une mire, &c. Ce point ſervira encore à remettre les filets dans le même état, ſi ceux qui y ſont ſe dérangeoient, ou venoient à ſe rompre dans la ſuite.

Mais parce que dans ce cas d'un repaire fixe à l'horizon, on a à craindre les grandes variations des réfractions horizontales, & que tous les Aſtronomes conviendront, je crois, de la préciſion avec laquelle on peut juger d'un cheveu à plomb qui bat librement ſur un point; j'ajouterai ici la maniere que j'ai pratiquée au mien, auquel le centre n'eſt pas marqué ſur la platine: & cette maniere me paroît d'autant plus utile qu'il n'eſt pas abſolument fort aiſé de conſerver un centre avec ſon aiguille

guille aux Inſtrumens verticaux à Alhidade.

J'ai attaché en un endroit *P* (*Fig.* 1.) de l'Inſtrument, une double équerre de fer, avec des vis qui l'aſſujettiſſent à une des barres de la carcaſſe, & à la règle de chan de cette barre. Le bord de l'extrémité ſaillante de cette double équerre eſt dans le plan du Limbe : j'y ai ſuſpendu un cheveu garni de ſon plomb, qui paſſe par une petite rainure faite à cette équerre. Ce cheveu ainſi ſuſpendu bat exactement ſur le point de 81° du Limbe de mon Quart de Cercle. Par ce moyen, je connoitrai toujours la variation verticale de l'Inſtrument: car ſi l'Inſtrument varie ſur ſes ſupports, cet aplomb repréſenté par *P R* (*Fig.* 15. & 16.) & celui qu'on imagine paſſer par le centre *C* de l'Inſtrument, varieront auſſi par rapport au point *A* de la diviſion, que je ſuppoſe être celui de 90 degrés. Mais la variation de ces deux aplombs ne ſera pas la même, à cauſe que le point *P* n'eſt pas au centre de la diviſion; & comme il n'y a que celle de l'aplomb *P R* qu'on puiſſe obſerver, il en faut déduire celle de l'autre *C A*.

Pour cela, l'Inſtrument étant placé, de maniere que *C A* tombe ſur 90°, & *P R* ſur 81, par exemple, on connoit l'angle *A C R* = l'arc *A R* de 9°. Mais dans le triangle *C P R*, on connoit *C R* rayon de l'Inſtrument, & *C P* diſtance du centre *C* au point de ſuſpenſion *P*, qu'on peut meſurer avec toute la préciſion poſſible; on connoit enfin l'angle *C R P* = *A C R*; donc on connoitra l'angle *P C R*, & par conſéquent *P C A*.

Soit maintenant une autre ſituation de l'Inſtrument, réſultante d'une variation quelconque, en ſorte que l'aplomb du point P paſſe par le point O du Limbe, dont on connoitra la diſtance au point A de 90°. Si dans cet état, on imagine l'aplomb du centre C, il paſſeroit par un point B quelconque, & la variation de l'Inſtrument ſeroit égale à l'arc AB. On connoit l'angle ACO = l'arc AO; ôtant cet angle de l'angle ACP connu ci-devant, il reſtera l'angle OCP. C'eſt pourquoi dans le triangle OCP, connoiſſant CP, CO, & l'angle compris PCO, on connoitra l'angle POC; mais cet angle eſt égal à l'angle BCO, ou à l'arc BO, lequel étant comparé à l'arc OA, leur difference $AO - BO$, quand la diſtance de l'aplomb PR au point A eſt augmentée par la variation, ou $BO - AO$, quand cette diſtance eſt diminuée, donnera toujours l'arc AB que l'on cherche.

Un tel Inſtrument doit être à couvert, & placé de maniere qu'on y puiſſe obſerver des Etoiles qui paſſeroient par le Zénith. C'eſt une incommodité dans ceux de l'Obſervatoire, où l'on ne peut, à cauſe des Corniches qui ont une ſaillie conſiderable, pointer du dedans des Tours, qu'à pluſieurs degrés près du Zénith.

On doit couvrir l'extrémité des mutules, & les écrous, en les enveloppant avec quelque morceau d'étoffe, & du papier par deſſus, tant pour les garantir de la rouille, que pour empêcher qu'on n'y touche, & qu'on ne puiſſe par-là déranger l'Inſtrument qui coute tant de tems & de peines à fixer d'une maniere ſatisfaiſante.

VA1 1541964

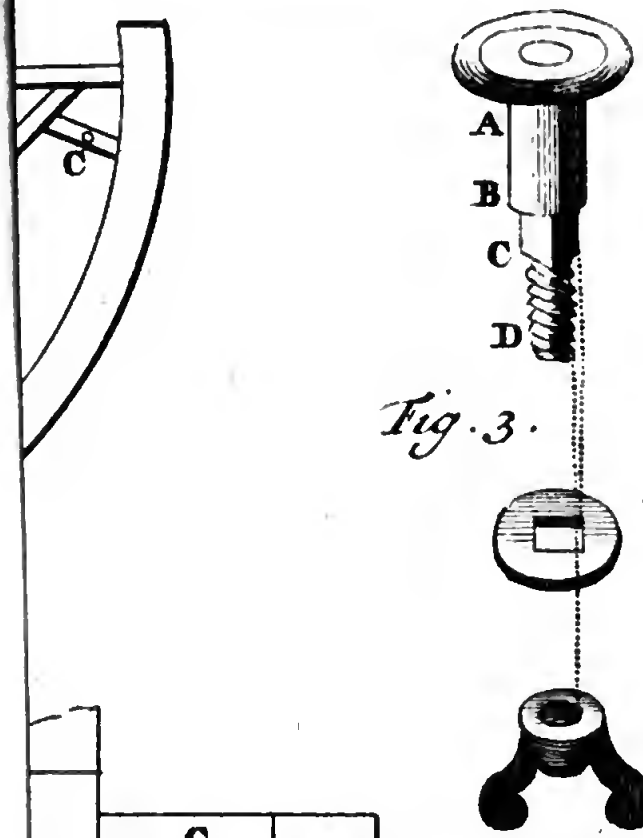


Fig. 3.

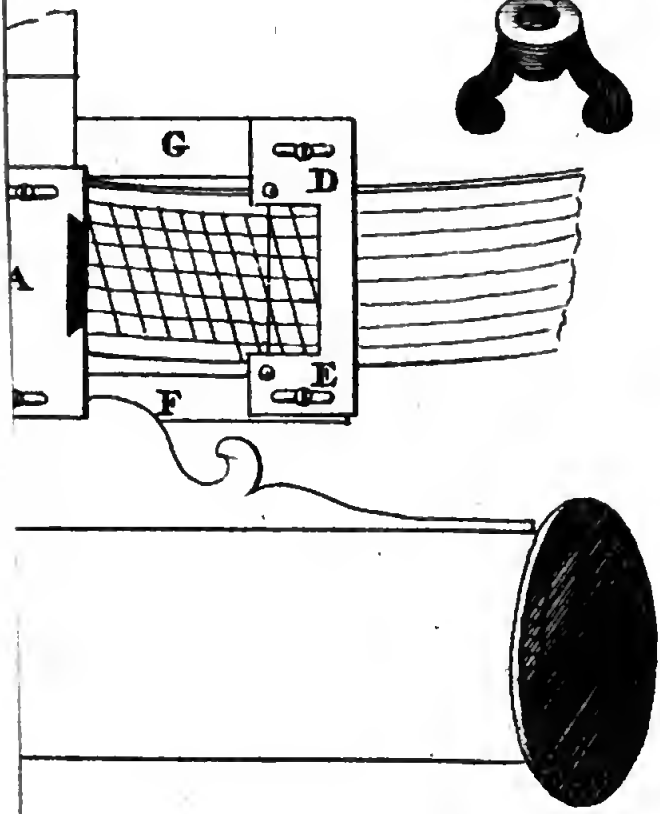


Fig. 2.

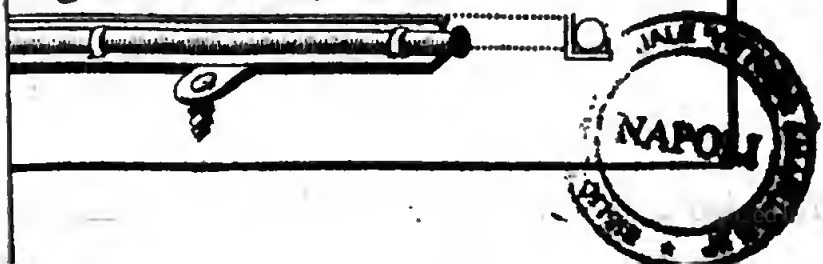
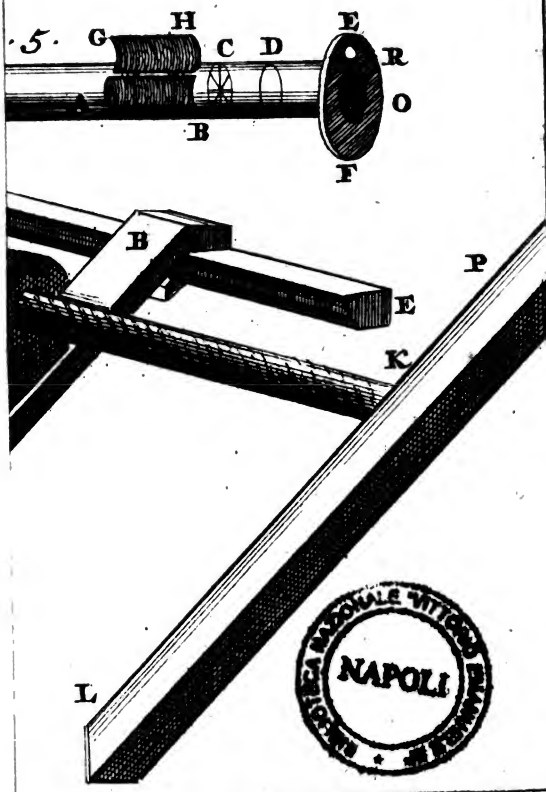
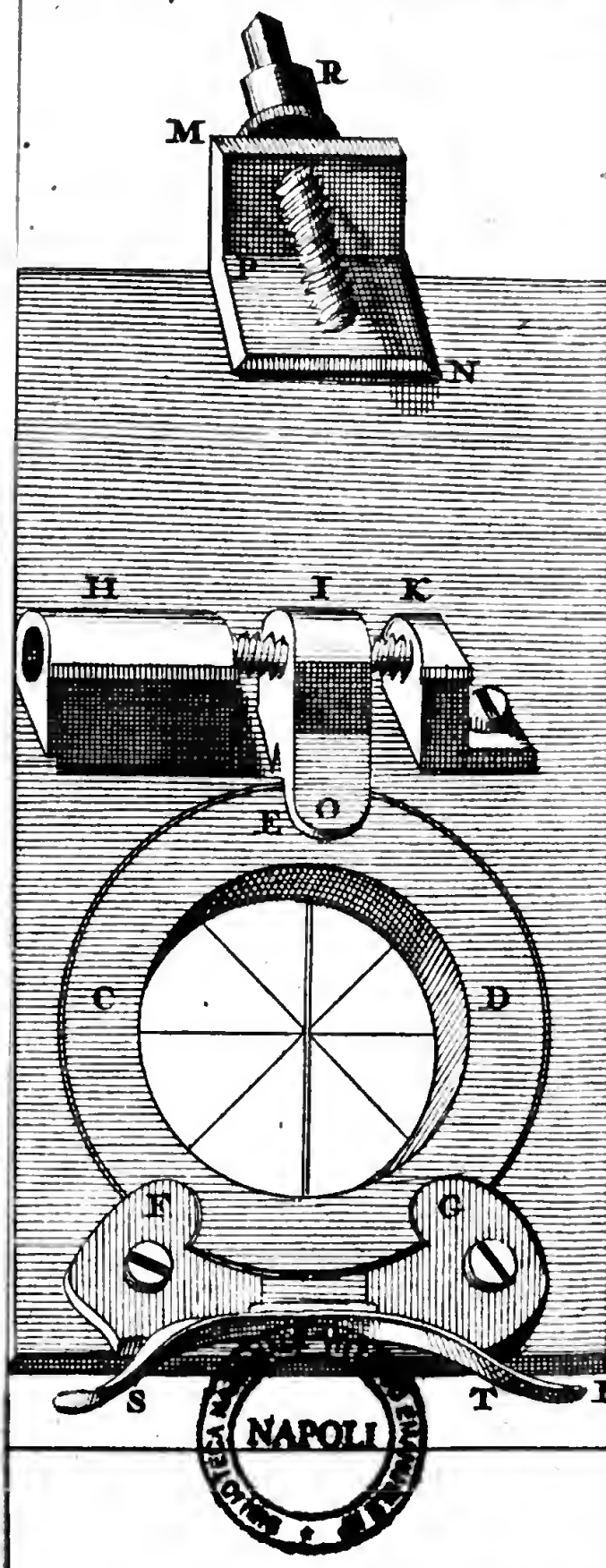


Fig. 7.



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI


R
M
N
H
I
K
E
O
C
D
F
G
S
T
NAPOLI

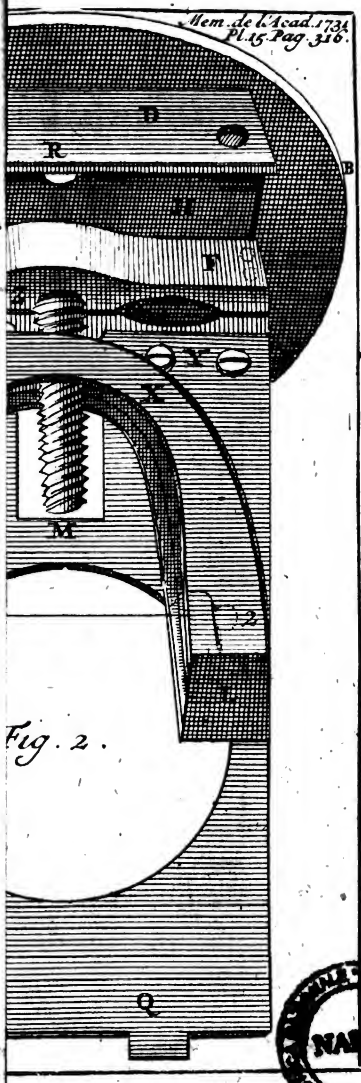
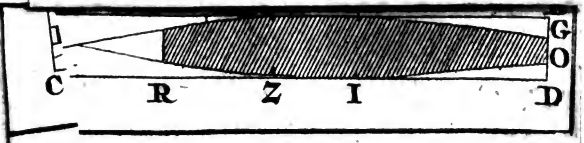


Fig. 2.

NAPOLI

P


G
O
C
R
Z
I
D

8.

Fig. 8.

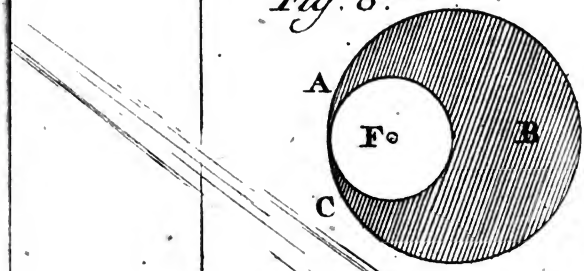


Fig. 11.

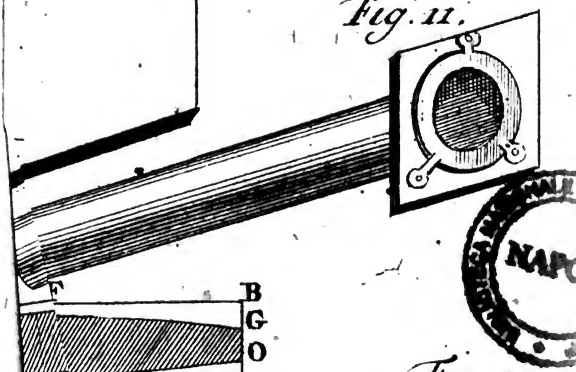


Fig. 10.

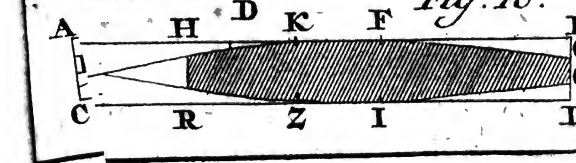
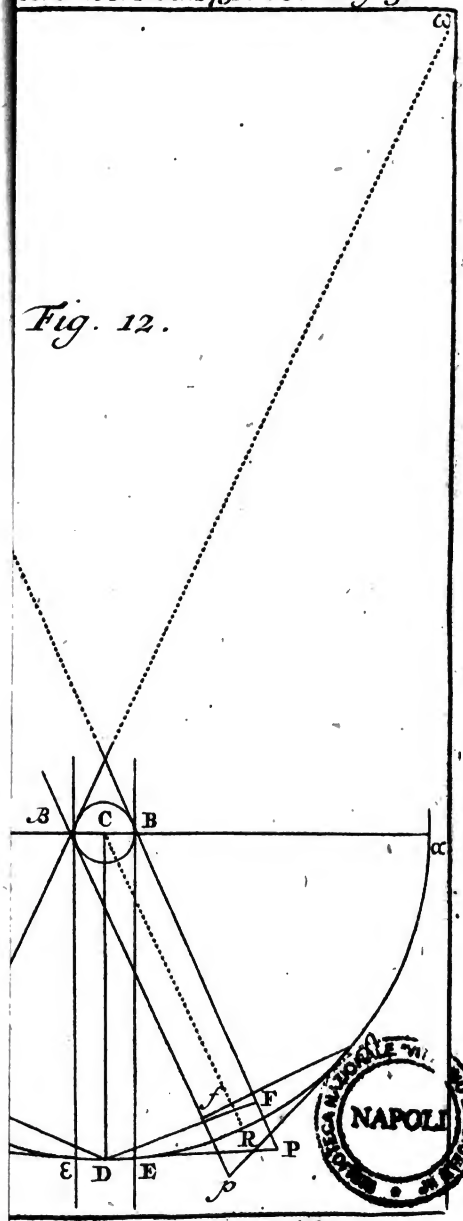


Fig. 12.



BIBLIOTECA NAZIONALE VII
NAPOLI

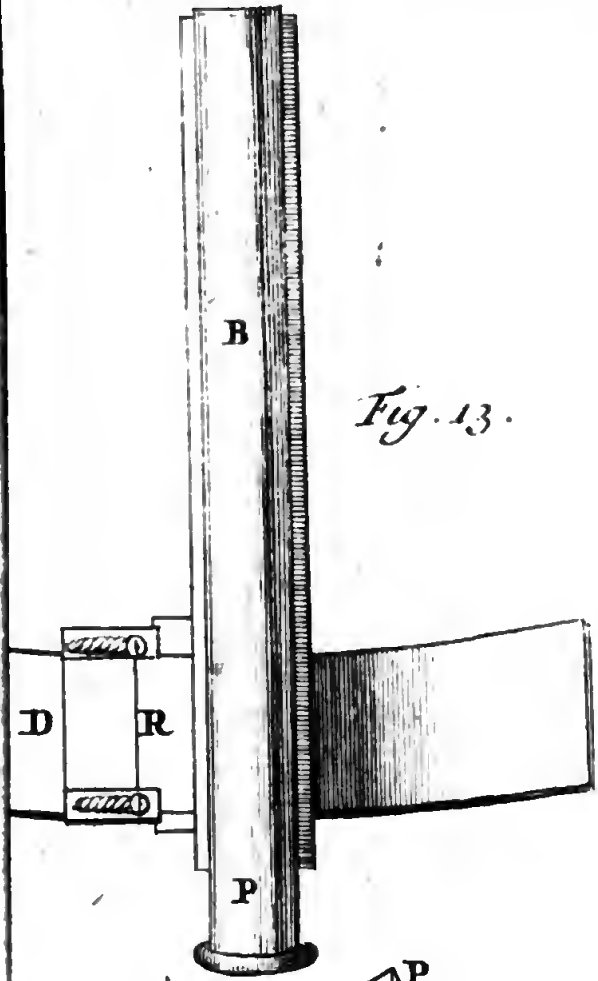


Fig. 13.

16.

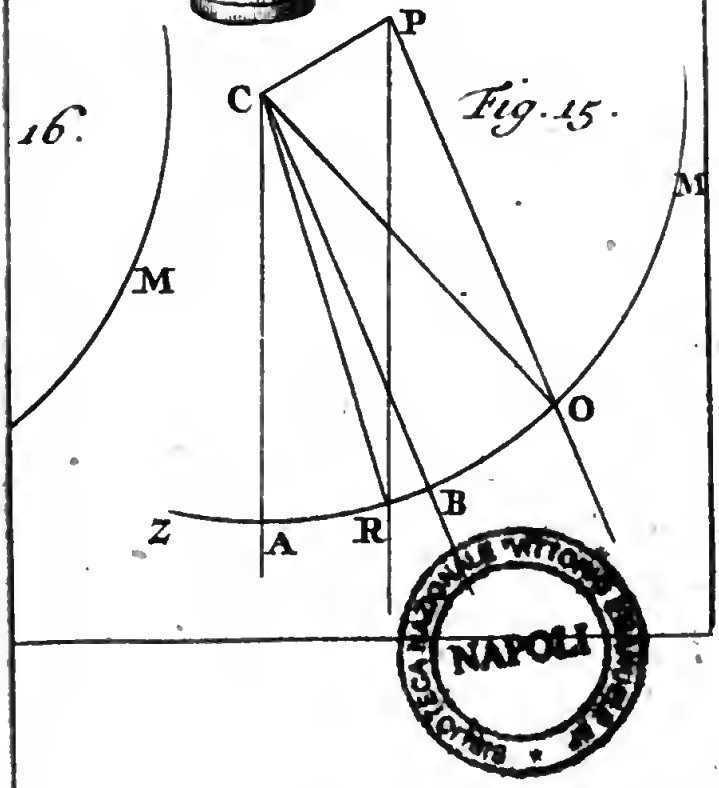
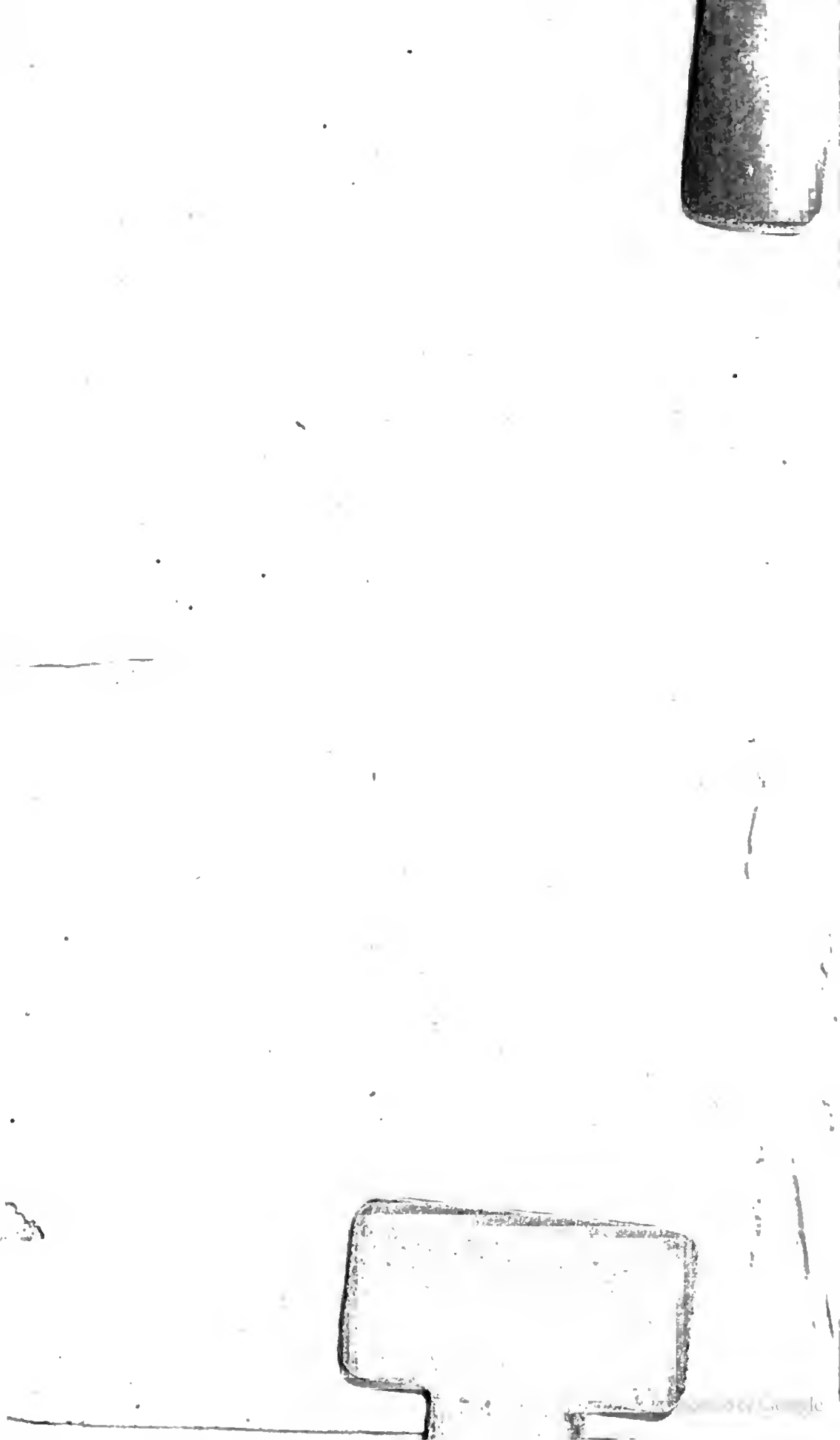



Fig. 15.